

DIE ONTWIKKELING VAN KINDERS SE GEOMETRISERING VAN DRIE-DIMENSIONELE VOORWERPE

Deur

Christine Erna Lampen

**B.Sc. Honneurs (Wiskunde)
N.H.O.D.**



Tesis ingelewer ter gedeeltelike voldoening
aan die vereistes vir die graad van
Magister in die Opvoedkunde
aan die
Universiteit van Stellenbosch

Studieleier: J.C. Murray

Maart 2001

Ek die ondergetekende, verklaar hiermee dat die werk in hierdie tesis vervat, my eie oorspronklike werk is en dat ek dit nie vantevore in die geheel of gedeeltelik by enige universiteit ter verkryging van 'n graad voorgelê het nie.

Handtekening:

Datum:

OPSOMMING

DIE ONTWIKKELING VAN KINDERS SE GEOMETRISERING VAN DRIE-DIMENSIONELE VOORWERPE

Drie-dimensionele houers word allerweë as geskikte konteks vir aanvangsmeetkunde-onderrig beskou. In hierdie studie word kinders se intuïtiewe begrip van alledaagse houers of bokse as vertrekpunt gebruik om die volgende aspekte te ondersoek met die oog daarop om inligting te bekom vir kurrikulering:

- die betekenis wat kinders aan bokse (as meetkundige objekte) toeken
- kinders se vermoë om 'n denkbeeld te skep en te manipuleer
- kinders se strategieë om 'n drie-dimensionele konstruksieprobleem op te los
- moontlike ouderdoms- en geslagsverskille
- die rol wat meting speel wanneer 'n drie-dimensionele konstruksieprobleem opgelos word
- moontlike ooreenkomste met Van Hiele-denkvlakke

'n Taakgerigte ondersoek (revised clinical interview) is met groepies van ses tot tien kinders op 'n slag gedoen. Elke kind kon 'n voorwerp kies uit 'n versameling en moes 'n houer of boks uit karton bou waarin die voorwerp kon pas. Die probleemoplossingsproses is met 'n videokamera afgeneem. Die kinders se voltooides houers, taaluiting en owerter hantering van die empiriese verwysingsvoorwerpe en die materiaal waarmee hulle gewerk het, is as data ontleed. Die navorser het gebruik gemaak van die analitiese prosesse wat beskryf word as begronde teorie-ontwikkeling om die data te ontleed en te kategoriseer.

Die navorsing het aangetoon dat jong kinders nie noodwendig bewus is van die vorm- en strukturele eienskappe van drie-dimensionele houers nie. Verder is dit duidelik dat kinders se voorstellings van veral vormeienskappe van houers deur middel van taal, handbewegings en tekeninge, nie impliseer dat hulle die nodige begrip van die struktuur het om so 'n houer uit twee-dimensionele materiaal te kan vervaardig nie. Die navorsing het verder aan die lig gebring dat aspekte van kinders se ruimtelike kennis wat voorheen as aanduiding van gebrekkige kennis van konvensies beskou is, moontlik dieper konseptuele wortels het. 'n Alternatiewe beskouing van kinders se ruimtelik-meetkundige denke op Van Hiele Vlak 0 word ook voorgestel.

SUMMARY

THE DEVELOPMENT OF CHILDREN'S GEOMETRISING OF THREE DIMENSIONAL OBJECTS

The study of three-dimensional boxes is widely regarded as a suitable topic for entry-level geometry. In order to inform teaching and curriculum design this study takes children's intuitive knowledge of boxes as point of departure to research the following aspects:

- the meaning children assign to boxes
- children's ability to create and manipulate mental images
- children's strategies to solve a three dimensional construction problem
- possible age and gender differences
- the role of measurement
- possible links with Van Hiele's thought levels

Revised clinical interviews were conducted with groups of six to ten children. Each child could select an object from a set provided by the researcher and had to build a box from cardboard into which the object could fit. The problem-solving processes were captured on video. The children's boxes, verbal utterances and overt manipulation of the materials as well as the empirical referent objects were analysed. The researcher made use of grounded theory procedure to analyse and categorise the data.

The research indicates that young children are not necessarily aware of the shape and structural properties of three-dimensional boxes. It is also evident that children's ability to represent properties of shape of boxes through language, drawing and hand movements does not necessarily indicate adequate understanding of the structural properties of boxes to enable them to build a box from two-dimensional materials. The research further indicates that aspects of representation that are judged to be based on lack of knowledge of conventions in a medium such as drawing, may have deeper intuitive and conceptual roots. An alternative view of childrens spatial/geometric thought on Van Hiele level 0 is described based on their assignment of meaning to geometric tasks.

DANKBETUIGINGS

Ek wil graag die volgende persone en instansies bedank vir ondersteuning:

- die Liewe Heer vir ribbokvoete
- my studieleier Mev Hanlie Murray vir haar ondersteuning en deurdagte oordeel
- Dr. Retha van Niekerk vir haar gewilligheid om die manuskrip deur te lees en raad te gee
- die onderwysers en kinders van die deelnemende skole
- Mnr. Mike Reed van Telefilm vir sy hulp met die neem van die foto's

Die werk word opgedra aan Gerhard Lampen, Jaco van der Spuy, Lizanne van der Spuy en Retief Lampen. Dankie dat julle my uitgelos en vasgehou het.

INHOUD

HOOFSTUK 1

AGTERGROND EN PROBLEEMSTELLING

1.1	Inleiding	1
1.2	Tradisionele meetkunde-onderrig	1
1.3	'n Alternatiewe beskouing van meetkunde-onderrig	3
1.4	Alledaagse ruimtelike situasies as konteks vir meetkunde	4
1.5	Die rol van ruimtelike kennis en vaardighede	6
1.6	Probleemstelling	7
1.7	Empiriese navorsing	10
1.8	Die metode van ondersoek	11
1.8.1	Taakgerigte ondersoek	11
1.8.2	Video-opnames as metode vir data insameling	12
1.8.3	Begronde teorie-ontwikkeling	12
1.8.3.1	Die navorsingsvraag	14
1.8.3.2	Teoretiese sensitiwiteit	14
1.8.3.3	Analitiese metodes	16
1.9	Verklaring van terme	20
1.10	Die verdere verloop van die studie	21

HOOFSTUK 2

FILOSOFIESE- EN NAVORSINGSPERSPEKTIEWE OOR RUIMTELIKE DENKE EN VAARDIGHEID

2.1	Inleiding	22
2.2	Filosofiese agtergrond	22
2.2.1	Die aard van fisiese ruimte en ruimtelike denke	23
2.2.2	Die funksies van ruimtelike denke	23
2.2.2.1	Mities-ruimtelike denke	23
2.2.2.2	Voorstellende ruimtelike denke	24
2.2.2.3	Wetenskaplike ruimtelike denke	25
2.2.3	Soorte ruimtelike voorstellings	26
2.2.3.1	Ruimtelike berging	26
2.2.3.2	Ruimtelike denke	27
2.2.3.3	Eksterne ruimtelike produkte	28
2.2.4	Die inhoud van ruimtelike voorstellings (denkvoorstellings of eksteme voorstellings)	29
2.3	Navorsing oor ruimtelike denke	31
2.3.1	Navorsing vanuit die empiriese beskouing	32
2.3.1.1	Ruimtelike berging: Navorsing oor die aard van ruimtelike waarneming	32
2.3.1.2	Ruimtelike denke: Navorsing oor denkbeelding en assosiasie	34
2.3.2	Navorsing vanuit die naturalistiese beskouing	40
2.3.2.1	Ruimtelike berging: Die aard van ruimtelike waarneming	41
2.3.2.2	Denkbeelding as 'n ruimtelike denkproses	43
2.3.3	Navorsing vanuit die konstruktivistiese beskouing	44
2.3.3.1	Ruimtelike ontwikkeling volgens Piaget	45
(i)	Ruimtelike berging: Die ontwikkeling van ruimtelike waarneming	45
(ii)	Die ontwikkeling van ruimtelike denke	47
(iii)	Die ontwikkeling van denkbeelding in ruimtelike denke	48

(iv) Ruimtelike produkte	49
2.3.3.2 Olson en Bialystok se teorie van ruimtelike ontwikkeling	53
(i) Ruimtelike berging: Ruimtelike waarneming	53
(ii) Die ontwikkeling van ruimtelike denke	54
(iii) Denkbeelding	58
(iv) Ruimtelike produkte	59
2.4 Samevatting	60
2.4.1 Filosofiese beskouing van ruimtelike denke	60
2.4.2 Tipes ruimtelike voorstellings en inhoude	61

HOOFSTUK 3

DIE ROL VAN RUIMTELIKE VAARDIGHEDE IN MEETKUNDIGE DENKE

3.1	Inleiding	63
3.2	Die verband tussen ruimtelike denke en meetkundige denke	63
3.2.1	Meetkundige bestudering van ruimtelike aspekte	64
3.2.2	Die verband tussen betekenisgewing en meetkundige denke	66
3.3	Ruimtelik-meetkundige berging	66
3.3.1	Denkobjekte	66
3.3.2	Ruimtelik-meetkundige intuïsie	67
3.4	Die aard van meetkundige denke	68
3.4.1	Meetkundige konsepvorming	68
3.4.2	Denkbeelding	69
3.4.3	Die verband tussen denkbeelde en meetkunde konsepte	71
3.4.4	Die ontwikkeling van meetkundige denke	74
3.4.4.1	Van Hiele se vlakke-teorie	74
3.4.4.2	Voor-meetkundige denke	76
3.4.4.3	Meetkundige denke	77
3.4.4.4	Die leerproses tussen denkvlakke	79
3.4.4.5	Denkbeelde en Van Hiele se denkvlakke	82
3.4.5	Die invloed van eksterne ruimtelike produkte op meetkundige denke	83
3.5	Samevatting	87

HOOFSTUK 4

‘N TAAKGERIGTE ONDERSOEK NA KINDERS SE GEOMETRISERING VAN DRIE-DIMENSIONELE HOUERS MET DIE OOG OP AANVANGSMEETKUNDE

4.1	Inleiding	88
4.2	Kriteria vir die keuse van ‘n taak	88
4.3	Die taak	93
4.4	Die voorwerpe wat as empiriese verwysing gebruik is	94
4.5	Die konstruksiemateriaal	97
4.6	Data-insameling	97
4.7	Resultate van die koderingsproses	100
4.7.1	Oop kodering	100
4.7.2	Aksiale kodering	100
4.7.3	Selektiewe kodering	101

HOOFSTUK 5

NAVORSINGSRESULTATE

5.1	Inleiding	103
5.2	Die taakgewing	103
5.2.1	Bespreking	104
5.3	Die konstruksieproses	110
5.3.1	Geheelstrategieë	111
5.3.2	Deelstrategieë	113
5.3.3	Bespreking	115
5.3.3.1	Taal	116
5.3.3.2	Die keuse van strategie volgens ouderdom	117
5.3.3.3	Die keuse van strategie volgens geslag	121
5.4	Faktore wat die konstruksieproses beïnvloed het	123
5.4.1	Die vorm en die aard van die voorwerpe wat as empiriese verwysing gebruik is	123
5.4.2	Die fokus tydens die konstruksieproses	126
5.4.3	Bespreking	129
5.4.3.1	Die verband tussen strategie en fokus	129
5.4.3.2	Fokus volgens ouderdom	130
5.4.3.3	Fokus volgens geslag	131
5.4.4	Meting	131
5.4.5	Bespreking	133
5.4.5.1	Die verband tussen strategie en meting	133
5.4.5.2	Meting volgens ouderdom	134
5.4.5.3	Meting volgens geslag	135
5.4.6	Metodes wat die kinders gebruik het om die konstruksieproses te beplan en te evalueer	136
5.5	Die resultaat van die konstruksieproses	137
5.5.1	Die definisie van 'n suksesvolle houer	137
5.5.2	Bespreking	140
5.5.2.1	Die verband tussen die vorm van die houer en die strategie	140

5.5.2.2 Die vorm van die houer volgens ouderdom	141
5.5.2.3 Die vorm van die houer volgens geslag	142
5.6 Faktore wat meegewerk het tot sukses	142
5.6.1 Die verband tussen strategie en sukses	143
5.6.2 Sukseskoers volgens ouderdom	143
5.6.3 Sukseskoers volgens geslag	144
5.6.4 Sukseskoers volgens fokus	144
5.7 Faktore wat gelei het tot onsuksesvolle houters	144
5.7.1 Bespreking	150
5.7.2 Dimensionele voorkeur	151

HOOFSTUK 6

GEVOLGTREKKINGS EN AANBEVELINGS

6.1	Inleiding	152
6.2	Betekenisgewing	153
6.3	Ruimtelike berging van 3D houers	155
6.4	Ruimtelike denke oor 3D houers	158
6.4.1	Eksplisering van vormeienskappe	160
6.4.2	Eksplisering van struktuureienskappe	161
6.4.3	Denke oor 3D houers in terme van Van Hiele se denkvlakke	163
6.5	3D houers as ruimtelike produkte	165
6.6	Ouderdoms- en geslagsverskille	166
6.7	Gevolgtrekkings	167
6.8	Aanbevelings	167
6.8.1	Soorte ruimtelike voorstellings	168
6.8.2	Soorte ruimtelike take	168
6.9	Verdere navorsing	169
6.10	Tekortkomings	170
6.11	Slotsom	170

BRONNELYS		171
Bylaag 1	Voorbeelde van geheelstrategieë	179
Bylaag 2	Voorbeelde van deelstrategieë	199
Bylaag 3	Voorbeelde van onsuksesvolle metodes	220
Lys van figure		xiv
Lys van tabelle		xvi

LYS VAN FIGURE

Figuur 2.1:	‘n Grafiese voorstelling van ruimtelike situasies en ruimtelike voorstellings op grond van Liben (1981) se indeling	30
Figuur 2.2:	Voorbeeld van ‘n flits as die samestelling van twee soorte geone	42
Figuur 2.3:	Die verskil tussen Logies-wiskundige denke en Sub-logiese denke	48
Figuur 2.4:	Aspekte van Piaget se teorie van ruimtelike ontwikkeling ingedeel volgens Liben (1981) se model van ruimtelike voorstellings	52
Figuur 2.5:	Aspekte van Olson en Bialystok (1983) se teorie van ruimtelike ontwikkeling ingedeel volgens Liben (1981) se model van ruimtelike voorstellings	60
Figuur 3.1:	Net van ‘n kubus.	72
Figuur 3.2:	Net van ‘n kubus	72
Figuur 3.3:	Aspekte van ruimtelik-meetskundige denkontwikkeling ingedeel volgens Liben (1981) se model van ruimtelike voorstellings	86
Figuur 3.4:	Horisontale geometrisering in die konteks van Liben (1981) se model van ruimtelike voorstellings	87
Figuur 4.1:	Die voorwerpe wat as empiriese verwysing gebruik is in Fase 2	95
Figuur 4.2:	Die voorwerp wat as empiriese verwysing gebruik is in Fase 3	96
Figuur 4.3:	Die voorwerp wat as empiriese verwysing gebruik is in Fase 4	96
Figuur 5.1:	Illustrasie van die taakgewing in Graad 7 (Fase 2)	105
Figuur 5.2:	Illustrasie van die taakgewing in Graad 1 om kinders se mitiese betekenisgewing te illustreer (Fase 2)	108
Figuur 5.3:	Voorbeeld van taakgewing tydens Fase 3	109
Figuur 5.4:	Keuse van strategie volgens ouderdom en geslag	117
Figuur 5.5:	Strategievariasies – Graad 1	118
Figuur 5.6:	Strategievariasies – Graad 2	119
Figuur 5.7:	Strategievariasies – Graad 3	119
Figuur 5.8:	Strategievariasies – Graad 7	120
Figuur 5.9:	Keuse van strategie volgens ouderdom	121
Figuur 5.10:	Keuse van strategie volgens geslag	121
Figuur 5.11:	Strategievariasies – seuns	122
Figuur 5.12:	Strategievariasies – meisies	123

Figuur 5.13:	Keuse van strategie volgens die vorm van die voorwerp	125
Figuur 5.14:	Voorbeeld van fokus op'n onvolledige, rigiede denkbeeld	128
Figuur 5.15:	Verband tussen strategie en fokus	129
Figuur 5.16:	Fokus volgens ouderdom	130
Figuur 5.17:	Fokus volgens geslag	131
Figuur 5.18:	Die verband tussen strategie en meting	133
Figuur 5.19:	Meting volgens ouderdom	134
Figuur 5.20:	Meting volgens geslag	135
Figuur 5.21:	Verband tussen ouderdom en meting - meisies	135
Figuur 5.22:	Verband tussen ouderdom en meting - seuns	136
Figuur 5.23:	Die vorm van die houer volgens die strategie	140
Figuur 5.24:	Die vorm van die houer volgens ouderdom	141
Figuur 5.25:	Die aard van die reghoekige prisma volgens ouderdom	141
Figuur 5.26:	Die vorm van die houer volgens geslag	142
Figuur 5.27:	Die verband tussen strategie en sukses	143
Figuur 5.28:	Sukseskoers volgens ouderdom	143
Figuur 5.29:	Sukseskoers volgens fokus	144
Figuur 5.30:	Redes vir mislukking	150
Figuur 5.31:	Anne se voorkeur vir die vertikale dimensie van die houer	151

LYS VAN TABELLE

Tabel 4.1:	Wattanawaha se klassifikasiestelsel vir ruimtelike probleme (DIPT)	91
Tabel 4.2:	Verspreiding van kinders wat aan die ondersoek deelgeneem het	98
Tabel 4.3	Spesifisering van kategorieë (Aksiale kodering)	101
Tabel 4.4:	Die resultaat van selektiewe kodering	102

HOOFSTUK 1

AGTERGROND EN PROBLEEMSTELLING

1.1 Inleiding

In hierdie hoofstuk word die tradisionele beskouing oor meetkunde-onderrig gekontrasteer met moderne beskouings oor meetkunde as die studie van ruimtelike verbande in die leefwêreld van die kind. Die probleemstelling word beredeneer en geformuleer aan die hand van die noodsaaklikheid van inligting oor kinders se intuitiewe begrip van ruimtelike verbande, met die oog op leer met begrip. Begronde teorie-ontwikkeling as navorsingsmetode word ook kortliks toegelig.

1.2 Tradisionele meetkunde-onderrig

Tradisioneel het meetkunde-onderrig in die laerskool uit vormleer en meting bestaan. Kinders moes leer om twee-dimensionele euklidiese vorms soos driehoeke, vierkante, reghoeke en sirkels te identifiseer en te teken. De Moor (1991:119) beskryf 'n interpretasie van vormleer wat die situasie in Suid-Afrikaanse skole tipeer: "Pupils should closely observe real objects in their surroundings in order to grasp elementary geometric concepts such as rectangle, square and so on. In the meantime they could acquire some skill in drawing these figures." In junior primêre klasse is apparaat beskikbaar gestel wat kinders kon natrek, sorteer en gebruik om patrone te pak. Tipiese meetkunde aktiwiteite wat vandag nog in Junior-primêre werkskemas van Gautengskole voorkom, is die volgende:

- sorteer van voorwerpe volgens kleure, grootte, materiaal en vorm
- bepaling van relatiewe posisies van voorwerpe in tekeninge: langs,voor,agter,bo,onder
- visuele diskriminasie: prente wat eenders is
- pak en na-pak van patrone op spykerborde
- vormherkenning: watter twee-dimensionele vorms lyk soos 'n bal, 'n boek, die mat, ensovoorts
- benoeming van kleure en twee-dimensionele geometriese vorms
- patroonwerk met sirkels, driehoeke, vierkante, reghoeke
- simmetriewerk: patroonvoltooiing

Die aktiwiteite word meestal as deel van oriëntering tot graad 1 aangebied en maak nie deel uit van 'n deurlopende leerprogram met 'n geformuleerde einddoel nie. Verskeie skoolgereedheidsprogramme bevat ook items en aktiwiteite om voorgrond-agtergrond onderskeiding, patroonvoltooiing, simmetrie en geheel-deel oefeninge in twee dimensies te doen (Grové:1984; RGN:1984). Ruimtelike denke en kennis word dus as voorwaarde vir skoolgereedheid beskou, maar die ontwikkeling daarvan het in die meetkunde-kurrikulum weinig aandag gekry.

Verskeie navorsingsprojekte dui aan dat leerders onvoorbereid is vir die bestudering van euclidiese meetkunde as 'n deduktiewe sisteem op hoërskool, aangesien meetkundige denke nie voldoende ontwikkel is nie (Clements en Battista, 1992:241). Usiskin (1987:17) gebruik data uit die National Assessment of Educational Progress van 1982 in die Verenigde State van Amerika om aan te toon dat minder as 10% dertienjariges die grootte van die derde hoek van 'n driehoek kan kry as die ander twee hoeke gegee is. Kouba et al (1988) dui ook aan dat kinders swak vaar in die hantering van eienskappe van meetkundige figure en dat visualisering en toepassing ontoereikend is. Hoffer (1983:215) en Burger (1985:52) verwys na navorsing wat toon dat leerlinge op junior-sekondêre vlak andersyds 'n figuur met drie geboë sye, dit wil sê nie reguit lyne nie, as 'n driehoek aanvaar en andersyds slegs figure in die sogenaamde handboekposisie as korrek aanvaar. Verdere voorbeelde van wanbegrippe wat algemeen aangetref word, is (Clements en Battista, 1992,422):

- 'n hoek moet een horisontale straal hê
- 'n lynsegment is nie 'n diagonaal van 'n figuur as dit horisontaal of vertikaal geposisioneer is nie
- 'n vierkant is nie 'n vierkant as die basis nie horisontaal is nie
- slegs 'n gelyksydige driehoek is 'n driehoek
- as 'n figuur vier sye het is dit noodwendig 'n vierkant

Die gegewens is veral verontrustend as ingedagte gehou word dat die doel van meetkunde-onderdig in die laerskool herkenning en benoeming was (Dickson, Brown en Gibson, 1984:21). Nader aan vandag dui 'n ontleding van die uitslae van die wêreldwye Third International Mathematics and Science Study (TIMSS) daarop dat Suid-Afrikaanse kinders sukkel met vrae waar grafiese voorstellings ter sprake kom (Howie & Hughes, 1998:68). Graad 7-leerders in Suid-Afrika wat aan die TIMSS ondersoek deelgeneem het, het ook beduidend swakker gedoen in meetkunde, meting en datavoorstelling as in ander onderwerpe, in vergelyking met die algehele

gemiddelde vir Suid-Afrika (Beaton, E. et al, 1996:44). Simon (1989:375) maak melding van die frustrasie wat hoërskoolonderwysers ervaar ten opsigte van die onvermoë van leerders om stellings wat hulle pas geleer het toe te pas in die oplos van probleme, asook dat leerders sukkel om insigvrae soos die volgende te beantwoord: Wat kan jy sê oor 'n vierhoek waarvan die diagonale mekaar loodreg sny? Geen wonder nie dat Shuster (1975:168) sê dat die onderrig van Euklidiese meetkunde as 'n logiese sisteem gefaal het, en dat een van die negatiewe gevolge van die onderrig is dat meetkunde se toepassingswaarde verlore is vir die meeste leerlinge. Volgens Hoffer (1981:11) word meetkunde as die mees gehate skoolvak aangedui deur eerstejaar kollegestudente en die vernaamste klagte is dat hulle heeltyd stellings moes bewys waarvan hulle nie die sin en betekenis kon verstaan nie.

Die probleme met meetkunde as vak word onder andere daaraan toegeskryf dat geleentheid vir eksplorاسie minimaal is en daar te gou tot meting en berekening van oppervlakte en volume oorgegaan word. Die gevolg is dat leerders die vakinhoud irrelevant en te moeilik vind (Wirzup, 1976:76; Snyman, 1984:33).

Walker Meyberry (1981:44) rapporteer dat pogings tot vernuwing van meetkunde-onderrig wel in handboeke voorkom, maar "these topics are most often skipped in favour of more time to develop computational skills that are comfortable to and valued by elementary teachers." Sy het ook gevind dat 78% Amerikaanse onderwysers in haar ondersoek slegs sowat vyftien klasperiodes per jaar aan meetkunde afstaan in graad twee tot vyf. Meetkunde word oor die algemeen nie deur onderwysers as 'n basiese vaardigheid gesien nie en dikwels in die kortste moontlike tyd slegs oorsigtelik aangebied (Clements en Battista, 1992:422; Hoffer, 1983:211 en De Moor, 1991:135).

1.3 'n Alternatiewe beskouing van meetkunde-onderrig

Gedurende die afgelope dekades het daar groter sensitiwiteit ontwikkel vir leer met begrip (Hiebert, Carpenter, Fennema, Fuson, Wearne, Murray, Olivier, Human, 1999:1) en is kinders se spontane wiskundige denke en ontwikkelingsvlakke toenemend as aanvangspunt vir die onderrig van wiskundekonsepte geneem. Navorsing oor die ontwikkeling van kinders se getalbegrip het ook belangstelling in die ruimtelike ontwikkeling van kinders laat vlamvat. Sedert die sewentigerjare het die akademiese gesprek oor meetkunde-onderrig dus in 'n toenemende mate verskuif vanaf verskillende onderrigbenaderings om klassieke Euklidiese meetkunde te onderrig,

na die ontwikkeling van kinders se ruimtelike denke en vaardigheid (Wheatley en Cobb: 1990; De Moor: 1991; Bishop: 1983b; Martin: 1976; Wirzup: 1976).

Verskeie onderwyskundiges stem saam dat meetkunde-onderrig reeds in die eerste skooljare moet begin en dat die doel van meetkunde-onderrig in die laerskool die beheersing en ordening van die ruimtelike aspekte van die leefwêreld van die kind moet wees (Freudenthal, 1973:123). Meetkunde-onderrig moet aan die kind die geleentheid bied om ruimtelike verskynsels in sy lewe meetkundig waar te neem en te orden, in plaas daarvan dat reeds geordende materiaal aan die kind voorgelê word (Freudenthal, 1973:124, Bishop 1983a:175). Ruimtelike intuïsie, wat die basis vir meetkundige denke vorm, moet doelbewus ontwikkel word (Gravemeijer en Kraemer, 1984:114). Volgens Piaget (1956:499) het kinders 'n wye verskeidenheid aktiwiteite met manipuleerbare materiaal nodig om ruimtelike intuïsie te ontwikkel. Bishop (1980) het dan ook gevind dat leerders wat in laerskole was waar konkrete materiaal as integrale deel van die onderrig hanteer is, beter ruimtelike vaardighede gehad het as kinders wat nie tot konkrete materiaal toegang gehad het nie.

1.4 Alledaagse ruimtelike situasies as konteks vir meetkunde

Volgens Plunkett (in Glenn, 1979:19) is daar twee basiese tipes ruimtelike inhoudes wat bestudeer moet word om ruimtelike insig te ontwikkel, naamlik aspekte van die fisiese omgewing en aspekte van weergawes van die fisiese omgewing. Die fisiese omgewing van die kind is essensiële driedimensioneel, terwyl weergawes van die fisiese omgewing uit prente en diagramme in tweedimensionele ruimte bestaan. Waarneming van en interaksie met aspekte van die fisiese omgewing verskaf inligting oor vorm, kleur, beweging, tekstuur, gewig en ruimtelike posisie. Inligting oor vorm, grootte, posisie en beweging is van belang vir meetkunde (Egsgard, 1969:478), en kinders moet deur aanvangsmetkunde-onderrig gelei word om hierdie aspekte van alledaagse voorwerpe en ruimtelike situasies eksplisiet te maak, sodat dit toeganklik word vir meetkunde-onderrig.

Kurrikulumontwikkeling in Nederland, Australië en Amerika toon ooreenstemming met die siening dat meetkunde as skoolvak gebaseer behoort te word op bestudering van ruimtelike aspekte van die leefwêreld. Die inhoudsindeling van die Freudenthal Instituut (1992:14) se meetkunde-program lyk soos volg:

- kyk-meetskunde (oor hoe die kyk-aksie werk)
- meetkunde van vorms en figure (twee- en driedimensioneel)
- meetkunde van posisie (relatiewe en absolute posisies van voorwerpe) en
- meting

Die National Council of Teachers of Mathematics van Amerika stel voor dat meetkunde en ruimtelike ontwikkeling deel uitmaak van wiskunde-onderrigprogramme, sodat alle leerlinge geleentheid kry om die volgende aspekte te bemeester, aanvanklik deur praktiese werk:

- **“analyze characteristics** and properties of two-and three-dimensional geometric shapes and develop mathematical arguments about geometric relationships
- **specify locations** and describe spatial relationships using coordinate geometry and other representational systems
- **apply transformations** and use symmetry to analyze mathematical situations
- **use visualization**, spatial reasoning, and geometric modeling to solve problems”

(Hyperlink [<http://standards.nctm.org/document/chapter3/geom.html>]: 30 Oktober 2000.)

Die Kurrikulum Raad van Australië dui die meetkundekurrikulum bloot as *Space* aan en beskryf die volgende twee uitkomst:

- “Visualise, draw and model shapes, locations and arrangements and predict and show the effect of transformations on them
- Reason about shapes, transformations and arrangements to solve problems and justify solutions”

(Hyperlink [<http://www.curriculum.wa.edu.au/pages/framework/framework08b15.htm>]: 25 Oktober 2000)

Kurrikulum 2005 sluit ook hierby aan:

- Uitkoms 7: “ Describe and represent experiences with shape, space, time and motion using all available senses” en
- Uitkoms 8: “Analyse natural forms, cultural products and processes as representations of shape, space and time.”

Alhoewel uitbouing van die kurrikulum en konteksgewing nog nie afgehandel is nie, word posisies van voorwerpe en die bestudering van twee- en driedimensionele voorwerpe as onderwerp van studie voorgestel (Nasionale Onderwys Departement, 1997: 121–124).

1.5 Die rol van ruimtelike kennis en vaardighede

Navorsing oor tekeninge van drie-dimensionele liggame het die kollig laat val op visualisering as 'n ruimtelike vaardigheid. Verskeie didaktici voer aan dat visualisering 'n sentrale rol speel in die ontwikkeling van ruimtelike en meetkundige denke (Yakimanskya, 1991; Bishop, 1983b, Gutiérrez, 1993).

Alhoewel daar nie eenstemmigheid is oor die definisie van ruimtelike vaardigheid en ruimtelike insig nie, word visualisering en begripsbeweeglikheid tussen twee en drie dimensies algemeen as onderskeibare vaardighede aangegee (NCTM Standards for School Mathematics: Geometry:8; Mitchelmore, 1980 en Yakimanskya, 1991). Bishop (1983b:177) onderskei tussen twee ruimtelike vaardighede, naamlik die inhoudsgebonde, konteksafhanklike vaardigheid om figuratiewe inligting te interpreteer (IFI) en 'n proses- vaardigheid om visuele beelde in die denke te manipuleer (VP). Eersgenoemde spreek die feit aan dat visuele voorstellings kultuurgebonde is en op konvensies berus – dink maar aan verskillende soorte kaarte en grafieke. Laasgenoemde behels visualisering en die vermoë om nie-figuratiewe inligting visueel voor te stel. Bishop se onderskeid help om navorsing wat in die sielkunde gedoen is oor ruimtelike ontwikkeling te interpreteer met die oog op meetkunde-onderrig.

Die medium waarin 'n voorstelling van ruimtelike aspekte gemaak word, byvoorbeeld taal, tekeninge of konstruksies, stel ook klaarblyklik verskillende eise aan visualisering, aangesien elke medium verskillende aspekte van die situasie onder die vergrootglas plaas. So verskil die analise van 'n denkbeeld van 'n voorwerp om die aard van perspektief te ondersoek met die doel om 'n tekening van 'n voorwerp te maak, van die analise van die dele en hulle onderlinge samestelling met die doel om 'n net vir 'n voorwerp te ontwerp en die voorwerp te bou (Piaget en Inhelder, 1956; Hoffer, 1981, Mitchelmore, 1980; Eliot, 1987:130). Dit beteken dat in navorsing oor ruimtelike denke en vaardighede die medium waarin die denke beoefen word, in gedagte gehou moet hou.

'n Belangrike refrein wat telkens voorkom in navorsing oor kinders se ruimtelike en meetkundige denke, is dat daar 'n ontwikkelingslyn is. Piaget, Inhelder en Szeminska (1960) sê onder andere dat kinders aanvanklik slegs topologiese ruimtelike eienskappe (byvoorbeeld nabyheid of skeiding) kan begryp, dan perspektief-eienskappe (byvoorbeeld dat 'n voorwerp wat uit verkillende posisies waargenem word, steeds dieselfde voorwerp bly) totdat hulle uiteindelik

euklidiese eienskappe (soos grootte, hoeke of parallelle lyne) kan begryp. Volgens Piaget is die ontwikkeling aan ouderdom gebonde. Hierdie *topological primacy thesis* word nie deur alle navorsers onderskryf nie. Van Hiele (1982) se teorie dat meetkundige denkontwikkeling in hiërargiese vlakke geskied en deur onderrig eerder as ouderdom bepaal word, het 'n belangrike invloed op denke oor meetkundeprogramme gehad. Van Hiele se navorsing is egter gedoen met kinders in hulle eerste hoërskooljaar, en sedertdien het belangstelling ontwikkel in kleiner kinders se meetkundige denke. Verskeie navorsers (Clements en Battista, 1992; Clements, Swaminathan, Hannibal en Sarama, 1999) voer aan dat Van Hiele se teorie nie voldoende voorsiening maak die beskrywing van kleiner kinders se denke nie. (Teorieë oor ruimtelike en meetkundige denkontwikkeling word in hoofstukke 3 en 4 bespreek).

Navorsing met kleiner kinders het ook aan die lig gebring dat kinders se betekenisgewing 'n belangrike rol speel. Yackel en Wheatley (1990:55) het gevind dat kinders meetkundige lyndiagramme beskryf as alledaagse drie-dimensionele voorwerpe, soos *a kite with a string*, of, *my aunt's house*, en sê “pupils’ visual images were based on the meanings they gave to the drawing” (ibid). Lunkenbein (1983:173) ondersteun die waarneming en het dieselfde tendens by volwassenes gevind wat nie vorige ondervinding van meetkunde gehad het nie.

1.6 Probleemstelling

Tot dusver is navorsing oor die ontwikkeling van ruimtelike denke en vaardigheid hoofsaaklik vanuit 'n sielkundige perspektief gedoen, en kan dit nie sonder meer van toepassing gemaak word op meetkunde-onderrig nie. Verskeie meetkunde didaktici voer aan dat navorsing oor kinders se begrip van ruimtelike aspekte vanuit 'n onderwysoogpunt noodsaaklik is voordat daar tot kurrikulering oorgegaan word (Del Grande, 1983; Cobb en Steffe, 1983; Clements en Battista, 1992). Lesh (1979:54) wys daarop dat kinders se eerste wiskundige oordele gewoonlik op “messy” primitiewe konsepte berus, en Hiebert en Carpenter (1992:70) beklemtoon verder dat die ontwikkeling van begrip in wiskunde as 'n dinamiese proses beskou moet word, eerder as 'n netjiese lineêre verloop. Navorsing oor kinders se primitiewe *morsige* konsepte van alledaagse ruimtelike voorwerpe is dus nodig, sodat aanvangsmeetkunde die kind se ervaringswêreld sinvol as vertrekpunt kan neem. In besonder wys Montangero (1976) daarop dat onderwysmetodes gebaseer moet word op die resultaat van navorsing wat gerig is op die spesifisering van individuele kognitiewe eienskappe, en wat die prosesse beskryf wat verband hou met die gebruik van spesifieke kognitiewe strukture. Hy dui twee soorte navorsing aan wat hierdie doel sal dien,

naamlik studies wat die verskille in die aanleer van ruimtelike konsepte ontleed en studies wat die organisasie van aksies (performance strategies) bestudeer wanneer kinders ruimtelike probleme oplos.

Navorsing wat wel oor meetkunde-onderrig gegaan het, het tot dusver hoofsaaklik op kinders se begrip van twee-dimensionele figure gekonsentreer, waarskynlik as gevolg van die druk van die tradisionele euklidiese meetkundekurrikulum op hoërskool. 'n Gewilde veld van ondersoek is kinders se tekeninge van drie-dimensionele voorwerpe en die ontwerp van nette vir die Platoniese liggame (Potari en Spiliotopoulou, 1992; Mitchelmore, 1980; Eliot, 1987). Die ruimtelike voorstellings in sulke ondersoeke is dus ook in die twee-dimensionele ruimte. Navorsing oor kinders se ruimtelike voorstellings in drie-dimensionele ruimte het hoofsaaklik deur middel van blokbousels en manipulering van bloksamestellings plaasgevind. Van Niekerk (1997) se navorsing oor die ruimtelike ontwikkeling van jong kinders het aktiwiteite ingesluit waar kinders voorstellings in verskillende dimensies moes maak. Met betrekking tot die ontwerp van nette vir drie-dimensionele voorwerpe, verwys sy daarna dat die kinders denkbeelde moes vorm en sê "...more than the tactical or sensory-motor skills were needed to construct the correct solids" (1997:279). Die vraag is watter ander vaardighede speel 'n rol? Verder postuleer Piaget se teorie oor die ontwikkeling van ruimtelike denke dat die ontwikkeling van visualiseringsvaardighede berus op die proses van internalisering van aksies (Bishop, 1983a:185). Watter aksies moet die kind uitvoer om die vaardighede te ontwikkel wat nodig is vir denkbeelding of visualisering in meetkunde?

Van Niekerk (1997:224) dui verder aan dat die kinders in haar ondersoek van twee verskillende strategieë gebruik gemaak het om nette vir voorwerpe te ontwerp, naamlik *mental-visual* en *mechanical* strategieë. 'n Meganiese strategie is gekenmerk deur die hantering van die fisiese voorwerpe waarvoor nette gemaak moes word, en het baie probeer-tref handelinge ingesluit. Die meganiese strategie is deur die meeste kinders gebruik, terwyl die visuele denke-strategie, wat deur 'n "plan" gekenmerk word, eers later in haar ondersoek na vore gekom het, toe die kinders reeds ervaring gehad het van die ontwerp van nette. Hierdie navorser is egter juis geïnteresseerd in moontlike redes waarom kinders bepaalde strategieë kies en hoe strategieë ontwikkel.

Wanneer aanvaar word dat die vertrekpunt van meetkunde-onderrig in die laerskool die geometrisering van aspekte uit die leefwêreld van die kind moet wees, is dit voor die hand liggend dat drie-dimensionele voorwerpe aanspraak maak op bestudering (Usiskin, 1987). Volgens Olson

en Bialystok (1983:56,59) is dit egter nie vanselfsprekend dat kinders bewus is van die meetkundige vorm en struktuur van voorwerpe op grond van waarneming nie, en kan kinders se begrip van die meetkundige eienskappe van sulke voorwerpe slegs deur middel van hulle konstruksies tydens die oplos van 'n probleem afgelei word. Dit is dus die skool se taak om die kind te lei om meetkundig na sy omgewing te kyk, en vormeienskappe uit voorwerpe te abstraher.

Kinders kom bykans daaglik met drie-dimensionele verpakkings in aanraking, soos byvoorbeeld tandepastahouers, ontbytgraanhouders en kartondose van verskillende ontwerpe, vorms en groottes. 'n Gewilde aktiwiteit in aanvangsmeetkunde is om kinders te vra om sulke voorwerpe toe te draai sonder oorvleueling van die papier en sodoende die net van die houer te ontwerp. Alternatiewelik word kinders gevra om hulle te verbeel dat die houer op sy rande oopgesny word, sodat al die vlakke plat op die tafel kan lê, maar nogtans aan mekaar vas is. Hierdie navorser beskou dié soort opdragte as reeds buite die alledaagse leefwêreld van die kind. Daarmee word nie beweer dat sulke aktiwiteite nutteloos is nie, maar eerder dat die moontlikheid bestaan dat kinders nete leer ontwerp en nogtans nie die kennis operasioneel kan aanwend om 'n houer te maak nie. Verder is talle houers in die kind se alledaagse lewe nie gemaak volgens 'n tipiese net nie (dink maar aan Tetra-houers, soos die waarin vrugtesap en melk verpak word), en word die geleentheid tot ander moontlike meetkundig interessante en intuïtiewe ontwerpe van houers misgekyk.

Die navorser aanvaar die eis dat kinders tydens meetkunde-onderrig geleentheid moet kry om sinvolle meetkundige konsepte te konstrueer aan die hand van geskikte aktiwiteite. Daarom is die konsep van 'n net nie aan die kinders voorgehou in die ondersoek nie, maar aan die kinders oorgelaat om 'n plan te maak om 'n drie-dimensionele houer uit karton te maak. Die moontlikheid dat kinders oor kennis van nete beskik en dit as bruikbaar beskou is dus oop gelaat, sowel as die moontlikheid om inligting te bekom oor strategieë en intuïesies van kinders wat nie die konsep van nete ken nie.

Hierdie studie het dus gepoog om die ruimtelike vaardighede en kennis wat kinders gebruik om 'n drie-dimensionele konstruksieprobleem op te los, te identifiseer. Kinders se intuïtiewe kennis van alledaagse houers is as vertrekpunt geneem en die volgende aspekte is ondersoek:

- die betekenis wat kinders aan die taak toeken
- kinders se vermoë om 'n denkbeeld te skep en te manipuleer om 'n drie-dimensionele houer te bou vir 'n voorwerp wat as empiriese verwysing dien
- kinders se strategieë en prosesse om die probleem op te los

- moontlike ouderdoms- en geslagsverskille
- die rol wat meting speel
- moontlike ooreenkomste met Van Hiele-denkvlakke. (Van Hiele se teorie oor vlakke in die ontwikkeling van meetkundige denke word in Hoofstuk 3 behandel)

Die inligting wat verkry is behoort op die volgende maniere van belang te wees vir didaktici en in die ontwikkeling van meetkunde leerprogramme in die laerskool (Murray, 2000:2):

- om die onderwyser se fokus te verskuif van haarself en die inhoud wat gedek moet word, na die ontwikkeling van leerlinge se konsepte
- om onderwysers te help om klaskamergebeure en leerprogramme deurlopend aan te pas by leerlingbehoefte
- om onderwysers, materiaalstrykers en onderwysowerhede te help met kurrikulumontwerp
- om modelle en teorieë te ontwikkel of te verfyn oor hoe konsepte en begrip ontwikkel

1.7 Empiriese navorsing

Die navorser het 'n konstruksietaak, naamlik om 'n houer vir 'n voorwerp uit karton te bou, aan kinders in graad 1, graad 2, graad 3 en graad 7 gegee met die oog op die kontrastering van bevindings tussen kinders van verskillende ouderdomme en geslagte. Aangesien daar min soortgelyke navorsing gedoen is oor kinders se metodes om drie-dimensionele konstruksieprobleme op te los, is daar eers 'n verkennende ondersoek gedoen by een skool. Na die verkennende ondersoek het die navorser tot die gevolgtrekking gekom dat kliniese onderhoude met die oog daarop om kinders te laat verduidelik waarom hulle sekere probleemoplossingsmetodes gebruik het, nie die nodige inligting sal oplewer nie. Hierdie vermoede is gesterk deur literatuur wat daarop dui dat introspektiewe of retrospektiewe verslae onbetroubare inligting oor die hantering van denkbeelde gee (Lohman, 1979:191; Ginsburg, Kossan, Schwarz en Swanson, 1983:13). Dit het gelei tot die gebruik van kleiner groepe kinders, buite die gewone klassituasie, sodat hulle hantering van die materiaal sorgvuldig met 'n videokamera afgeneem kon word. Die kinders se produkte is ook ingeneem vir bestudering. Waar moontlik is onderhoude met die kinders gevoer na afloop van die probleemoplossing en by 'n later geleentheid is ongestruktureerde onderhoude aan die hand van 'n skedule met ses kinders wat die probleem opgelos het, gevoer.

Ander navorsing waarin die optrede van kinders tydens probleemoplossing ontleed is, en nie primêr hulle taalverduidelikings nie, is gedoen deur Wheatley en Cobb (1990:275), Mansfield en Scott (1990:162) en Van Niekerk (1997). Volgens Wheatley en Cobb (ibid) kan kinders se gebruik van denkbeelde en die betekenis wat hulle aan ruimtelike situasies gee, afgelei word uit die kinders se waarneembare, uiterlike optrede tydens probleemoplossing. Wheatley en Cobb sowel as Mansfield en Scott se navorsing is met individuele kinders in 'n onderhoudsituasie gedoen, terwyl Van Niekerk se navorsing met groepe kinders in 'n onderrigsituasie gedoen is. Hierdie navorser het ook groepe kinders gebruik, aangesien die kinders in haar ondersoek gewoond is daaraan om hulle idees met mekaar te bespreek in die wiskunde klas.

1.8 Die metode van ondersoek

1.8.1 Taakgerigte ondersoek

Piaget het die taakgerigte ondersoek (revised clinical interview) ontwikkel, aangesien verbale kliniese onderhoude dikwels ontoereikend was vir sy navorsing met jong kinders. Hy het gevolglik konkrete materiaal as empiriese verwysings aan die kinders in sy ondersoek beskikbaar gestel, met die veronderstelling dat hulle hantering van die voorwerpe 'n aanduiding gee van hulle denkprosesse. Taakgerigte ondersoek genereer dus verbale data soos 'n kliniese onderhoud, sowel as nie-verbale data op grond van die navorser se waarneming van kinders se optrede (Ginsburg, Kossan, Schwarz, & Swanson, 1983:11).

Kognitiewe ontwikkelingsnavorsing, wat onder andere taakgerigte ondersoek as metode gebruik, het drie doelwitte, naamlik

- om intellektuele aktiwiteit te ontlok
- om die aard en organisasie van denkprosesse te spesifiseer, en
- om die kind se vlak van van kognitiewe denke te beskryf

(Ginsburg et al, 1983:11)

Dus moet take wat gebruik word in taakgerigte ondersoek kompleks genoeg wees om 'n aaneengeskakelde reeks denkprosesse te ontlok.

'n Taakgerigte ondersoek is ontwikkelend en siklies van aard. Aan die begin is die ondersoek verkennend en redelik onspesifiek, aangesien die navorser eers die relevante verskynsels en die onderliggende kognitiewe prosesse moet vasstel. Die ongestruktureerde aard van hierdie fase

maak dit vir die navorser moontlik om die kind se primitiewe begrippe aan die lig te bring. Op 'n meer gespesifiseerde vlak van navorsing, poog die navorser om presiese beskrywings van kognitiewe prosesse te gee, deur verdere data-insameling en ontleding. Verkenning en spesifisering word gedurig afgewissel en rig mekaar wederkerig (Ginsburg et al, 1983:12).

1.8.2 Video-opnames as metode vir data-insameling

Video-data maak dit moontlik om data-ontleding in siklusse te doen namate die navorsingsvraag verfyn en hipoteses gevorm word (Jacobs, Kawanaka & Stigler, 1999:718). Met behulp van video-opnames kan kwalitatiewe en kwantitatiewe ontleding geïntegreer word, aangesien groter hoeveelhede data hanteer kan word. In teenstelling met konvensionele kwalitatiewe of kwantitatiewe data wat lineêr versamel en ontleed moet word, bied video-data geleentheid om herhaaldelik en met nuwe doelstellings en invalshoeke na die data terug te keer. Jacobs et al. (1999:719) beskryf die analitiese proses soos volg:

“First continual viewings of the tapes help generate informed ideas and analyses. Next, quantitative analysis allows for the validation of discoveries by watching the videos. Then, qualitative analysis leads to clearer interpretations of the results from the statistical analyses. Looping through the cycle many times helps to generate new questions, refine coding systems, and locate footage that can serve to exemplify particular findings.”

1.8.3 Begronde teorie-ontwikkeling

Met die oog op kwalitatiewe navorsing wat kinders se intuïesies en denkprosesse oor die konstruksie van houers na vore sal bring, het die navorser gebruik gemaak van 'n taakgerigte ondersoek. Die ontleding van die data is gedoen aan die hand van Strauss en Corbin (1990) se prosedure vir die ontwikkeling van begronde teorie (grounded theory). Volgens Strauss en Corbin (1990:19) kan kwalitatiewe metodes gebruik word om veranderlikes van 'n verskynsel waaroor daar min inligting beskikbaar is, bloot te lê. Kwalitatiewe metodes kan ook komplekse verbande tussen veranderlikes blootlê en beskryf, wat moeilik met kwantitatiewe metodes gedoen kan word (sien ook Jacobs et al, 1999:718).

Die navorser het hierdie metode van kwalitatiewe ondersoek gekies, omdat die video-data wat versamel is in hierdie ondersoek dit moontlik gemaak het om te begin by vraagstelling oor die verskynsel wat ondersoek is en deur siklusse van ontleding te werk soos hierbo beskryf. Begronde

teorie-ontwikkeling bied 'n duidelike raamwerk vir wisselwerking tussen induktiewe afleidings en deduktiewe afleidings oor die verskynsel wat ondersoek word. Analitiese prosesse en die wisselwerking tussen die prosesse om betroubaarheid en geldigheid te verseker, word duidelik uiteengesit. Die navorser se doel was nie om uiteindelik 'n teorie te ontwikkel nie, maar om sover moontlik verbande te lê wat kinders se intuïesies, kennis en vaardighede beskryf in 'n situasie waarvoor daar min inligting in die literatuur te vind is.

Vervolgens word 'n beskrywing van die prosedure van begronde teorie-ontwikkeling gegee.

'n Begrunde teorie (grounded theory) word induktief bereik vanuit die bestudering van die verskynsel waarvoor die uiteindelijke teorie gaan. Data-insameling, analise en teorie staan in 'n wederkerige verhouding tot mekaar. Daar word nie begin met 'n teorie nie, maar met die bestudering van die verskynsel met die doel om die relevante inligting na vore te bring (Stauss en Corbin, 1990:23). 'n Begrunde teorie verskil van 'n blote beskrywing van 'n verskynsel ten opsigte van die interpretasie van die data. Tydens begronde teorie-ontwikkeling word verbandhoudende data saamgegroeper en van 'n konseptuele etiket voorsien. Dit beteken dat die data doelbewus geïnterpreteer word. Konsepte word verder met mekaar verbind deur hipoteses van verwantskap. In teenstelling hiermee, behels 'n beskrywing van 'n verskynsel min of geen interpretasie van data (sien ook Charmaz, 1983).

Die toepasbaarheid van 'n begrunde teorie op die verskynsel wat beskryf word, word getoets aan die volgende vier kriteria:

- passing met die realiteit van die verskynsel
- begrypbaarheid vir deelnemers en waarnemers
- veralgemeenbaarheid na verwante kontekste
- bruikbaarheid as kontrole-instrument vir optrede ten opsigte van die verskynsel (Glaser, 1978:3 en Strauss & Corbin, 1990:23).

Die eerste drie kriteria spreek vanself. Die kriterium vir bruikbaarheid as 'n kontrole-instrument beteken dat hipoteses van verwantskappe tussen verskillende konsepte later die basis kan vorm vir ingryping in die verskynsel.

1.8.3.1 Die navorsingsvraag

Onderliggend aan begroonde teorie-ontwikkeling as navorsingsmetode is die veronderstelling dat nie al die veranderlikes en konsepte wat betrekking het op 'n verskynsel al gedefinieer is nie - ten minste nie in die spesifieke omstandighede van die navorsing nie - of dat die verbande tussen die onderhawige konsepte nie volledig verstaan word of ontwikkel is nie. Die navorsingsvraag moet dus so gestel word dat dit buigsaamheid toelaat en vryheid gee om die verskynsel in diepte te verken. Die vraag identifiseer die fokus van die navorsing en is prosesgeoriënteerd. Wanneer die data geanaliseer word, word die navorsingsvraag voortdurend verfyn en meer spesifiek gemaak. Die navorsingsvraag waarmee die navorser begin het was “Watter ruimtelike kennis en vaardighede gebruik kinders in die oplos van 'n drie-dimensionele konstruksieprobleem?” Deur die verloop van die ondersoek is die vraag telkens verfyn om eienskappe wat na vore getree het in te sluit. Byvoorbeeld:

- wat is die invloed van die probleemstelling op die kinders se keuse van 'n probleemoplossingstrategie?
- wat is die verband tussen die gekose probleemoplossingstrategie en sukses of mislukking?
- watter ander faktore gee aanleiding tot mislukking?

1.8.3.2 Teoretiese sensitiwiteit

Teoretiese sensitiwiteit verwys na die vermoë om betekenis aan data toe te ken en te onderskei tussen verbandhoudende en nie-verbandhoudende inligting. Bronne van teoretiese sensitiwiteit is literatuurstudies, professionele ondervinding, persoonlike ondervinding en die analitiese proses. Teoretiese sensitiwiteit word ontwikkel deur vrae oor die data te vra, vergelykings te tref met verbandhoudende studies, na te dink oor waarnemings, hipoteses te ontwikkel en klein teoretiese raamwerke te ontwikkel oor die konsepte en die verbande tussen die konsepte. Die navorser gebruik hierdie inligting en begrip dan om die data opnuut te bestudeer. Dit is dus uiters belangrik om die keuse en insameling van data te verweef met analise van die data, sodat insig vermeerder kan word en die parameters van die ontwikkelende teorie herken kan word (Glaser, 1978).

Om balans tussen kreatiwiteit en teoretiese passing te verseker, is dit noodsaaklik om deurgaans doelgerig seker te maak dat die realiteit van die navorsingsverskynsel nie uit die oog verloor word nie. Dit kan gedoen word deur van tyd tot tyd terug te staan en te vra of die hipoteses en verbande

wat gelê word, passing toon met die verskynsel. Verder behoort die navorser deurentyd skepties te wees oor bevindings en dit as voorlopig te ag, totdat dit ondersteun word deur die data.

Die gebruik van literatuur in begronde teorie-navorsing verskil van kwantitatiewe navorsing. Tydens navorsing wat gerig is op begronde teorie-ontwikkeling is die doel om veranderlikes en verwantskappe te identifiseer, in teenstelling daarmee om reeds-geïdentifiseerde veranderlikes en verwantskappe te toets. Literatuur het die volgende gebruike in begronde teorie-navorsing:

- Literatuur word gebruik om teoretiese sensitiwiteit te ontwikkel

Alhoewel die navorser moet waak teen sluiting van sy denke en waarneming, is daar dikwels konsepte oor verwante verskynsels wat so gereeld in die literatuur bespreek word, dat dit as beduidend geag kan word vir die onderhawige navorsing. Hier is veral beskrywende navorsing van belang, omdat dit gewoonlik akkuraat is en min interpretasie gee. Kennis van bestaande teorieë en filosofieë kan ook help om te besluit hoe om die navorsing te benader en die data te interpreteer. Wanneer die doel met navorsing is om 'n bestaande teorie uit te brei, kan die navorser wel by die bestaande teorie begin en probeer vasstel hoe toepaslik die teorie in nuwe en veranderde kontekste is (Strauss en Corbin, 1990:51).

- Literatuur word gebruik as sekondêre bronne van data

Aanhalings en beskrywings in die literatuur kan ontleed word aan die hand van kwalitatiewe prosedures met die oog op eie navorsing.

- Literatuur stimuleer vraagstelling

Tydens data-insameling sowel as tydens die analitiese proses, mag ooreenkomste of verskille met die literatuur gevind word wat die navorser noop om vrae te stel en nuwe inligting in te win.

- Literatuur kan help om die teoretiese steekproefneming te rig

Inligting verkry uit die literatuur kan die navorser help om 'n verskeidenheid data in te samel wat dalk nie ooglopend verband sou hou met die verskynsel nie. In hierdie studie het primitiewe metodes van meting byvoorbeeld nie ooglopend verband getoon met die konstruksiestrategie nie, maar nadat daar oor meting nagelees is, het die navorser in selektiewe steekproefneming gesoek na voorbeelde van primitiewe metodes van meting.

- Literatuur kan gebruik word vir bykomende geldigheid (validation)

Wanneer die teorie gevorm is, kan die literatuur gebruik word om ooreenkomste of verskille aan te dui met ander navorsing in die veld.

- Nie-tegniese literatuur soos videos, veldnotas en eie produksies deur die subjekte in die navorsing, speel 'n belangrike rol in kwalitatiewe navorsing en word as 'n primêre bron van inligting beskou

Die navorser se eie teoretiese en vakbeskoulige verwysingsraamwerke kan egter nie buite rekening gelaat word nie. Hierdie navorser is van mening dat meetkunde kennis aktief deur kinders gekonstrueer word.

1.8.3.3 Analitiese metodes

Kodering is die ontleding en konseptualisering van data en die sintese van die data op nuwe maniere. Begronde teorie-ontwikkeling behels drie tipes kodering, naamlik:

- oop kodering
- aksiale kodering, en
- selektiewe kodering

Konsepte is die basiese boustone vir 'n teorie, en dus is konseptualisering van data die eerste stap in die analitiese proses. Oop kodering behels die benoeming en kategorisering van konsepte op grond van ondersoek van die data. Tydens oop kodering word data afgebreek in diskrete dele en ondersoek aan die hand van die volgende analitiese prosedures:

- vergelyking om ooreenkomste en verskille te vind
- vraagstelling oor inligting wat uit die ondersoek na vore kom

Hierdie prosedures help die navorser om akkuraat en spesifiek te wees in die proses van konseptualisering en kategorisering van die data. Die navorser se eie aannames word bevraagteken en ondersoek om tot nuwe insigte te lei. In hierdie navorsing het die navorser aanvaar dat die kinders se optrede vir hulleself sin maak, sodat oop kodering gedoen is van die kinders se fisiese handeling, hulle taaluiting, sowel as die produkte waarmee hulle geëindig het.

Konsepte wat tydens die eerste stap geïdentifiseer en benoem is, en op dieselfde verskynsel betrekking het, word saamgegroepeer in voorlopige kategorieë. Die verskynsel wat deur 'n spesifieke kategorie verteenwoordig word, word konseptueel benoem op 'n meer abstrakte vlak as die konsepte self (Strauss en Corbin: 1990).

Konsepte vertoon eienskappe en eienskappe vertoon 'n bepaalde dimensie. Die dimensie van 'n eienskap dui op die plasing van die eienskap op 'n kontinuum. Eienskappe en dimensies van konsepte moet ontwikkel word om die navorser in staat te stel om verwantskappe tussen kategorieë en sub-kategorieë te lê.

Aksiale kodering is die proses waardeur data, ná oop kodering, weer saamgevoeg word deur verbande tussen 'n kategorie en sy sub-kategorieë te lê. Op dié manier word hoofkategorieë gevorm.

Die fokus tydens aksiale kodering is op die spesifisering van 'n kategorie in terme van

- die toestande wat aanleiding gegee het tot die kategorie
- die konteks waarin die kategorie voorkom
- die aksie/interaksie strategieë wat gebruik word en
- die gevolge van die strategieë

Die konteks, strategieë en gevolge vorm sub-kategorieë wat die kategorie in besonderhede beskryf. Alhoewel oop kodering en aksiale kodering onderskeibare analitiese prosesse is, beweeg die navorser tydens die koderingsproses heen en weer tussen die twee koderingswyses.

Sub-kategorieë word verbind met kategorieë volgens 'n model wat verbande tussen oorsake, verskynsel, konteks, beïnvloedende faktore, aksie/interaksie strategieë en gevolge aandui. Die proses is kompleks, aangesien die volgende vier analitiese stappe omtrent gelyktydig uitgevoer moet word:

- die lê van hipotetiese verbande tussen sub-kategorieë en kategorieë, wat die aard van die verbande tussen die kategorie en die verskynsel aandui
- die toetsing (verification) van die verbande teen werklike data
- die voortdurende soek na eienskappe van kategorieë en sub-kategorieë en die dimensionalisering van die eienskappe
- die soek na variasie en patrone in die data

Tydens selektiewe kodering word die kernkategorie gekies en sistematies met die ander kategorieë geïntegreer. Die verbande tussen die kernkategorie en ander hoofkategorieë word getoets teen die data, en kategorieë wat nog nie volledig ontwikkel is nie, word verder ondersoek. Selektiewe

kodering is 'n meer abstrakte proses as aksiale kodering, alhoewel die analitiese metodes ooreenstem.

Die grense tussen die verskillende tipes kodering is kunsmatig in die sin dat dit nie noodwendig in opeenvolgende fases gedoen word nie. Die navorser beweeg gedurig van die een tipe kodering na die ander. Oop kodering en aksiale kodering verskaf inligting vir selektiewe kodering. Analise en data- insameling moet egter hand aan hand gaan, aangesien die kodering telkens aandui watter vrae nog onbeantwoord is, of watter verbande nog te skraps geformuleer of bevestig is.

Teorieformulering neem ook 'n aanvang tydens selektiewe kodering. Wanneer die kernkategorie gekies is, en met die ander kategorieë geïntegreer word, word 'n beskrywing van die nagevorsde verskynsel in die lig van die kodering gedoen. 'n Konseptuele *storielyn* word ontwikkel wat die oorsake, kategorieë, eienskappe, omstandighede, strategieë en gevolge aaneenskakel. Die storielyn word gedurig in die lig van die data getoets, en dien as riglyn om kategorieë te orden en te herorden totdat 'n geïntegreerde, analitiese beskrywing van die verskynsel bereik word.

'n Belangrike deel van begronde teorie-ontwikkeling is die aandui van proses-eienskappe in die analise van die verskynsel. Proses-integrasie is die navorser se manier om verandering te verklaar. Prosesbeskrywing gee 'n aanduiding van reekse aksies/interaksies wat verband hou met die hantering van of die reaksie op die verskynsel wat ondersoek word. Reekse aksies/interaksies kan verbind word met die verskynsel deur kennis te neem van die volgende aspekte:

- die verandering van faktore wat die aksie/interaksie beïnvloed oor 'n tydperk
- die reaksie op die veranderinge
- die gevolge van die reaksie, en
- die invloed van die gevolge vir die volgende reeks aksies/interaksies

Prosesse kan hoofsaaklik op een van twee maniere gekonseptualiseer word: as fases in 'n verloop van handeling en 'n verklaring van die faktore wat die verloop laat versnel, tot stilstand kom, of regresseer; of as 'n nie-progressiewe beweging, dit is, aksies/interaksies wat buigsaam, vloeibaar en reaktief is ten opsigte van die veranderende omstandighede. In hierdie geval het prosesse na vore gekom waar leerlinge geregresseer het tydens die konstruksieproses, of 'n insig bereik het wat hulle gehelp het om die probleem op te los nadat hulle aanvanklik gesukkel het.

Begronde teorie is 'n transaksionele stelsel en stel die navorser in staat om die interaktiewe aard van verskynsels te bestudeer. 'n Transaksionele stelsel het die volgende eienskappe:

- dit bestaan uit interaktiewe en verweefde beïnvloedingsvlakke, wat wissel van breë, algemene invloede in die buitewêreld tot spesifieke invloede wat direk op die verskynsel van toepassing is
- invloede op enige vlak kan betrekking hê op die verskynsel wat ondersoek word, as oorsake van, kontekste vir of faktore wat aksie/interaksie beïnvloed
- die kern van die transaksionele stelsel is aksie/interaksie
- aksie/interaksie vind plaas in verbandhoudende reekse en is uiteraard 'n proses
- verskeie gevolge tree na vore as gevolg van aksie/interaksie. Die gevolge kan invloede verander en self toekomstige aksie/interaksie-reekse beïnvloed
- temporaliteit is vervat in die invloede. Wanneer die navorser die aksie/interaksiereeks analiseer, word momente eerder as tydperke bestudeer, met relevante verlede-, hede- en toekomspektiewe

Breë beïnvloedende faktore wat in hierdie ondersoek in ag geneem is, is die ouderdom en geslag van die kinders, asook die algemene siening van wiskunde as 'n skoolvak - slegs skole wat probleemgesentreerde getalonderrig doen is by hierdie ondersoek betrek. Direk-beïnvloedende faktore wat na vore gekom het is persoonlike betekenisgewing, ruimtelike vaardighede, meetkundige vaardighede, handvaardighede en probleem-oplossingsvaardighede. Die samehang en gevolge van hierdie faktore op die probleemoplossingsproses is induktief sowel as deduktief nagevors, en herhaaldelik aan die data getoets. Toetsing van die verbande wat op hierdie stadium ontwikkel is, het selektiewe steekproefneming vereis.

Die eise van betroubaarheid en geldigheid word deurentyd in gedagte gehou. Na elke koderingsproses word afleidings getoets aan die data. Die beskrywing van negatiewe gevalle is belangrik, asook die terugvolg van verbande om die moontlike oorsake te beskryf. Data-insameling en ontleding gaan voort totdat teoretiese versadiging bereik is. Dit beteken

- geen nuwe of relevante inligting kom in die kategorieë voor nie
- die kategorie-ontwikkeling is dig en variasies is beskryf
- verwantskappe tussen kategorieë is goed vasgelê en teen die data getoets (Strauss en Corbin, 1990:188).

Die metode van begronde teorie-ontwikkeling kan gebruik word om kwalitatiewe ondersoek te doen, sonder om by teorievorming uit te kom. Vir die doel word oop kodering en aksiale kodering as voldoende beskou (Strauss en Corbin, 1990:115).

1.9 Verklaring van terme

- **2D, 3D:** Hierdie afkortings word in die volgende hoofstukke deurgaans gebruik vir onderskeidelik twee-dimensioneel en drie-dimensioneel
- **Denkbeeld:** 'n Denkvoorstelling van 'n ruimtelike situasie of ruimtelike verbande. Dit is nie noodwendig 'n visuele voorstelling nie
- **Empiriese verwysings:** Piaget het in sy aangepaste kliniese onderhoude gebruik gemaak van voorwerpe wat kinders moes manipuleer. Hierdie voorwerpe word *empirical referents* genoem. Die terme voorwerp en verwysingsvoorwerp word ook in die studie gebruik om die empiriese verwysings aan te dui
- **Horisontale geometrisering:** Die oorbrugging tussen ruimtelike denke ten opsigte van alledaagse situasies na meetkundig-ruimtelike denke oor situasies
- **Kanoniese en nie-kanoniese voorwerpe:** Voorwerpe met intrinsieke ruimtelike eienskappe soos vaste voorkante, bo-kante en sykante word kanoniese voorwerpe genoem, terwyl voorwerpe wat nie sulke vaste ruimtelike eienskappe het nie, nie-kanoniese voorwerpe genoem word
- **Rande:** In hierdie studie word die grense van die vlakke van 'n 3D voorwerp rande genoem
- **Ruimtelike denke:** Bewustelike denkprosesse oor ruimtelike situasies, wat die manipulerings van denkbeelde insluit
- **Ruimtelike strategie:** 'n Reeks ruimtelike denkprosesse
- **Ruimtelike vaardigheid:** Die vermoë om ruimtelike denke te gebruik om probleme op te los
- **Sye:** In hierdie studie word die grense van 2D figure, soos reghoeke, vierkante en driehoeke, sye genoem
- **Transponeer:** Die omskakeling of hervoorstelling van inligting op verskillende maniere, byvoorbeeld taalvoorstellings omskakel na denkbeeldvoorstellings
- **Visualisering:** Die skep en manipuleer van 'n visuele denkvoorstelling

1.10 Die verdere verloop van die navorsing

Hoofstuk twee gee 'n oorsig van relevante navorsing oor die ontwikkeling van ruimtelike vaardigheid en insig by kinders.

Hoofstuk drie beskryf navorsing oor ruimtelike denke en voorstellings in 'n meetkundige konteks.

Hoofstuk vier ondersoek die eise vir 'n geskikte ruimtelik-meetskundige probleem met die oog op die ondersoek.

Hoofstuk vyf beskryf die empiriese ondersoek.

Hoofstuk ses gee gevolgtrekkings en aanbevelings van die studie.

HOOFSTUK 2

FILOSOFIESE- EN NAVORSINGSPERSPEKTIEWE OOR RUIMTELIKE DENKE EN VAARDIGHEID

2.1 Inleiding

Die filosofiese perspektief wat in hierdie hoofstuk bespreek word, word gebruik om sielkundige navorsing oor ruimtelike denke en vaardigheid te interpreteer met die oog op geometrisering van ruimtelike eienskappe van voorwerpe en situasies in die leefwêreld van die kind. Aspekte van navorsing uit verskeie perspektiewe, byvoorbeeld eksperimentele navorsing en ontwikkelingsnavorsing, word bespreek as konteks vir ruimtelike denke in meetkunde. Die resultate van hierdie studie word uiteindelik ook in hoofstuk 6 aan die hand van die filosofiese perspektief in hierdie hoofstuk bespreek.

2.2 Filosofiese agtergrond

Die fisiese samestelling van voorwerpe in die eksterne, waarneembare wêreld word dikwels verskillend deur mense waargeneem of beskryf, dus: fisiese ruimte (die voorwerpe en situasies) en psigologiese ruimte (ons denke oor voorwerpe en situasies) is nie identies nie (Eliot 1987:1). Dit word duidelik geïllustreer deur die misverstande wat ervaar word as mense pad beduie, of as alledaagse voorwerpe beskryf word met die oog op herkenning.

Sielkundiges, filosowe en opvoeders stel belang in *space attributable to mind* of te wel ruimtelike denke. Daar is bykans geen area van menslike aktiwiteit waar die vermoë om mens in die ruimte te oriënteer, nie van belang is nie – hetsy die ruimte ter sprake fisies of verbeeld is. Volgens Yakimanskya (1991:5) is ons oriëntasie in tyd en ruimte 'n voorwaarde vir suksesvolle begrip en aktiewe manipulasie van die fisiese werklikheid. Eliot (1987:6,35) voer aan dat dit moeilik is om ruimtelike denke te definieer, omdat ons taal tekortsiet om die komplekse interaksie en interafhanklikheid van fisiese- en denkveranderlikes te beskryf. Ondersoeke na ruimtelike denke het ook tot dusver slegs 'n beperkte reeks ruimtelike gedragsitems nagevors. Verder beskik ons nie oor 'n geskikte model om ons bewustheid van ruimtelike verbande en die gebruik van daardie bewustheid om probleme op te los, te integreer nie. Die vraag wat navorsing probeer beantwoord, is hoe menslike denke meetkundige eienskappe en verbande uit ruimtelike voorwerpe en situasies

abstraheer en konstrueer. Navorsing word egter beïnvloed deur filosofiese beskouings oor die aard van ruimte en denke.

2.2.1 Die aard van fisiese ruimte en ruimtelike denke

Volgens Eliot (1987:8) berus die alledaagse Westerse ruimtelike denke nog hoofsaaklik op die Newtoniaanse idee van 'n absolute, oneindige, kontinue, statiese, drie-dimensionele houer of raamwerk vir voorwerpe. Moderne fisies-wetenskaplike teorieë oor die aard van die fisiese ruimte sluit beskrywings van nege ruimtelike dimensies in, maar dit het min invloed op ons alledaagse ruimtelike denke. So ook maak die wiskundige beskouing van ruimte voorsiening vir nie-Euklidiese raamwerke met die moontlikheid van meer as drie dimensies, terwyl navorsing oor ruimtelike denke, soos byvoorbeeld die van Piaget en Inhelder, implisiet aanneem dat die volwasse beskouing van ruimte noodwendig absoluut, drie-dimensioneel en Euklidies is (Liben 1981:4).

2.2.2 Die funksies van ruimtelike denke

Liben (1981:6) bespreek die funksies van ruimtelike denke aan die hand van Cassirer se drie algemene funksies van menslike bewussyn, naamlik

- om uitdrukking te gee aan innerlike prosesse (mities-ruimtelike denke)
- om eksterne gebeure voor te stel (voorstellende ruimtelike denke)
- om konsepte te vorm (wetenskaplike ruimtelike denke).

2.2.2.1 Mities-ruimtelike denke

Volgens Cassirer (1944) is die doel van mities-ruimtelike denke om gevoelens en oortuigings weer te gee. Mites as simboolstelsel vir ruimtelike denke word gevind in tradisionele gemeenskappe waar plekke, rigtings en voorwerpe emosioneel gelaai is en georden word op grond van 'n skaal van gewydheid (die huis aan die regterkant van die hoofman se huis, behoort aan die eerste vrou), asook in kulture waar sekere vorms emosionele - en geloofswaarde dra, soos die pentagon in Pythagoras se tyd. In hierdie mities-ruimtelike denke is die voorwerp of plek, sy spesifieke gebruik en die rol van die gebruiker nou verweef, en word daar nie teruggestaan om bepaalde eienskappe van voorwerpe bo ander uit te lig en te beskou nie (sien Cassirer 1944:48 en 1955:85 vir uitgebreide voorbeelde). Die meetkundige vorm van 'n voorwerp word nie onafhanklik van sy spesifieke gebruik of emosionele waarde beskou of bestudeer nie. Oorsaak en gevolg is nou

verweef en word dikwels bepaal bloot deur die gelyktydige voorkoms van gebeure. So byvoorbeeld, word geglo dat lang skaduwees veroorsaak word deur naderende donker, bloot omdat die twee verskynsels gelyktydig waargeneem word.

Kinders praat dikwels van driehoekige vorms as *dakke*, of van sirkels as *balle*. Wanneer kinders meetkundige vorms so koppel aan uitdrukking van verbeelding, en elke vorm met 'n spesifieke rol geïdentifiseer word, kan hulle ervaringsruimte ook as mitiese ruimte beskryf word.

2.2.2.2 Voorstellende ruimtelike denke

Voorstellende ruimtelike denke neem 'n aanvang wanneer kinders voorwerpe en situasies op 'n meer algemene manier probeer voorstel eerder as om dit met persoonlike doelstellings te gebruik en hanteer. Deur middel van taal as die simboolsisteem van hierdie funksie, kan die eksterne waargenome aspekte van voorwerpe en ruimtelike situasies beskryf en bespreek word (Cassirer 1957). Dit impliseer 'n groter afstand tussen die waarnemer en dit wat hy waarneem en 'n groter mate van gedeelde betekenisgewing. Verskeie ander navorsers voer aan dat taal nie die enigste simboolsisteem vir ruimtelike voorstelling is nie, maar dat produkte soos kuns, modelle en sketse ook simboliese voorstellings van waargenome ruimtelike aspekte is (Liben 1981:11). Taal dra egter by tot die toenemende objektivering van ruimtelike denke. Voorstellingsmedia behoort nie in isolasie beskou te word nie, aangesien elke medium aan konvensies onderworpe is, en sekere ruimtelike inligting bo ander bevoordeel. Kinders maak dikwels van handbewegings of tekeninge gebruik om ruimtelike aspekte aan te dui waar taal as medium te kort skiet. Aan die ander kant kan kinders hulle *onakkurate* tekeninge met taalbeskrywings aanvul en korreger.

Voorstellings van waargenome ruimte is nie so eenvoudig as wat dit op die oog af lyk nie, aangesien die proses en aard van die kennis wat die mens deur waarneming bekom, nog talle onbeantwoorde kwessies bied. Liben (1981:7) haal Cassirer (1944) soos volg aan oor die aard van waargenome ruimte:

“ [perceptual space] is not a simple sense datum; it is of a very complex nature, containing elements of all the different kinds of sense experience – optical, tactual, acoustic, and kinesthetic. The manner in which all these elements co-operate in the construction of perceptual space has proved to be one of the most difficult questions of the modern psychology of sensation.”

Hoewel waargenome ruimte moeilik beskryfbaar is, kan dit suksesvol gekontrasteer word met Cassirer se derde ruimte, naamlik wetenskaplike ruimte.

2.2.2.3 Wetenskaplike ruimtelike denke

Ruimtelike konsepte in die wetenskap is logiese abstraksies wat dikwels lynreg met ruimtelike waarneming bots. Cassirer (1944, aangehaal in Liben 1981:7) beskryf dit soos volg:

“Euclidean space is characterized by the three basic attributes of continuity, infinity and uniformity. But all these attributes run counter to the character of sensory perception. Perception does not know the concept of infinity...[nor] homogeneity ”

Die ontwikkeling vanaf mities-ruimtelike denke deur voorstellende ruimtelike denke tot wetenskaplike ruimtelike denke, geskied histories, kultureel sowel as individueel en impliseer volgens Cassirer toenemende onderskeid of afstand tussen die denker en die fisiese wêreld. Meetkundige beskouing van ruimtelike aspekte soos vorm, grootte en posisie, sowel as logiese oorsaak-gevolgverbande, kom eers in wetenskaplike ruimte aan die beurt.

Die doel en funksie van ruimtelike denke is dus nie net die beskrywing van ‘n plek of voorwerp nie, maar ook uitdrukking van gevoelens (soos in kuns) en die abstraksie van verbande wat gebruik kan word om probleme van ‘n ruimtelike aard op te los. Die aard van die probleem wat opgelos moet word, of selfs die betekenis wat ‘n individu aan die probleem toeken, kan die doel en funksie van denke rig op een van hierdie ruimtes, of oorgang tussen die ruimtes vereis.

Pellerey (1984:131) bespreek die ontwikkeling van die konsep van simmetrie op ‘n soortgelyke wyse. Sy wys daarop dat simmetrie ‘n “deep image” is, wat die intuïsie van stabiliteit ontlok. Stabiliteit verteenwoordig orde, rustigheid, rasionaliteit en balans. In teenstelling, suggereer beweging wanorde, angs, emosionaliteit en wanbalans. Om voorwerpe in die omgewing te orden ten opsigte van ‘n punt van simmetrie is ‘n teken van kalmte en vrede en wysheid, want ‘n wyse man handhaaf balans tussen uiterstes. Kinders ontwikkel hierdie mitiese intuïsie van simmetrie deur kultuuroordrag. Simmetrie speel ook ‘n belangrike rol in die liggaamsoriëntasie van die mens. Deur simboliese eksternalisering kan die intuïsie van simmetrie beskikbaar word vir ‘n proses van geometrisering. Veral grafiese voorstelling van simmetriese verbande help om die wiskundige konsep van simmetrie te abstraher en die wetenskaplike bestudering van die eienskappe van simmetrie moontlik te maak (ibid).

Peat (1998) toon aan dat die beskouing van ruimte en tyd in nie-Westerse samelewings radikaal verskil van die Euklidiese beskouing, en dat dit neerslag vind in ruimtelike denke. Liben (1981:24) betoog ook dat ruimtelike denke en voorstellings beïnvloed word deur omgewing en kulturele konvensies. Olson (1970:22) stel die verband nog sterker wanneer hy sê “intelligence is a skill in a cultural medium.” Met ander woorde, spesifieke ruimtelike vaardighede ontwikkel wanneer ‘n kultuur gunstig is daarvoor. Kulturele verskille moet dus in ag geneem word wanneer navorsing oor ruimtelike denke en voorstellings gedoen word.

Die term ruimtelike voorstellings (spatial representations) word dubbelsinnig gebruik in die literatuur. Sommige outeurs, byvoorbeeld Cassirer en Piaget, gebruik die term om interne denkvoorstellings te beskryf, terwyl ander die eksterne eindproduk van ‘n handeling wat op ruimtelike denke gebaseer is, ook as ‘n ruimteike voorstelling aandui (Olson en Bialystok 1983:63).

Vir die doel van hierdie studie sal Liben (1981:10) se onderskeid gebruik word.

2.2.3 Soorte ruimtelike voorstellings

Liben tref onderskeid tussen *drie soorte ruimtelike voorstellings*, naamlik

- ruimtelike berging
- ruimtelike denke en
- eksterne ruimtelike produkte

Hierdie voorstellings kan afgestem wees op *twee soorte inhoudes*, naamlik

- voorstellings van begrip van spesifieke ruimtes (omgewingskennis) en
- ruimtelike abstraksies

Fisiese situasies waarvan ruimtelike voorstellings gemaak word kan op grond van skaal en dimensie ingedeel word in

- 3D grootskaalruimte en 2D voorstellings van grootskaalruimte en
- 3D modelruimte en 2D voorstellings van modelruimte

2.2.3.1 Ruimtelike berging

Ruimtelike berging verwys na ruimtelike inligting wat in die geheue gestoor is, hetsy as suiwer verhoudings, strukturele beskrywings, of op watter manier ookal. Die individu is nie bewus van

hierdie inligting nie. Sodra die individu bewus word van die ruimtelike inligting en daarvoor nadink, word dit ruimtelike denke. So byvoorbeeld het kinders as deel van hulle normale lewe in 'n westerse samelewing, gereeld met houer te doen en is daar inligting oor houer in hulle geheue geberg - 'n soort fisiese, ervaringskennis. Wanneer 'n spesifieke situasie, soos tydens probleemoplossing, aanspraak maak op die konsep van 'n houer, kan die kind die geheue-inhoud bereik, en daarvoor nadink en byvoeg of verander. Ruimtelike berging is dus implisiete ervaringskennis (Liben 1981:13). Clements & Battista (1992:426) verwys na Fischbein wat die term "intuïsie" gebruik vir die vae aanvoeling van verbande in 'n situasie of hoe 'n probleem opgelos kan word. Volgens Fischbein is ruimtelike intuïsie nie aangebore nie, en ook nie 'n blote konglomerasie van visuele waarnemings nie. Alhoewel intuïsie nie bewuste kennis is nie, bestaan dit uit 'n komplekse stelsel van konsepte, wat meer inligting bevat as blote waarneming. Deur middel van intuïsie kan ook nie-waarneembare verbande geantisipeer word.

Liben (1981:13) wys daarop dat verwarring in die hand gewerk word deur nie onderskeid te tref tussen ruimtelike denke en ruimtelike berging nie: "Investigators observe subjects' systematic behaviours (e.g. nonrandom way-finding), and infer that the subject must "have" something (i.e. spatial representation). What is confused is the manner in which the subject is thought to "have" this internal representation, that is the *type* of spatial representation." Vrae wat geoutomatiseerde optrede uitlok, soos byvoorbeeld die vermoë om elke dag die regte roete skool toe te volg, aktiveer bergingsinhoud en kan nie gebruik word om afleidings te maak oor die aard van 'n persoon se ruimtelike denke (bewuste manipulerings van ruimtelike verbande) nie (sien Cassirer 1957:153). Om ruimtelike denke te beoordeel is simboliese aktiwiteit nodig, soos die teken of beskrywing van die roete. Onderwysers tref dikwels nie onderskeid tussen outomatiese optrede in ruimtelike situasies en die ruimtelike denke wat benodig word om probleme in wiskunde en meetkunde op te los nie.

2.2.3.2 Ruimtelike denke

Dit behels die ruimtelike kennis wat 'n persoon kan gebruik in die oplos van ruimtelike probleme. Voorbeelde van ruimtelike denke behels die onthou en beskrywing van die uitleg van 'n kamer, of die vorm van 'n spesifieke houer, asook die denkmanipulering van byvoorbeeld 'n masjienonderdeel om te bepaal in watter posisie dit in die masjien sal pas. Ruimtelike denke is dus 'n bewustelike proses van verbandlegging en betekenistoekening aan ruimtelike voorwerpe en situasies. Volgens Yakimansya (1991:19) kan die bestudering van die kind se aktiewe,

doelgerigde transformasies van voorwerpe en denkbeelde, 'n aanduiding gee van die omvang van hulle begrip van ruimtelike kenmerke en verbande tussen meetkundige vorms. Ruimtelike denke kan dus net bestudeer word aan die hand van een of ander doelgerigde, eksterne, simboliese voorstelling.

Liben (1981:12) klassifiseer denkbeelding (mental imagery) tydens probleemoplossing ook as ruimtelike denke. Denkbeelding, as die vrye manipulering van ruimtelike denkbeelde om probleme op te los, is volgens Yakimanskya (1991:5) 'n fundamentele vaardigheid wat oor vele onderwys- en beroepsaktiwiteite heen gebruik word. Oor die presiese aard van ruimtelike denke en denkbeelding as ruimtelike denkproses, word nog voortdurend navorsing gedoen, so ook oor die gebruik van denkbeelding in verskillende vakgebiede.

2.2.3.3 Eksterne ruimtelike produkte

Dit is konkrete produkte wat ruimtelike aspekte op een of ander manier voorstel, ongeag die medium van die voorstelling. Ruimtelike produkte sluit taalbeskrywings, sketse en modelle in. Die aard van die produk word beïnvloed deur die doel en betekenisgewing en kan produkte wees van mities-ruimtelike denke, voorstellende ruimtelike denke of wetenskaplike ruimtelike denke. Navorsing wat gedoen is oor die gebruik van verskillende voorstellingsmedia, sluit in navorsing oor taal as ruimtelike produk, blokbou-aktiwiteite en navorsing oor tekeninge as medium om drie-dimensionele voorwerpe in twee dimensies voor te stel, of net te ontwerp.

Ruimtelike produkte gee 'n aanduiding van hoe mense oor ruimtelike aspekte dink. Yakimanskya (1991:13) is van mening dat aanleg om ruimtelike denkbeelde te skep en te manipuleer afgelei kan word uit die mate van sukses wat leerlinge bereik in grafiese-, tegniese-, konstruksie- en kunstake. Wheatley en Cobb (1990:162,172) gaan van die standpunt uit dat die patrone en verbande wat 'n leerling in ruimtelike produkte voorstel, aanduiding gee van die betekenis wat hy toeken aan ruimtelike situasies. Die betekenis word beïnvloed deur die individu se doelwit, ervaring, beskikbare konseptuele netwerke en die sosiale interaksie waarin hy betrokke is as lid van 'n bepaalde gemeenskap. Kinders se ruimtelike produkte kan dus bestudeer word om inligting te bekom oor hulle betekenisgewing sowel as hulle ruimtelike denke.

Navorsers het tradisioneel kinders se ruimtelike voorstellings aan die hand van potlood-en-papier-toetse, tafelm Modelle van die omgewing en kaarte van die omgewing gebruik om ruimtelike denke

te ondersoek. Verskeie navorsers waarsku egter dat dit dikwels gebrek aan tegniek is wat kinders se prestasie in sulke toetse beïnvloed en nie hulle gebrek aan ruimtelike begrip en vaardigheid nie (Liben 1981:10).

Volgens Downs (in Liben 1981:12) is daar 'n behoefte om meer navorsing te doen oor die invloed van die spesifieke medium op die proses van ruimtelike voorstelling, aangesien eksterne ruimtelike produksies beïnvloed word deur sosiale kennis van die konvensies van verskillende media.

2.2.4 Die inhoud van ruimtelike voorstellings (denkvoorstellings of eksterne voorstellings)

Twee soorte ruimtelike voorstellings van fisiese situasies kan gemaak word, naamlik voorstellings van *spesifieke ruimtes*, soos byvoorbeeld omgewingskennis, en *ruimtelike abstraksies*, wat ruimtelike verbande soos projeksies, begrip van verskillende waarnemersposisies, abstraksie van vorm uit voorwerpe en begrip van strukturele verbande tussen voorwerpe en hulle dele insluit (Liben 1981:15).

Die ruimtelike voorstellings kan verder ingedeel word aan die hand van die fisiese, ruimtelike eienskappe van die situasie, naamlik:

- grootskaalruimte: werklik (3D) en voorstellings (2D)
- modelruimte: werklik (3D) en voorstellings (2D)

(Sien ook Acredolo 1981:64).

Werklike grootskaalruimte, soos 'n kamer, omsluit 'n kind, sodat hy binne die ruimte rondbeweeg. Werklike grootskaalruimte kan nie volledig waargeneem word vanuit een posisie nie – wanneer die kind in een rigting kyk, is daar altyd 'n deel van die ruimte agter sy rug, en nie beskikbaar vir waarneming op daardie oomblik nie. Twee-dimensionele grootskaalruimte is byvoorbeeld kaartvoorstellings en tekeninge of foto's van werklike grootskaalruimte, terwyl tafel- of vloermodelle van grootskaalruimte eerder in modelruimte tuishoort.

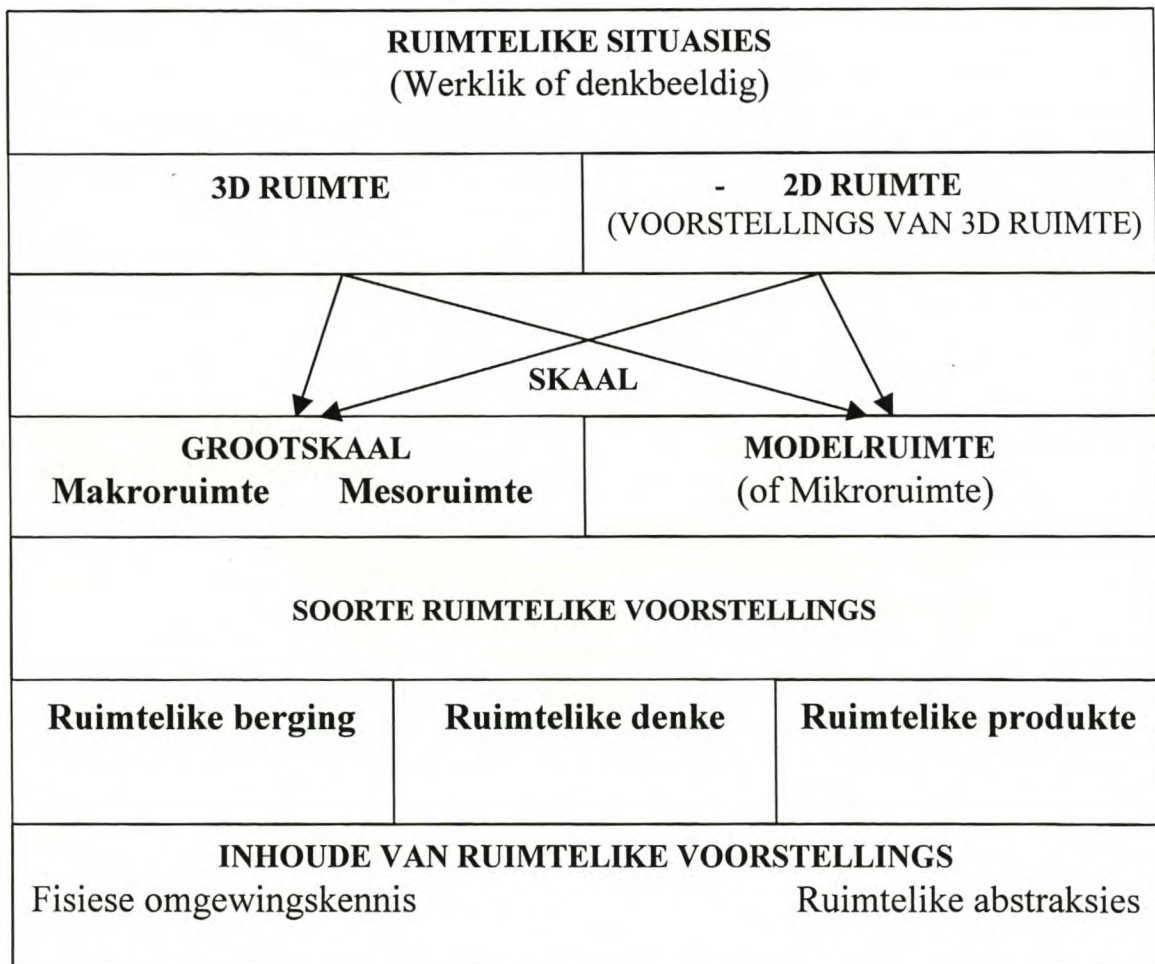
Werklike grootskaalruimte word verder verdeel in meso-en makroruimte (Sien Berthelot & Salin 1994:72). Mesoruimte kan globaal waargeneem word deur middel van 'n paar opeenvolgende, maar kortstondige waarnemings (soos om in die rondte te beweeg om 'n hele kamer waar te neem). Die *prys* van die globale waarneming is die nodigheid om bewegings deur middel van denkvoorstellings te integreer. Makroruimte is so groot dat 'n globale waarneming nie moontlik is nie. Voorwerpe in makroruimte is staties en dien as landmerke, terwyl die waarnemer moet

beweeg om inligting te kry. Die beweging moet gerig word deur 'n globale denkvoorstelling op grond van die integrasie van globale waarnemings wat in tyd en ruimte geskei is.

Werklike modelruimte behels voorwerpe wat die kind kan vashou, of waarom hy kan rondbeweeg en wat vanaf een waarnemingspunt in geheel waargeneem kan word. Modelruimte word ook mikroruimte genoem (sien Berthelot & Salin 1994:73). Diagramme, tekeninge of foto's van voorwerpe is twee-dimensionele voorstellings van werklike modelruimte.

Figuur 2.1

'N GRAFIESE VOORSTELLING VAN RUIMTELIKE SITUASIES EN RUIMTELIKE VOORSTELLINGS OP GROND VAN LIBEN (1981) SE INDELING



Die skaal van die fisiese ruimte waarin ruimtelike of meetkundige take uitgevoer word, beïnvloed konsepvorming. Berthelot en Salin (1994:75) toon aan dat kinders wat die konsep van 'n reghoek in mikro-ruimte verstaan, nie in staat is om 'n groot reghoek (1m x 2m) af te merk in mesoruimte nie.

'n Belangrike verskil tussen die bestudering van werklike drie-dimensionele ruimte en voorstellings in twee dimensies, is die rol wat die betrokke persoon speel: Werklike 3D ruimte vereis die rol van deelnemer, terwyl bestudering van 2D voorstellings 'n toeskouersrol vereis (sien ook Eliot 1987:100).

Verdere bespreking fokus op navorsing wat gedoen is oor ruimtelike abstraksies in modelruimte of mikro-ruimte.

2.3 Navorsing oor ruimtelike denke

Navorsing oor die aard en ontwikkeling van ruimtelike denke, met ruimtelike abstraksie as inhoud, is hoofsaaklik deur sielkundiges in laboratorium-omstandighede gedoen. Navorsingsbenaderings sluit psigometriese navorsing, eksperimentele navorsing en ontwikkelingsnavorsing in (Eliot 1987:13). Die benaderings verskil in hulle aannames oor die aard van psigologiese ruimte, hulle navorsingsmetodes en die instrumente wat hulle gebruik om verskillende aspekte van ruimtelike denke en ruimtelike ontwikkeling te meet. Liben (1981:6) kontrasteer drie verskillende beskouings van psigologiese ruimte wat navorsing rig, naamlik:

- die empiriese beskouing

Hierdie beskouing gaan van die standpunt uit dat psigologiese ruimte direk afgelei word van die fisiese ruimte deur die mens se aktiwiteite in die fisiese omgewing. Eksperimentele navorsers en faktor- analiste huldig hierdie beskouing

- die naturalistiese beskouing

Hierdie beskouing gaan van die standpunt uit dat psigologiese ruimte bepaal word deur oorgeërfde biologiese strukture wat spesifieke tipes ruimtelike waarneming, byvoorbeeld die waarneming van reguit lyne, moontlik maak. Hierdie siening word hoofsaaklik deur kognitiewe navorsers gehuldig

- die konstruktivistiese beskouing

Hierdie beskouing gaan van die standpunt uit dat elke individu sy psigologiese ruimte aktief konstrueer. Volgens hierdie beskouing maak biologiese strukture sekere aktiwiteite en sensasies moontlik en word dit geoefen en uitgebrei deur aktiwiteit in die fisiese omgewing, maar ruimtelike struktuur en begrip word deur die individu gekonstrueer aan die hand van fisiese en reflekerende interaksies met ruimtelike aspekte van die omgewing. Ontwikkelingsnavorsing is kenmerkend van hierdie beskouing.

Vervolgens word 'n oorsig oor navorsing vanuit die bogenoemde beskouings gegee. Die navorsing word bespreek aan die hand van Liben se drie tipes ruimtelike voorstellings, naamlik ruimtelike berging, ruimtelike denke en ruimtelike produkte.

2.3.1 Navorsing vanuit die empiriese beskouing

Eksperimentele navorsers huldig die standpunt dat die mens kennis oor die fisiese wêreld bekom deur interaksie met die fisiese wêreld deur middel van die sintuie. Berkeley (1685-1753) het gesê indrukke van ruimte is slegs moontlik deur die assosiasie van visuele indrukke met aanrakingsindrukke, en berus nie op logiese denke nie. Hy het 'n drieledige model aan die hand gedoen wat vandag nog eksperimentele navorsing oor ruimtelike ontwikkeling rig, naamlik:

1. Ons bekom inligting oor die fisiese wêreld deur direkte, maar onverwante sensoriese indrukke, wat die bestudering van *ruimtelike waarneming* noodsaak
2. Direkte waarneming word gekorreleer met visuele denkbeelde in die geheue, wat die bestudering van *denkbeelding* noodsaak, en
3. Die transformasie en hersamestelling van indrukke en geheuebeelde deur assosiatiewe denke voltooi die proses, wat die bestudering van *informasie prosessering* noodsaak

Eksperimentele navorsers plaas klem op waarneembare gedrag eerder as op denkkonstruksies. Individuele verskille word bestudeer deur waarneming, manipulering en kwantifisering van gedrag in terme van spoed en akkuraathed van response op stimuli in 'n gekontroleerde omgewing (Eliot 1987:135).

2.3.1.1 Ruimtelike berging: Navorsing oor die aard van ruimtelike waarneming

Berkeley se siening dat ruimtelike waarneming direk is en nie logiese denkprosesse benodig nie, gee die indruk dat waarnemingsinhoude, volgens Liben se indeling van ruimtelike voorstellings, deel vorm van ruimtelike berging. Volgens Carr (1935 in Eliot 1987:139) word slegs voorwerpe en hulle fisiese eienskappe soos grootte, vorm, afstand, bewegingseienskappe en relatiewe posisie waargeneem. Enige begrip van ruimte buiten hierdie waarneembare voorwerpe en eienskappe is denkkonstruksies. Ruimtelike waarneming geskied deur middel van samewerking van die ruimtelike sintuie, te wete gehoor, sig en aanraking en die samewerking kan verduidelik word aan die hand van neurologiese prosesse.

Howard en Templeton (Eliot 1987:140) brei uit op Carr se siening deur die beperkings van die liggaam en aard van die fisiese wêreld op waarneming, in ag te neem. In die alledaagse lewe ontstaan voorspelbare, ruimtelike bewegingspatrone op grond van hierdie beperkings, wat ruimtelik gekoördineerde optrede moontlik maak. Operante kondisionering (blootstelling) is die leerproses waardeur ruimtelike liggaamsbewegings verfyn en ontwikkel word, terwyl intermodale ruimtelike afbeeldings deur klassieke kondisionering (oefening) ontwikkel en vasgelê word.

Gibson (1950 in Eliot 1987:140) is van mening dat ruimtelike aspekte deur sig alleen waargeneem kan word, in teenstelling met die tradisionele siening van interaksie tussen die sintuie. Sy siening is dat die ruimtelike karakter van die visuele wêreld nie deur voorwerpe gedefinieer word nie, maar deur die kontinue agtergrond waarteen voorwerpe waargeneem word. Navorsing moet dus volgens Gibson eerder oor stimulusvariasies ten opsigte van 'n bepaalde agtergrond gedoen word, as oor die verskille tussen stimuli van verskillende voorwerpe. Gibson sê verder dat waarneming bepaal word deur die *pick-up* van data wat direk beskikbaar is deur ons ervarings, en verfyn word deur die ekstraksie van onveranderlike aspekte uit die stimulusinformatie. Die naturalistiese beskouing kom egter ook in Gibson se model na vore. Hy sê naamlik dat lewende wesens sensitief is vir die wiskundig onveranderlike eienskappe in die totale vloeï van stimuli wat fisies konstante voorwerpe definieer. Ontwikkeling van ruimtelike waarneming is afhanklik van fyner onderskeiding in die respons op 'n veranderlike stimulus deur middel van blootstelling en oefening. Irrelevante inligting word geïgnoreer, deurdat die waarnemer bloot nie op die stimulus reageer nie.

Gibson se siening verskil van die tradisionele siening van ruimtelike waarneming ten opsigte van die rol van die geheue. Volgens Gibson is ruimtelike inligting deurgaans beskikbaar, sodat dit nie nodig is om dit in die geheue te stoor nie. Hierteenoor staan die tradisionele siening dat sensoriese stimuli met bestaande geheuebeelde verenig om ruimtelike waarneming moontlik te maak. Betekenisgewing geskied deur assosiasie, en word beskryf as “imposition of meaning by ‘a little man in the brain’” (Eliot 1987:146).

Volgens Kosslyn (1983:117) is daar 'n verskil tussen die ruimtelike inhoud van die korttermyn- of werkgeheue en die langtermyngeheue. Laasgenoemde is onbewus en inligting word deur middel van die proses van denkkeeldontwikkeling opgeroep tot die werksgeheue tydens probleemoplossing.

Die bestudering van denkbeelde is belangrik vir eksperimentaliste, omdat direkte waarneming volgens hulle gekorreleer word met visuele denkbeelde in die geheue om herkenning moontlik te maak. Die bestudering van denkbeelde in samehang met waarneming het tot die interpretasie gelei dat denkbeelde 'n soort geheuekode is vir ruimtelike voorstellings (Eliot 1987:147).

2.3.1.2 Ruimtelike denke: Navorsing oor denkbeelding en assosiasie

Shepard (1975:89) verwerp die siening dat 'n denkbeeld 'n geheueprent van die werklike voorwerp is. Hy argumenteer dat daar 'n meer abstrakte isomorfie tussen denkbeeld en objek bestaan, in die sin dat die funksionele verbande van die denkbeeld die strukturele verbande van die voorwerp weerspieël. Hy argumenteer verder dat vir soverre die denkbeeld 'n voorstelling van die voorwerp of situasie is, vrae oor die voorwerp net so maklik vanuit die denkbeeld as vanuit direkte waarneming beantwoord kan word. Shepard en Cooper (1982, aangehaal in Eliot 1987:150) verduidelik die analogie tussen die waarnemings- en denkbeeldingsprosesse soos volg:

“...while one is in the course of imagining the external process, one passes through an ordered set of internal states of special relation to or readiness for the successive states of the external process.”

Kosslyn en sy medewerkers het ook bevind dat die denkbeeldingsproses dieselfde eienskappe as die waarnemingsproses toon, byvoorbeeld dat relatiewe grootte en perspektief behou word, en dat oogbewegings tydens denkbeelding plaasvind asof die ondersoek in werklikheid gedoen word.

Kosslyn (1983:92) vestig die aandag egter op 'n verskil tussen visuele waarneming en denkbeelding, naamlik dat visuele waarneming 'n kontinue stroom inligting na die bewussyn bring, of ons daaraan aandag gee of nie, terwyl ons nie altyd besig is met denkbeelding nie.

Studies oor denkbeelding in samehang met prosessering van inligting en probleemoplossing het gelei tot interpretasies van denkbeelding as onder andere 'n vaardigheid, 'n tussenstap tydens probleemoplossing en 'n onderskeibare denkwyse (Eliot 1987:155). Die siening dat denkbeelding 'n onderskeibare denkproses is, gee aanleiding tot pogings om ruimtelike intelligensie te onderskei van algemene intelligensie (Eliot 1987:7).

Verskillende pogings om ruimtelike intelligensie te definieer maak melding van die vermoë om ruimtelike strukture te herken en die vermoë om ruimtelike verbande in die denke te manipuleer. Faktor-analiste kon egter nie in alle take ruimtelike intelligensie as 'n afsonderlike

intelligensiefaktor onderskei nie (Lohman 1979:133). Faktor-analise het wel bygedra tot noukeurige beskrywing van die aard van ruimtelike vermoë. McGee (1979, aangehaal in Clements 1983:11) kom tot die gevolgtrekking dat faktor-analitiese navorsing oor die afgelope vyftig jaar, die bestaan van minstens twee onderskeibare ruimtelike vermoëns ondersteun, naamlik *Ruimtelike Visualisering* (Vz) en *Oriëntering* (S). Die terme word soos volg gedefinieer:

- “ Vz: An ability to manipulate or transform the image of spatial patterns into other arrangements; requires either the mental restructuring of a figure into components for manipulation or the mental rotation of a spatial configuration in short term memory, and it requires performance of serial operations, perhaps involving an analytic strategy.
- S: An ability to perceive spatial patterns or to maintain orientation with respect to objects in space; requires that a figure be perceived as a whole.”

Lohman (1979:188) het die korrelasie-literatuur¹ heranaliseer en tot die volgende definisie van ruimtelike vermoë gekom: “... the ability to generate, retain and manipulate abstract visual images.” Hy beskryf drie verskillende ruimtelike faktore aan die hand van die toetstake wat gebruik word. Al drie faktore benodig transformasie in die denke.

1. *Ruimtelike verhoudings* word gedefinieer op grond van prestasie in take waar die subjek voorwerpe in die denke moet roteer. Prestasie word beskryf op grond van die korrektheid van die antwoord en die tyd wat dit neem om die antwoord te bereik. Ruimtelike verhoudings sluit dus Vz, soos hierbo beskryf, in.
2. *Ruimtelike oriëntasie* is die vermoë om te verbeel hoe ‘n stimulus vanuit ‘n ander waarnemingsposisie sal lyk, en sluit S, soos hierbo, in. Hierdie take kan uitgevoer word deur self in die denke van posisie te verander, of deur die voorwerp in die denke te roteer.
3. *Visualisering* word aangedui as die vermoë om meer ingewikkelde toetstake te beantwoord, soos byvoorbeeld papiervoutake en take wat vereis dat versteekte figure herken word. Sulke take vereis dat een ruimtelike patroon in ‘n ander verander word, en sluit beide Vz en S in.

Die *ruimtelike verhoudings* faktor sowel as die *ruimtelike oriëntasie* faktor behels die denkmanipulering van ‘n voorwerp in geheel, terwyl die *visualisering* faktor behels dat die vorm- en strukturele eienskappe van ‘n voorwerp manipuleer moet word. Lohman (1979:188) definieer twee soorte denktransformasies wat gebruik word in take wat die drie ruimtelike faktore toets, naamlik *bewegingsdenke* (mental movement) en *konstruksiedenke*. Bewegingsdenke behels die

¹ Korrelasie-literatuur verwys na eksperimentele navorsing wat korrelasie tussen verskillende ruimtelike faktore en probleemoplossing ondersoek. Faktor-analise is eksperimentele navorsing om ruimtelike faktore te identifiseer.

refleksie, vou, rotering, of beweging van 'n voorwerp na 'n ander posisie. Konstruksiedenke behels die hersamestelling van die stimulusvoorwerp op verskillende maniere. Om dit te kan doen, moet 'n denkbeeld geskep word wat die veranderinge weerspieël, soos byvoorbeeld tydens papiervoutake.

Verskeie navorsers het egter aangedui dat daar 'n verskeidenheid strategieë is wat gevolg kan word om veral moeiliker take op te los. Hoe moeiliker die taak, hoe groter die geneigdheid om weg te beweeg van direkte denkbeeldmanipulasies en eerder gebruik te maak van analitiese strategieë en logiese afleidings (Lohman 1979:138; Carpenter & Just 1992:226).

Europese faktor-analiste het tradisioneel die siening dat daar verskillende ruimtelike faktore bestaan, verwerp. In aansluiting by hierdie siening, is daar Amerikaanse navorsers wat *gestalt processing* of geïntegreerde ruimtelike denke, as die essensie van ruimtelike vermoë beskou. Geïntegreerde ruimtelike denke word gekenmerk deur die vermoë om ruimtelike denkbeelde as georganiseerde gehele te skep en te manipuleer. Pask (1976 in Dickson, Brown & Gibson 1984:8) bestudeer ruimtelike denke as 'n proses en kom tot die gevolgtrekking dat sommige mense reeksdenkens (serialists) is en 'n voorkeur gee aan linkerbreindenke, terwyl ander holistiese denkers is en voorkeur gee aan regterbreindenke. Dickson, Brown & Gibson (ibid) verwys verder na Sharma (1979) wat ook hemisfeervoorkeure geïdentifiseer het in ruimtelike probleemoplossing. Volgens Shepard en Feng (in Shepard & Cooper 1982:192) word papiervoutake mees effektief uitgevoer deur die regterhemisfeer, waar taal ondergeskik is aan denkbeelding.

Denkbeelding word egter ook in samehang met ruimtelike produkte bestudeer, byvoorbeeld in samehang met taal. Denkbeelde en verbale beskrywings is volgens Paivio (1971, in Eliot 1987:148) twee alternatiewe simboliese voorstellings waardeur ruimtelike inligting in die langtermyngeheue geberg word. Die twee voorstellingswyses kan wel in assosiasie gebruik word, deurdat die woord 'n denkbeeld oproep, of die denkbeeld die verbale etiket ontlok. Afhangende van die konkreet-abstrakte aard van die stimulus, word voorkeur gegee aan denkbeelding of verbale beskrywing om ruimtelike inligting uit die geheue op te roep. Hoe meer konkreet die stimulus, hoe geredeliker word denkbeelding gebruik, terwyl abstrakte stimuli eerder verbale voorstellings ontlok. Paivio (ibid) sê verder dat denkbeelding nuttig is vir berging van ruimtelik parallelle inligting, terwyl verbale voorstellings meer effektief is om reeks-geordende ruimtelike inligting te berg. So byvoorbeeld is denkbeelding nuttig om die verband tussen die geheel en dele van voorwerpe te berg, terwyl verbale voorstelling beter werk om die aksies wat mekaar volg om

'n voorwerp te maak, te berg. Denkbeelding en verbale voorstellings komplementeer mekaar en word dikwels saam gebruik om probleme op te los. Paivio sien denkbeelding as 'n konsep wat ruimtelike vaardigheid omsluit of bevat. Dit is 'n kognitiewe instrument wat antisiperend en kreatief aangewend kan word in probleemoplossing. As sulks is denkbeelding aangewese op inligting in die geheue, en die berging van sulke ruimtelike inligting mag ander ruimtelike vaardighede verg as die bewuste gebruik van die denkbeeld.

Latere navorsing deur Shepard en sy medewerkers (Shepard & Cooper 1982:244) het meer gefokus op verskillende ruimtelike transformasies van denkbeelde. Hulle het die volgende soorte transformasies onderskei:

- Rigiede transformasies
soos rotasies, translasies en refleksies, of kombinasies van hierdie prosesse, waarin die objek wat getransformeer word sy rigiede, geheelstruktuur behou;
- Semi-rigiede transformasies
soos voue of samevoegings van diskrete dele, waarin elkeen van die dele rigied en onveranderd bly, alhoewel die geheel verander, en
- Nie-rigiede transformasies
soos klei-agtige vervormings, waarin die topologiese struktuur van die voorwerp in geheel behoue bly, maar elke deel of gebied vervorm kan word deur plaaslike, affiene rek- of krimptransformasies.

Shepard en Cooper (1992:205) het gevind dat wanneer vergelykings getref word tussen voorwerpe wat deur transformasies verander is, die brein deur dieselfde tussenstappe in die proses werk, asof die transformasies fisies plaasvind. Volgens Eliot (1987:151) is Shepard se onderskeid tussen basiese transformasies nuttig om ruimtelike take te klassifiseer.

Kosslyn (1983:117,119) tref 'n onderskeid tussen die werkgeheue waar denkbeelde gevorm word, en die strukture wat in die langtermyngeheue gestoor word. Laasgenoemde strukture mag die proposisies insluit wat die verbande tussen dele en geheel van voorwerpe of situasies beskryf, asook inligting oor die algemene voorkoms van voorwerpe. Dit is hierdie langtermynstrukture wat tydens probleemoplossing ingespan word in die denkbeeldingsproses. Kosslyn beskryf verskillende prosesse wat die strukture vars hou, sodat dit nie vervaag nie, en prosesse waardeur transformasies uitgevoer word om denkbeelde te ondersoek. Hy onderskei verder tussen

- *denkbeeldsamestelling*

wanneer denkbeelde in die werkgeheue opgeroep word vanuit meer abstrakte strukture van die langtermyngeheue

- *denkbeeldondersoek*

wanneer vrae oor die denkbeeld beantwoord moet word

- *denkbeeldtransformasie*

om die uitkoms van take soos papiervouwerk te bepaal, en

- *denkbeeldbehoud*

om denkbeelde vars te hou wanneer ruimtelike probleme opgelos word, byvoorbeeld in meetkunde

Kosslyn (1983:176) stem saam met Paivio dat denkbeelding veral nuttig is wanneer mens oor ruimtelike verbande wil redeneer, omdat 'n denkbeeld al die verbande behou. Tydens probleemoplossing vind denkbeelding plaas op 'n kontinuum tussen antisiperende denkbeelde en abstrakte, simboliese denkbeelde. Antisiperende denkbeelde maak 'n toetslopie van die werklike proses moontlik, sodat eienskappe van ruimtelike situasies vasgestel kan word of die gevolg van manipulasie van die verbande bepaal kan word. Simboliese denkbeelde, aan die ander kant, is slegs 'n simboliese hulpmiddel vir abstrakte, logiese denke, soos die gebruik van 'n kol om die posisie van 'n persoon voor te stel in 'n rangordevergelyking. Antisiperende denkbeelding is egter onderhewig aan die brein se beperkings op die getal denkbeeldeenhede wat op 'n slag hanteer kan word voordat oorlading intree. Volgens Kosslyn (1983:186) kan die kapasiteit egter ontwikkel word deur oefening.

Alhoewel eksperimentele navorsing oor denkbeelding steeds voortgaan, stem navorsers in hierdie veld saam oor die volgende aspekte (Eliot 1987:147):

- denkprosesse wat denkbeelding onderlê is soortgelyk aan die denkprosesse wat waarneming onderlê
- denkbeelde is geïntegreerde geheelvoorstellings van voorwerpe of situasies uit 'n spesifieke oogpunt, waarvan die dele in geheel beskikbaar is vir 'n ondersoekproses soortgelyk aan direkte waarneming (scanning)
- 'n denkbeeld is toeganklik vir kontinue denktransformasies soos rotasies, vergrotings en verkleinings
- denkbeelde stel voorwerpe voor en strukturele verbande tussen dele van die denkbeeld kom ooreen met waarneembare strukturele verbande in die voorwerp self

Die derde aspek van Berkeley se driedelige model handel oor informasieverwerking met die oog op assosiasie of sogenaamde “higher mental processes” (Eliot 1987:156). Na die mate waartoe die denkprosesse bewustelik uitgevoer word, is assosiasie volgens Liben se indeling ‘n ruimtelike denkproses.

Twee strome navorsing kan hier onderskei word, naamlik navorsing wat poog om rekenaarprogramme te ontwikkel wat die menslike denke simuleer, dus in detail probeer vasstel hoe inligting geberg word en hoe prosessering plaasvind. Hierteenoor staan navorsing wat die rekenaar slegs as ‘n metafoor gebruik om menslike denkprosesse te beskryf. Hierdie navorsers poog om reekse prosesse wat in probleemoplossing gebruik word, te identifiseer. Om dit te doen, word die aard van die probleem vasgestel, hetsy ruimtelik, visueel of verbaal. Vervolgens word daar nagevors watter prosesse of prosesse gebruik word in die oplos van die probleem, sodat daar ten slotte bepaal kan word in watter volgorde die prosesse saamgevoeg word in ‘n probleemoplossingstrategie.

Carpenter en Just (1986 in Eliot, 1987:159) se model van ruimtelike probleemoplossing is ‘n poging om resultate van psigometriese en faktor-analitiese navorsing te integreer. Hulle beskryf die assosiasieproses aan die hand van die eienskappe van die probleem, die eienskappe van die probleemoplossingsproses en die eienskappe van die probleemoplossingstrategie:

1. Eienskappe van die probleem. Vier aspekte kom ter sprake:

- individuele verskille in ruimtelike voorstellings mag veroorsaak word deur eienskappe van die taak eerder as vermoë
- die mate waartoe die oriëntasie van die ruimtelike denkvoorstellings afwyk van natuurlike verwysingsraamwerke beïnvloed die moeilikheidsgraad van die ruimtelike voorstelling

Mense kantel byvoorbeeld hulle koppe om voorstellings te heroriënteer in terme van die normale vertikale verwysingsraamwerk van die menslike liggaam.

- die mate waartoe ruimtelike voorstellings inligting oor grootte behou beïnvloed die moeilikheidsgraad van ruimtelike take

Dit is byvoorbeeld moeiliker om detail in ‘n denkbeeld van ‘n klein voorwerp te ondersoek, en dit neem langer om ‘n denkbeeld van ‘n groot voorwerp te ondersoek.

- die mate waartoe ruimtelike voorstellings verband hou met perseptuele prosesse beïnvloed die moeilikheidsgraad van ruimtelike take

Daar is byvoorbeeld gevind dat steuring plaasvind wanneer twee soorte prosesse (soos verbale beskrywing en denkbeelding of waarneming en denkbeelding) gelyktydig hanteer moet word.

2. Eienskappe van die probleemoplossingsproses. Die assosiasieproses behels die *skep*, die *ondersoek* en die *transformasie* van denkbeelde.
 - daar is drie maniere waarop ruimtelike denkbeelde *geskep* kan word, wat inter-afhanklik is, naamlik
 - enkodering van die fisiese stimulus
 - die oproep van 'n voorafgevormde denkbeeld, en
 - die konstruksie van 'n nuwe denkbeeld op grond van 'n nie-ikoniese spesifikasie, soos 'n verbale beskrywing

Die proses wat gebruik word om denkbeelde te skep, beïnvloed die mate waartoe inligting oor grootte behou word, watter eienskappe van die stimulus weergegee word en die mate waartoe hierdie eienskappe gedurende probleemoplossing behou word.

- die *ondersoek* van denkbeelde vereis dat eienskappe van figure beskryf word, en dus dat 'n denkbeeld as georganiseerde geheel in die denke behou word
- *transformasie* prosesse word bepaal deur die verwysingsraamwerk ten opsigte waarvan die ruimtelike inligting gekodeer is

As die oriëntasie van die denkbeeldige voorwerp byvoorbeeld deel uitmaak van die oriëntasie van 'n stabiele omgewing (soos voorwerpe op 'n tafel) sal die waarnemer sy eie posisie denkbeeldig transformeer om die voorwerpe van agter te beskou, in plaas daarvan om die tafel in sy denke om te draai.

3. Eienskappe van die probleemoplossingstrategie: Die keuse van 'n strategie hang af van
 - die manier waarop die probleem gestel word, asook van
 - die persoon se vermoë om 'n spesifieke soort voorstelling te maak, en
 - individuele voorkeur aan ruimtelike transformasies of ander nie-transformasie-strategieë vir die oplos van dieselfde probleme

2.3.2 Navorsing vanuit die naturalistiese beskouing

Liben (1981:6) verwys na O' Keefe en Nadel se navorsing, wat daarop dui dat die hippokampus daarop ingestel is om in 'n drie-dimensionele euklidiese raamwerk te funksioneer, asook Hubel en Wiesel se navorsing oor genetiese toerusting vir bepaalde soorte ruimtelike waarnemings.

Pinker (1998) bespreek kognitiewe navorsing vanuit 'n naturalistiese beskouing en gebruik die rekenaar as metafoor vir die werking van die brein. 'n Oorsig oor sy beskouing word vervolgens bespreek aan die hand van Liben se indeling.

2.3.2.1 Ruimtelike berging: Die aard van ruimtelike waarneming

Pinker (1998:21) beskryf die werking van die brein soos volg:

“ The mind is a system of organs of computation, designed by natural selection to solve ...problems... The mind is organized into modules or mental organs, each with a specialized design that makes it an expert in one arena of interaction with the world. The modules' basic logic is specified by our genetic program.”

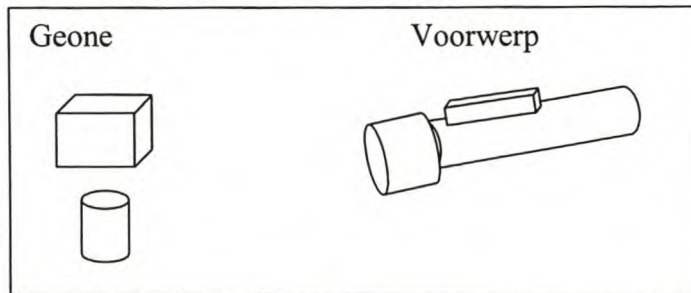
Volgens Pinker is die visuele stelsel die belangrikste waarnemingstelsel vir ruimtelike aspekte. Die oog is 'n hoogs gespesialiseerde orgaan wat inligting vergaar wat onmiddellik vir al die ander denkgane van die brein beskikbaar is. Pinker (1998:215-219) aanvaar nie die argument dat begrip van twee-dimensionele voorstellings soos foto's en prente onderworpe is aan aangebore kulturele beperkings nie. Mense maak al vir die afgelope dertigduisend jaar prente en die vermoë om sulke prente as voorstellings van die werklikheid waar te neem en te verstaan is universeel. Hy verklaar die vermoë om 2D voorstellings te onderskei van 3D voorwerpe op grond van stereovisie – in die geval van 'n prent word twee eenderse beelde op die retinas van die oë geprojekteer, terwyl die beelde verskil wanneer die werklike voorwerp in drie dimensies waargeneem word. Verwarring is dus nie moontlik nie. Stereovisie is nie by geboorte aanwesig nie, maar die vermoë is geneties vasgelê en so ook 'n genetiese sensitiwiteit vir die ontwikkeling wat die kind dwing om die nodige inligting en blootstelling te bekom tydens 'n sensitiewe periode.

Pinker (1998:245) sê verder dat fisiese wette sekere “mooi” analiseerbare vorms veroorsaak wat aandag trek. Die reguit lyne en regte hoeke wat deur swaartekrag veroorsaak word en gladde kontoere wat as gevolg van kohesie ontstaan, is 'n aanduiding van die kragte wat die omgewing vorm en behoort dus meer aandag te trek as arbitrêre vorms. Die brein het 'n vorm-analiseerder ontwikkel wat alle spesifieke visuele inligting verwerk en veroorsaak dat ons die mees algemene, “mooi” vorm van voorwerpe waarneem. Die visuele stelsel is verder toegerus met 'n gespesialiseerde sensitiwiteit vir oppervlakke, grense van oppervlakke en verwysingsraamwerke. Pinker (1998:266) redeneer verder dat die menslike sensitiwiteit vir die vertikale

verwysingsraamwerk vormwaarneming oordonder, sodat ‘n vierkant wat op sy punt staan, nie as ‘n vierkant herken word nie.

Die feit dat meeste alledaagse voorwerpe wel aan hulle vorm herken word, ongeag posisie, word verklaar aan die hand van *geone* as boustene van voorwerpe. *Geone* (na analogie van protone en elektrone wat die boustene van ‘n atoom is) is ‘n beperkte getal kombinatoriese eenhede wat saamgestel word tot voorwerpe, deur middel van ‘n paar verwantskappe ten opsigte van die voorwerp self as verwysingsraamwerk (Pinker 1998:270). Sulke verwantskappe sluit in *bo-op*, *langsaaan*, *parallel aan*, en verander dus nie as die voorwerp van posisie verander nie.

Figuur 2.2 VOORBEELD VAN ‘N FLITS AS DIE SAMESTELLING VAN TWEE SOORTE GEONE



Wanneer die voorwerp waargeneem word, word geheuepassing met vorige waarnemings van soortgelyke voorwerpe gedoen. Volgens geon-teorie word hoogsontwikkelde waarneming daardeur gekenmerk dat voorwerpe en hulle dele as geïdealiseerde meetkundige vorms waargeneem word. Pinker (1998:272) haal Bell (1992) soos volg aan:

“If we wrap an object in some kind of envelope, so that the eyes infer rather than see the object that is enclosed, the inferred or imagined form is likely to be more perfect than it would appear if it were uncovered. Thus a square box covered with brown paper will be imagined as a perfect square. Unless the mind is given some very strong clue it is unlikely to visualize holes, dents, cracks, or other accidental qualities.”

Volgens Pinker (1998:89) is visuele denkbeelde een van vier maniere waarop inligting in die langtermyngeheue geberg word. Die ander bergingswyses hou verband met taalgebruik en vormlose geheue. Die geheueinhoud is georden en outo-assosieerders help om geheueinhoud te vind op grond van gedeeltelike assosiasies. Pinker (1998:124) sê die menslike geheue is deur evolusie toegerus om twee verskillende eise te hanteer, naamlik

- om spesifieke inligting oor gebeure te onthou (episodiese geheue) en
- om generiese inligting oor hoe dinge oor die algemeen werk te onthou (semantiese geheue)

Wanneer inligting uit die onbewuste langtermyngeheue geaktiveer word en deel word van die korttermyngeheue, tree bewuswording in en is die geaktiveerde denkbeeld vir alle ander denkprosesse beskikbaar. Die brein kies die optimale denkproses wat die oplossing van 'n probleem sal vergemaklik.

2.3.2.2 Denkbeelding as 'n ruimtelike denkproses

Pinker beskryf denkbeelding as die enjin wat ruimtelike denke dryf en die mens in staat stel om toereikend op te tree. 'n Denkbeeld is 'n patroon wat uit die langtermyngeheue in die visuele stelsel gelaai word, in teenstelling met visuele beelde wat deur die oog ontvang word. Hy stem saam met Kosslyn dat visueel-motoriese vaardigheid benadeel word terwyl denkbeelde manipuleer word (Pinker 1998:288). Denkbeelde is onderhewig aan die konkrete aard van die werklike voorwerp en verskaf inligting oor grootte, vorm, posisie en oriëntasie in 'n enkele patroon van kontoere. Wanneer vrae oor byvoorbeeld die vorm van die voorwerp vanuit die denkbeeld beantwoord moet word, kan die grootte en die posisie nie geïgnoreer word nie. Ruimtelike denkprosesse soos rotasie vereis dat ander eienskappe in die agtergrond in gedagte gehou moet word terwyl die proses uitgevoer word. Pinker beskou denkbeeldrotasie as 'n inherente talent van die visuele stelsel en het eksperimenteel bepaal dat die brein vorms om 'n optimale as roteer. Tydens die proses verwerk die brein nie net direkwaargenome kontoere nie, maar skep ook nuwe kontoere in die denkbeeld om die proses te fasiliteer.

Volgens Pinker (1998:292) behou denkbeelde veral die meetkundige eienskappe van voorwerpe. Wanneer 'n meetkundige eienskap die aandag trek, word dit as 'n eksplisiete stelling in die konseptuele databasis geberg. Om eienskappe vas te stel wat voorheen onopgemerk verbygegaan het, word 'n denkbeeld van die voorwerp geskep en ondersoek. Volgens Liben se indeling kan ruimtelike bergingsinhoude dus deur middel van denkbeelding bereik word.

Pinker dui verder aan dat denkbeelde fragmentaries is, en stap vir stap saamgestel word. Elke stap van die proses kan ook net gebruik maak van visuele inligting (hetsy onmiddellik of uit die langtermyngeheue) vanuit 'n spesifieke verwysingspunt. Hy noem die voorbeeld van die denkbeeld van treinspore wat ook in die denkbeeld konvergeer, nie net in werklikheid nie (1998:294). Wanneer mens die denkbeeld wil ondersoek om vas te stel of die treinspore werklik nader aan mekaar kom, fokus mens denkbeeldig op die plek asof dit fisies van naderby beskou word. Denkbeelde is egter afhanklik van die organisasiestrukture van die geheue: "Visual

thinking is often driven more strongly by the conceptual knowledge we use to organize our images than by the contents of the images themselves” (Pinker 1998:295). Denkbeelde word in die geheue georden op grond van proposisiestrukture, dalk soos ‘n rekenaar gebruik maak van ‘n hiperteks wat grafika by spesifieke punte heg in ‘n lang teks. Hy wys daarop dat denkbeelde nie konsepte is nie en ook nie betekenis kan verduidelik soos in ‘n denkwoordeboek nie, en dus beperkte gebruik het in probleemoplossing: “When vision leaves off and thought begins, there’s no getting around the need for abstract symbols and propositions that pick out *aspects* of an object for the mind to manipulate” (ibid).

Pinker (1998:271) maak ook melding van hemisfeervoorkeur in ruimtelike waarneming en denke, wanneer hy sê dat taalvermoë sowel as die vermoë om voorwerpe waar te neem, of ‘n denkbeeld te vorm op grond van die samestelling van hulle dele, in die linkerhemisfeer gesetel is. Aan die anderkant is die regterbrein in staat om denkbeelde van voorwerpe in geheel te ondersoek, byvoorbeeld om grootte of afstand tussen voorwerpe te vergelyk.

2.3.3 Navorsing vanuit die konstruktivistiese beskouing

Die ontwikkelingsnavorsing van die Genevaskool, asook Olson en Bialystok se teorie word as voorbeelde van hierdie benadering bespreek (Sien Olson 1970:3). Ontwikkelingsielkundiges bestudeer individuele verskille in reaksie op take, op grond van ouderdomsverskille of ander hipotetiese ontwikkelingsstadia. Die navorsing oor ruimtelike kennis en denke ondersoek die vraag of daar stelselmatige ontwikkelingsveranderinge plaasvind wat aan ouderdom gekoppel kan word; of sulke veranderinge beduidende invloed uitoefen op verwante prosesse; watter veranderlikes die ontwikkelingsgang beïnvloed, en of daar differensiasie van ruimtelike denke in fases of tussen fases voorkom (Eliot, 1987:83). Sedert die begin van die eeu het sielkundiges kinders se tekening, links/regs-oriëntasie en begrip van die geografiese omgewing nagevors in ‘n poging om ruimtelike ontwikkeling te verstaan. Die klem het egter sedert 1974 verskuif na navorsing gerig op die vaardighede en strategieë wat mense van alle ouderdomme gebruik om probleme in verskillende ruimtelike situasies op te los.

Case (1985, aangehaal in Eliot 1987:102) beskryf Piaget se siening van die jong kind soos volg:

“...his predominant view of the young child was that of a young scientist building successively more sophisticated models of the world, by the application of successively more sophisticated structures.”

Dit is belangrik om te onthou dat Piaget en Inhelder se navorsing oor ruimtelike begrip spesifiek oor die kind se vermoë om ruimtelike voorstellings te maak, gegaan het. Piaget het eksterne ruimtelike produkte en fisiese handeling bestudeer om ruimtelike denkprosesse en bergingsinhoude te beskryf. Waarneming van ruimtelike aspekte per se (perseptuele denke), word volgens Piaget reeds vroeg in die sensories-motoriese fase gekonstrueer (Clements & Battista, 1992:422). Eliot (1987:93) wys daarop dat Cassirer reeds in 1944 oor kinders se eksterne voorstellings van ruimtelike aspekte gesê het, dat blote vertrouwdheid met 'n voorwerp nie kennis van die struktuur van die voorwerp impliseer nie. Wanneer egter vereis word dat 'n eksterne voorstelling van 'n voorwerp gemaak word, kan mens afleidings maak oor die persoon se kennis en begrip van die voorwerp.

2.3.3.1 Ruimtelike ontwikkeling volgens Piaget

Piaget (1956) se teorie van ruimtelike ontwikkeling onderskei tussen perseptuele ontwikkeling (die ontwikkeling van ruimtelike waarneming) en die ontwikkeling van ruimtelike denke (thought and imagination). Sy navorsing het hoofsaaklik oor ruimtelike abstraksies (in Liben se terme) gehandel, byvoorbeeld die herkenning van vorms op grond van aanraking (haptiese waarneming), die kind se konstruksie van die projektiwe reguit lyn, perspektief, die koördinasie van verskillende perspektiewe, affiene transformasies, verwysingsraamwerke en horisontaal/vertikaal-koördinate (sien Liben 1981:15).

(i) Ruimtelike berging: Die ontwikkeling van ruimtelike waarneming

Ruimtelike waarneming ontwikkel aan die hand van sensories- motoriese aktiwiteite, en geskied oor drie onderskeibare periodes (Piaget & Inhelder 1956:8). Eers aan die einde van hierdie drie periodes, neem die ontwikkeling van voorstellende ruimtelike denke 'n aanvang.

- die eerste periode (0 tot 4-5 maande)

Tydens hierdie periode moet die kind vyf basiese ruimtelike verbande leer beheers: nabyheid; skeiding; opeenvolging; omsluiting en kontinuïteit. Herkenning van voorwerpe (byvoorbeeld gesigsherkenning) is elementêr en intuïtief en behels slegs topologiese strukture. Handeling is aanvanklik eers bloot refleksief, aangesien oog-handkoördinasie ontbreek en ontwikkel tot basiese gewoontes aan die einde van die eerste periode.

- die tweede periode (4 - 5 maande tot 10 - 12 maande)

Hierdie periode word gekenmerk deur oog- handkoördinasie en die sistemativering van handelinge om 'n doel te bereik. Hantering van voorwerpe lei tot die intuïtiewe analise van voorwerpe waaruit vorm – en groottekonstantheid gekonstrueer word.

- die derde periode (12 maande -)

Tydens hierdie periode word verbande tussen verskillende voorwerpe gekonstrueer, in teenstelling met verbande tussen die self en voorwerpe tydens die tweede periode. Bewegings word gegroepeer, sodat hulle omkeerbaar is, en selfs die effek van bewegings wat nie gesien kan word nie, word verstaan. Die einde van hierdie periode word gekenmerk deur vinnige internalisering van handelinge, wat intelligente en doelgerigte optrede moontlik maak. Denkbeelding, wat uitgestelde nabootsing moontlik maak, ontwikkel ook nou en lei tot eerste pogings om te teken en die aanleer van taal as 'n simboolstelsel.

Volgens Piaget en Inhelder (1956:13) is motoriese aktiwiteit deurgaans die oorheersende en bepalende faktor in al die stadiums van die ontwikkeling van ruimtelike denke. Motoriese aktiwiteit beïnvloed perseptuele ontwikkeling sowel as die ontwikkeling van voorstellende denke (representational thought). Sodra die kind vormkonstantheid gekonstrueer het, kan waarneming van 'n voorwerp nie meer geïsoleer word van die moontlike bewegings wat op die voorwerp uitgevoer kan word nie. Die virtuele bewegings of denkbeeldbewegings wat elke waarneming vergesel, stel die waarnemer in staat om die voorwerp te herken op grond van vorige waarnemings en 'n sogenaamde waarnemingsekwilibrium te vestig. So verduidelik Piaget (1956:15) dat die waarneming van 'n kubus in perspektief, sodat geen vlak as vierkant waargeneem word nie, die onmiddellike en outomatiese denkbeweging ontlok om die kubus te heroriënteer tot 'n vooraansig. Weens gebrek aan gepasde perseptuele aktiwiteit gebeur dit dat ouer kinders nie onmiddellik die vormeienskappe van voorwerpe waarneem nie (byvoorbeeld dat 'n vierkant ewe groot hoeke en ewe lang sye het) en dus kom die reaksie van 'n ouer kind op komplekse vorms en patrone waarskynlik ooreen met die reaksie van 'n baba op eenvoudige vorms en patrone. Die ouer kind moet ook aanvanklik eers die nodige perseptuele ondersoek doen om die eienskappe te abstraher. Volgens Piaget (1956:39,40) ontwikkel die perseptuele ondersoekprosesse kenmerklik met ouderdom. Aanvanklik (tot en met ongeveer 4 jarige ouderdom) is die ondersoek bykans passief en totaal ongeorden. Tydens Fase II (4 – 7 jaar) is die perseptuele aktiwiteit aanvanklik globaal en ongeorden, maar vertoon ondersoekmetodes toenemende de-sentrasie, sodat al hoe meer eienskappe geabstraher word. Wanneer operasionele denke die ondersoek rig (7 –8 jaar), is die perseptuele aktiwiteit sistematies en konstrueer die kind 'n verwysingspunt waar om die ondersoek

en die vormeienskappe van die voorwerp geïntegreer word. Waarneming word dus nou deur denke gerig.

(ii) Die ontwikkeling van ruimtelike denke

Volgens Piaget & Inhelder ontwikkel ruimtelike denke hand aan hand met algemene denke vanaf sensories-motoriese denke tot geïntegreerde, omkeerbare operasionele denke. Piaget se model van ruimtelike denkontwikkeling berus op vier aannames (Eliot 1987:104-107):

- kinders se begrip van ruimte ontwikkel deur geleidelike internalisering en koördinasie van fisiese handeling

Waar waarneming die kennis van voorwerpe op grond van direkte kontak is, is ruimtelike denkvoorstellings van voorwerpe die herskep of oproep van voorwerpe in die denke, in hulle fisiese afwesigheid of parallel met waarneming as die voorwerp ook teenwoordig is.

- ruimtelike denke, soos algemene denke, ontwikkel deur vier organisasiestadia, naamlik sensories-motories, pre-operasioneel, konkreet-operasioneel en formeel-operasioneel

Volgens Piaget vorm hierdie stadia 'n hiërargie in die sin dat elke volgende stadium die aksies en begrippe van die vorige stadia integreer en konsolideer.

- ruimtelike denke ontwikkel oor drie inhoudsklasse

Aanvanklik is die kind se ruimtelike begrip topologies van aard, waarna projektiewe begrip en begrip van Euklidiese verbande ontwikkel. Projektiewe ruimtelike denke behels die vermoë om die onderlinge samehang van voorwerpe in die ruimte te verstaan en verskillende verwysingsraamwerke te kan gebruik. Euklidiese ruimtelike denke behels die vermoë om metingseienskappe aan voorwerpe toe te ken waardeur grootte en posisie in die ruimte beskryf kan word.

- denkbeelding, as geïnternaliseerde nabootsing, maak denkvoorstellings moontlik

Meer spesifiek, is denkbeelding die vermoë om transformasies van denkbeelde te maak, wat mens in staat stel om onveranderlike eienskappe weer te gee in omkeerbare denkhandeling. Denkbeelding ontwikkel van staties tot operasioneel.

Vandat kinders die stadium van konkreet-operasionele denke bereik, is daar twee soorte denkoperasies by kinders aanwesig, naamlik: logies-wiskundige denke en sub-logiese denke (ook vertaal as infra-logiese denke – Sien Olson 1970:14). Volgens Piaget (1956:450, 458) beteken die term *sub-logies* nie dat hierdie denke enigsins minder rigoristies as logies-wiskundige denke is nie, maar slegs 'n ander funksie het, naamlik "...to produce the concept of the object as such, in

contrast to collections of objects...” Wanneer sub-logiese denke in proposisie vorm neergeskryf word, is dit ononderskeibaar van logies wiskundige denke. Die twee denkprosesse word in figuur 2.3 vergelyk.

Figuur 2.3 DIE VERSKIL TUSSEN LOGIES-WISKUNDIGE DENKE EN SUB-LOGIESE DENKE.

Logies-wiskundige denke	Sub-logiese denke
Hanteer diskrete elemente, onafhanklik van hulle ordening in ruimte en tyd	Hanteer kontinue elemente en ordening in terme van ruimte en tyd
Behels:	Behels:
<ul style="list-style-type: none"> • Klassifikasie op grond van ooreenkomste en verskille 	<ul style="list-style-type: none"> • Klassifikasie op grond van verbande van nabyheid
<ul style="list-style-type: none"> • Klasinsluiting tussen verskillende voorwerpe 	<ul style="list-style-type: none"> • Geheel-deelverhoudings in ‘n bepaalde voorwerp
<ul style="list-style-type: none"> • Wiskundige reeksordening ($A \Rightarrow B \Rightarrow C$) 	<ul style="list-style-type: none"> • Ruimtelike ordening (bv. Behoud van “tussen”, omgekeerde orde)
<ul style="list-style-type: none"> • Byvoeg of wegneem van diskrete elemente 	<ul style="list-style-type: none"> • Transformasies van ‘n geheel
<ul style="list-style-type: none"> • Meting op grond van getalle en meeteenhede 	<ul style="list-style-type: none"> • Meting op grond van die konsep van meting (passing, vergelyking)

(Sien ook Montangero, 1976:100)

Alhoewel ruimtelike entiteite ook die onderwerp van logies-wiskundige-denke kan wees, is dit sub-logiese denke wat ruimtelike denke kenmerk (Piaget en Inhelder 1956:458).

(iii) Die ontwikkeling van denkbeelding in ruimtelike denke

Die ontwikkeling van denkbeelding is volgens Piaget en Inhelder (1956:18) net so afhanklik van motoriese aktiwiteit as wat die ontwikkeling van waarneming is, en vertoon dieselfde topologies-perspektief-euklidiese ordening as perseptuele ontwikkeling. Piaget en Inhelder het navorsing gedoen oor kinders se abstraksie van die vorm van voorwerpe op grond van haptiese ondersoek. Die probleme wat die kinders moes oplos het hulle met twee take gekonfronteer: Eerstens moes hulle die waarneming op grond van aanraking vertaal na visuele waarneming. Tweedens moes hulle ‘n visuele denkbeeld vorm wat die inligting wat deur aanraking bekom is integreer met hulle ondersoekende handbewegings. Op grond van die navorsing sê hulle dat die ontwikkeling van

ruimtelike verbande wat in 'n visuele denkbeeld vervat is, 'n agterstand toon in vergelyking met die ruimtelike verbande wat uit waarneming geabstraheer word (1956:20).

Volgens Piaget en Inhelder se model van intellektuele ontwikkeling, word figuratiewe denke (prentjie-denke) aanvanklik gebruik om statiese patrone in figure en objekte te hanteer, en statiese denkbeelding te doen. Later in die ontwikkeling word operasionele denke gebruik om patrone in die beweging van voorwerpe te hanteer en om denkbeelde te manipuleer. Sonder die ontwikkeling van operasionele denke kan geïntegreerde, omkeerbare ruimtelike denke nie ontwikkel nie. Die ontwikkeling van denkbeelding met betrekking tot die denkbeeldige ontvouing van drie-dimensionele vorms word soos volg beskryf:

- Subfase IIA: Die kind kan 'n denkbeeld vorm van die voorwerp self, maar nie van die ontvouing (of die net) na transformasie nie
- Subfase IIB tot IIIA: Die kind kan 'n denkbeeld vorm van 'n gedeelte van die transformasie, of van die finale resultaat van die transformasie

Kinders in hierdie fase () kan dus 'n korrekte ontvouing uitken, maar kan nie self die ontvouing teken nie.

- Subfase IIIB: Die kind kan 'n dinamiese denkbeeld vorm wat die resultaat van transformasies kan antisipeer

Hierdie fase word gekenmerk deur operasionele denke en kinders kan nou korrekte ontvouings teken (Piaget en Inhelder 1956:294).

(iv) Ruimtelike produkte

Piaget en Inhelder (1956:33) het onder andere kinders se tekeninge en taalbeskrywings as ruimtelike produkte bestudeer in hulle navorsing oor kinders se begrip van ruimtelike abstraksies in modelruimte. Hulle gevolgtrekking is dat tekeninge die kind se perseptuele aktiwiteit weerspieël en nie die waargenome voorwerp self nie. Hulle vergelyk tekeninge direk met denkbeelde en sê "...the drawing, like the mental image, is not simply an extension of ordinary perception, but is rather the combination of the movements, anticipations, reconstructions, comparisons, and so on, that accompany perception and which we have called perceptual activity." (ibid). Piaget en Inhelder (1956:36) beskryf die rol van operasionele denke in die maak van suksesvolle produkte as die vermoë om omkeerbare koördinasie te bereik, dit wil sê "a systematic return to the point of departure in such a way as to group all the parts of a figure around one or more stable points of reference."

Navorsing oor kinders se vermoë om ontvouings van drie-dimensionele meetkundige vorms te visualiseer en te teken, bevestig volgens Piaget en Inhelder ook die topologies/perspektief/euklidiese ontwikkeling. Die vermoë om drie-dimensionele vorms te ontvou ontwikkel egter volgens hulle eers ná die vermoë om alledaagse voorwerpe vanuit 'n bo-aansig te teken (1956:273-278). Die visualisering en ontvouing van voorwerpe berus op die internalisering van die fisiese handeling wat nodig is om 'n ontvouing te doen. Die volgende ontwikkelingsstadia vir ontvouings is aangeteken:

- Fase I: Jonger as 4 jaar oud, kon nie bestudeer word nie
- Fase II: (Tot omtrent 5 of 6 jaar oud)

Die onvermoë om verskillende aansigte te onderskei is kenmerkend van hierdie vlak. Tydens Fase IIA is daar geen verskil tussen die tekening van die ontvouing en die tekening van die voorwerp in geheel nie. Die voorwerp word in beide gevalle voorgestel aan die hand van 'n enkele, oorheersende eienskap. So byvoorbeeld word 'n kubus, sowel as sy ontvouing as 'n vierkant geteken. Tydens Fase IIB begin kinders se tekeninge onderskeid toon tussen die voorwerp en sy ontvouing. As die kubus as 'n vierkant geteken word, word die ontvouing geteken as 'n vierkant met 'n lyn wat die aksie en rigting van die ontvouing aandui. Alternatiewelik word die ontvouing geteken as verskillende vorms sonder onderlinge samehang.

- Fase III: (Van 7j tot omtrent 9j oud)

Hierdie vlak word gekenmerk deur volledige ontvouing en die vermoë om laterale vlakke voor te stel. Fase IIIA (omtrek 7 tot 8 jaar oud) vertoon twee tipes tekeninge: die dele van die voorwerp word geteken, maar word onordelik geheg, of die dele word ordelik geheg, maar die rotasie van die laterale vlakke word onvolledig geteken, sodat die voorwerp half oop lyk. Teen Fase IIIB (omtrek 9 jaar oud) kan kinders die silinder en die keël korrek ontvou. Die korrekte ontvouing van die kubus en piramide word dikwels laaste bereik.

Piaget en Inhelder (1956:287) maak ook melding van die interessante waarneming dat kinders se tekeninge van die ontvouings van drie-dimensionele vorms gewoonlik kleiner is as wat die vorm self is. Hulle verduidelik dit aan die hand van die kind se aanvoeling dat daar volume verlore gaan tussen die voorwerp self en sy ontvouing, en dat die kind dit probeer verreken deur die ontvouing te verklein. Die skatting van grootte varieer met ouderdom en is teen Fase IIIB nog steeds nie volledig ontwikkel nie (1956:271). Volgens Piaget oorheers die konseptuele begripsontwikkeling van ruimtelike aspekte die akkuraatheid van grootteskatting, “[hence] it would seem relatively easier for the younger children to judge size in perspective in so far as their space is not yet structured to any considerable extent. As conceptual space becomes progressively more

organised, size estimation becomes more difficult and accuracy is only regained only when this structure is eventually able to react upon perception.” (Piaget & Inhelder 1956:272).

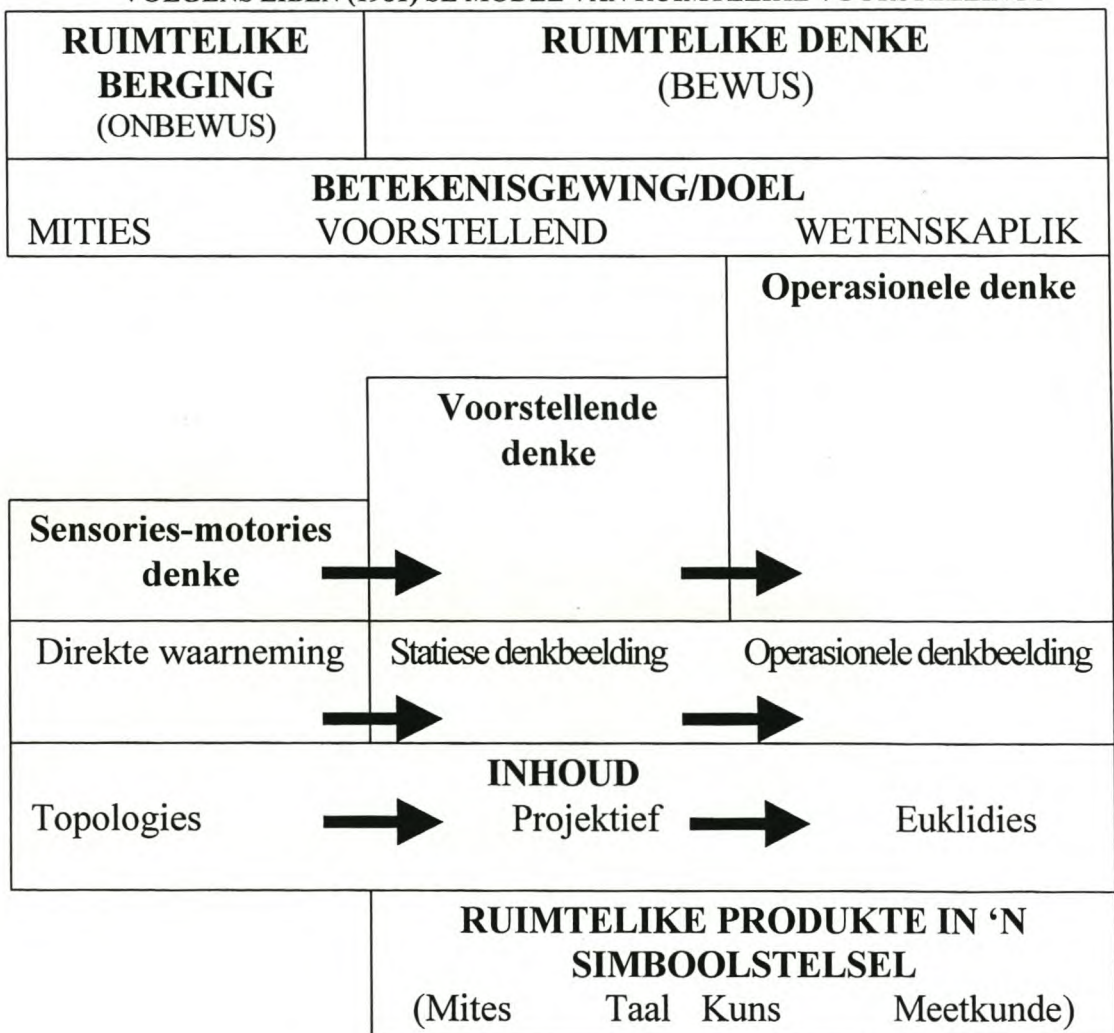
Die ontwikkeling van meting by kinders is ook deur Piaget en sy medewerkers nagevors. Volgens hulle is daar geen sprake van meting, tensy die kind reeds ‘n koördinaatsisteem gevestig het in sy ruimtelike denke nie (Piaget, Inhelder & Szeminska 1960:27). Spontane meting ontwikkel uit perseptuele vergelykings, en kinders is vir lank tevrede met visuele vergelyking van grootte. Voordat die kind sy ruimte gestruktureer het in terme van koördinaat-asse, is daar geen beperking of begrensing op sy visuele vergelykings nie en is visuele meting dus onakkuraat. Wanneer kinders bewus raak van die onakkuraatheid van hulle visuele meting, word die twee voorwerpe wat vergelyk word bymekaar gehou en van *fisiese oordrag* (manual transfer) gebruik te maak om grootte te vergelyk. *Liggaamlike oordrag* en *voorwerpnabootsing* kenmerk die volgende ontwikkelingsstadium (Piaget et al 1960:31). *Liggaamlike oordrag* behels die gebruik van die liggaam as tussenganger, byvoorbeeld wanneer kinders die grootte van een voorwerp met hulle uitgestrekte hand meet en oordra na die ander voorwerp. *Voorwerpnabootsing* behels die gebruik van ‘n simboliese voorwerp om grootte na te boots – kinders hou byvoorbeeld ‘n stok langs die voorwerpe wat hulle vergelyk. Daar is egter nie sprake dat kinders op hierdie stadium die grootte van die voorwerp kan afmeet as die stok langer is as die voorwerp nie, ook nie dat kinders die stok herhaalde kere sal gebruik as die stok korter is as die voorwerp wat gemeet word nie. Operasionele meting (herhaalde gebruik van ‘n meeteenheid) word eers moontlik wanneer kinders in staat is om mates denkbeeldig oor te dra tussen voorwerpe. Dit beteken dat hulle die verband $A=B$ en $B=C$ impliseer $A=C$ kan vestig, waar B ‘n meetinstrument voorstel (Piaget et al 1960:32).

Piaget wys daarop dat visuele meting weer na vore tree, en redelik akkuraat word, wanneer kinders operasioneel kan meet. Die mate van vertroue wat ‘n persoon in die akkuraatheid van sy visuele meting het, sal bepaal of hy voortgaan om op ander wyses te meet. Visuele meting kan dus slegs as die mees ontwikkelde vlak van meting beskou word, wanneer die kind die betroubaarheid van visuele meting oordryf en hy nie meer akkuraat kan meet wanneer hy versoek word nie (Piaget et al 1960:33).

Samevattend kan die verband tussen Piaget se teorie van ruimtelike ontwikkeling en Liben (1981) se indeling van soorte ruimtelike voorstellings, verduidelik word aan die hand van figuur 2.4. Sensories-motoriese denke, wat die basis van denkontwikkeling is, behoort tot ruimtelike berging, aangesien dit onbewuste inligting is wat van die begin van die mens se lewe gekonstrueer word op

grond van waarneming en fisiese aktiwiteit. Wanneer voorstellende denke bereik word, word denkbeelding moontlik. Operasionele denke en operasionele denkbeelding maak wetenskaplike denke, asook meting, wat gekenmerk word deur oorsaak-gevolg verbande, moontlik. Die inhoud van ruimtelike voorstellings, naamlik omgewingskennis en ruimtelike abstraksies, ontwikkel volgens Piaget van topologies na projektief na euklidies. Ruimtelike produkte soos taal, tekeninge en modelle is produkte van voorstellende of operasionele denke, aangesien dit die kind se begrip van voorwerp weergee, eerder as die voorwerp self.

Figuur 2.4
ASPEKTE VAN PIAGET SE TEORIE VAN RUIMTELIKE ONTWIKKELING INGEDEEL
VOLGENS LIBEN (1981) SE MODEL VAN RUIMTELIKE VOORSTELLINGS



Piaget se teorie dat ruimtelike denkontwikkeling noodwendig aan ouderdom gekoppel is, word nie deur almal aanvaar nie. 'n Alternatiewe teorie oor ruimtelike denke vanuit die ontwikkelingsnavorsing word vervolgens bespreek.

2.3.3.2 Olson en Bialystok se teorie van ruimtelike ontwikkeling

Olson en Bialystok (1983:8) maak gebruik van die konsep van strukturele beskrywings om die ontwikkeling van ruimtelike waarneming en ruimtelike denke te verduidelik.

“ A structural description may be considered a propositional representation of the properties or features and their relations constructed by the mind which permits the recognition of and assignment of meaning to objects. It is similar to a feature list except that the features are not assumed to be merely a list but an ordered, hierarchically organized set of descriptions. Furthermore structural descriptions are assumed to be constructed from a set of elements that is smaller than the set of objects represented. They, therefore, constitute the language or code for the mental representation of experience.”

Enige ruimtelike voorstelling, hetsy visueel, grafies of deur middel van taal, kan beskryf word op grond van strukturele beskrywings en betekenis-toekenning. Dit is nie ‘n alternatief vir denkbeelde nie, maar ‘n onderliggende, suiwer kognitiewe voorstelling waaruit denkbeelde ontwikkel kan word. Strukturele beskrywings is implisiet.

(i) Ruimtelike berging: Ruimtelike waarneming

Volgens Olson en Bialystok se teorie, is ruimtelike waarneming implisiet en dus (volgens Liben se indeling) ruimtelike bergingsinhoud. Daarmee sê hulle nie dat ruimtelike berging betekenisloos is nie, slegs onbewus. Waarneming is gerig op voorwerpe en situasies, terwyl die ruimtelike eienskappe en verbande implisiet bly totdat daar ‘n motief is om die verbande vanuit die strukturele beskrywing te ekspliseer. Die verskil tussen ruimtelike waarneming en ruimtelike denke lê in betekenisgewing (1983:2). Waarneming self word gerig deur betekenisgewing – “...what one sees depends on what one knows, that is on the schemata, concepts, or codes available” (Olson & Bialystok 1983:7). In dié verband verwys Olson (1970:9) na die feit dat sketse van ‘n sel vanaf dieselfde mikroskoopplaatjie verskil, voor en nadat die chromosoom ontdek is. Tydens die bewustelike denkproses word betekenis op ‘n hoër vlak toegeken. Konsepte word beskou as strukturele beskrywings waaraan betekenis toegeken is. Waar strukturele beskrywings implisiet is, is konsepte is dus bewuste begrippe. Konsepte kan ook bergingsinhoude word wanneer dit nie gebruik word in die oplossing van ‘n probleem nie.

(ii) Die ontwikkeling van ruimtelike denke

Olson en Bialystok (1983:54) beskryf die ontwikkeling van ruimtelike denke aan die hand van twee gelyktydige prosesse:

- die toenemende uitbreiding van die ruimtelike aspekte van strukturele beskrywings
- die geleidelike eksplisering en voorstelling van die eienskappe van die strukturele beskrywings

Eersgenoemde proses verwys na die vermoë om toenemend komplekse voorwerpe te herken, en fyner onderskeid tussen voorwerpe te tref. Alhoewel die kind fyner waarneem en onderskeide tref, is hy nie noodwendig bewus van watter inligting hy gebruik om die onderskeid te tref nie.

Die tweede proses verwys na die moontlikheid om vorm waar te neem, teenoor die blote voorwerp waarneming op grond van strukturele beskrywings. Die prosesse van waarneming en eksplisering van implisiete strukture is wederkerig en kan op enige vlak van abstraksie gedoen word.

Ruimtelike denke is van meet af aan ingebed in ons begrip van die eksterne werklikheid, maar ruimtelike kennis ontwikkel as die ruimtelike strukture aan die strukturele beskrywings ontworstel word. Olson en Bialystok (1983:37) verduidelik die ruimtelike begrip van vorm aan die hand van 'n kind se kennis van 'n suigstokkie:

“To see that a lollipop is indeed composed of a circle and a straight line standing in a certain direction to each other requires the explicit activation of a part of the structural description of a lollipop. When the child sees that relationship for the first time, she is not constructing new spatial images, but is becoming aware of aspects of the structural description that she was already automatically (implicitly) using for object recognition.”

Eksplisering geskied in 'n bepaalde kulturele medium en in 'n bepaalde simboolstelsel soos taal, teken of modelbou (Olson & Bialystok 1983:55).

Die vraag wat nou na vore kom, is: Op grond waarvan word bepaalde eienskappe van voorwerpe gekies vir vorm- en taalvoorstellings? Volgens Olson en Bialystok (1983:49) kan die keuse van eienskappe beïnvloed word deur die volgende drie faktore:

- die mens se waarnemings-en gebruiksvoorkeure

Ter wille van oorlewing is die mens van nature meer ingestel op sekere ruimtelike waarnemingsvoorkeure wat dan ingesluit word in strukturele beskrywings, soos by voorbeeld die

waarneming van vertikale dimensies. Die mens se gebruiksvoorkeure bepaal watter eienskappe belangrik genoeg is om spesifieke taalsterme aan toe te ken.

- die beperkinge van die taal

Taalstelsels gee voorkeur aan eienskappe wat beskryf kan word in terme van kontrasterende woordpare, byvoorbeeld bo-onder of voor-agter. Wanneer die waargenome eienskappe nie inherent binêr is nie, word taalbeskrywings soms te ingewikkeld en keer 'n persoon terug na denkbeelding van die meer algemene strukturele beskrywing. Voorstellings in ander media, soos byvoorbeeld teken of verf, maak voorsiening vir eksplisering van verskillende eienskappe van strukturele beskrywings as waarvoor taal voorsiening maak.

- die eise wat die taak stel

Eienskappe word opgemerk en ge-ekspliseer wanneer dit as belangrik geag word in 'n sekere situasie. Die eise wat kommunikasie stel bepaal die eienskappe wat ge-ekspliseer word in taalbeskrywings, net soos wat die eise wat effektiewe waarneming stel bepaal watter alternatiewe strukturele beskrywings aan 'n situasie toegeken word. Taalbeskrywings in verskillende kulture sal dus 'n aanduiding gee van die eise van ruimtelike take in daardie kulture.

Die ontwikkeling van ruimtelike denke (dit is die eksplisiete voorstelling van implisiete ruimtelike strukture) kan vanuit twee perspektiewe beskou word:

- die aard van die aktiwiteit wat die eksplisering vereis
- die volgorde waarin ruimtelike verbande ge-ekspliseer word

Olson (1970:176) lê klem daarop dat die aard van die *performatory act* wat die kind moet uitvoer, onderhewig is aan die leidrade wat die kind kan gebruik om ruimtelike verbande te ekspliseer. Olson se navorsing het Piaget se teorie van topologiese oorheersing bevestig, naamlik dat topologiese verbande aanvanklik die mees oorheersende leidrade verskaf wanneer voorstellings van ruimtelike situasies gemaak word. Hy dui egter nog 'n beperking aan, naamlik die rol van die kontrasversameling (die versameling van moontlike alternatiewe): Hoe meer alternatiewe daar vir 'n sekere ruimtelike handeling is, hoe moeiliker word die eksplisering van 'n ruimtelike verband. Verder kan eienskappe en verbande hulle belangrikheid verloor as die kontrasversameling verander.

Die toekenning van strukturele beskrywings en betekenis kom ooreen met Piaget se prosesse van assimilasie en akkommodasie. Assimilasie beskryf die veranderinge in die strukturele beskrywings, sonder ooreenkomstige veranderinge in die betekenis of kognitiewe struktuur, en

akkommodasie beskryf die veranderinge in betekenis of kognitiewe struktuur, sonder ooreenkomstige verandering in die strukturele beskrywings. Olson en Bialystok (1983:22) stem saam met Piaget dat die twee prosesse gewoonlik saam plaasvind. Betekenistoekenning word aanvanklik op die vlak van alledaagse voorwerpe gedoen en verskil van betekenistoekenning op die vlak van ruimtelike vorm. Laasgenoemde betekenistoekenning omsluit egter die betekenis van die aanvanklike toekenning (Olson & Bialystok 1983:7).

Die volgorde waarin ruimtelike eienskappe ge-ekspliseer word, word volgens Olson en Bialystok (1983:55–70) bepaal deur twee beginsels, naamlik

- die beginsel van invariansie en
- die beginsel van inligting

Die beginsel van invariansie. Ruimtelike verbande wat invariant bly wanneer die waarnemer van posisie verander, word makliker ge-ekspliseer as die wat verander. So byvoorbeeld, is die verband *die koppie is op die tafel* invariant ten opsigte van die posisie van die waarnemer. Aan die ander kant is die verband *die stoel is voor die tafel* afhanklik van die posisie van die waarnemer en van die verwysingsraamwerk wat hy kies om “voor” te bepaal. Oor die algemeen, is topologiese verbande soos *langs, tussen, in* en *binne-in* invariant ten opsigte van die waarnemer se posisie en word makliker ge-ekspliseer. Net so is verbande wat op die vertikale as gebaseer is, soos *bo, bo-oor* en *bokant* invariant ten opsigte van die waarnemer. Verbande wat op die *voor-agter* as (ortagonale as) gebaseer is, en verbande wat op die horisontale as gebaseer is, soos byvoorbeeld *voor, agter, regs* en *links*, word omgekeer wanneer die posisie van die waarnemer omkeer. Horisontale en ortagonale verbande word dus moeiliker as vertikale verbande ge-ekspliseer, omdat minder verbande invariant bly. Olson en Bialystok (1983:66) verduidelik:

“The selection and representation of invariant spatial relationships of objects and events, for example, presumably facilitates their identification across situations and contexts; variable relationships must be reanalyzed in each situation and hence provide weak evidence for the presence of known objects.”

Hulle wys ook daarop dat die bilaterale simmetrie van die menslike liggaam horisontale diskriminasie bemoeilik, terwyl die bokant-onderkant asimmetrie van ons liggame vertikale diskriminasie vergemaklik.

Die *beginsel van inligting* gaan oor die kompleksiteit van die ruimtelike inligting wat benodig word om ‘n voorstelling van ‘n ruimtelike situasie te maak. Olson en Bialystok (1983:67)

verduidelik die beginsel aan die hand van kinders se probleem om 'n diagonaal te konstrueer: horisontale en vertikale lynsegmente vereis slegs die eksplisering van een dimensie of as, naamlik *die lyn is horisontaal* of *die lyn is vertikaal*. 'n Diagonaal moet egter ten opsigte van twee dimensies of asse beskryf word, byvoorbeeld *die lyn is regs en boontoe*. Aangesien meer inligting verwerk moet word, vind kinders dit moeilik om diagonale lyne voor te stel.

Nog 'n aspek waar meer inligting 'n ruimtelike voorstelling moeilik maak, is waar daar meer as een argument is ten opsigte waarvan 'n ruimtelike posisie bepaal moet word. So byvoorbeeld neem die volgende voorbeelde toe in kompleksiteit:

Die voorkant van die kar (slegs een argument: kar)

Die man is voor die kar (twee argumente: man en kar)

Die man is tussen die kar en die boom (drie argumente: man, kar en boom).

Olson en Bialistok (1983:68) stel voor dat Piaget se teorie dat kinders eers topologiese, dan projektiewe en laastens Euklidiese eienskappe abstraher, herbeskryf word vanuit die beginsels van invariansie en inligting.

Die verwysingsraamwerk (Engels: *relatum*) wat gebruik word om ruimtelike verbande te ekspliseer, dra ook by tot die moeilikheidsgraad van ruimtelike denke. Olson en Bialystok (1983:73) stel drie verwysingsraamwerke voor:

- die ego of die self
- kanoniese voorwerpe (Engels: *canonical*) asook waarnemers, en
- nie-kanoniese voorwerpe (Engels: *non-canonical*), asook raamwerke.

Hierdie verwysingsraamwerke kan in konflik met mekaar kom wanneer ruimtelike verbande ge-ekspliseer word, en sodoende die eksplisering bemoeilik. Kanoniese voorwerpe het intrinsieke ruimtelike oriëntasies soos 'n vaste bokant (bv. 'n koppie) of voorkant (bv. 'n rok). Hierdie intrinsieke eienskappe word aanvanklik toegeken met die ego as verwysingsraamwerk, maar het deur algemene gebruik intrinsieke, onveranderlike eienskappe van die voorwerpe geword. Nie-kanoniese voorwerpe, soos balle of houers, het geen intrinsieke ruimtelike oriëntasie nie. Tydelike oriëntasie word aan sulke voorwerpe toegeken op grond van die ego of ander ruimtelik-bepaalde voorwerpe, maar die oriëntasies moet telkens hertoegerken word as die ego of die voorwerp van oriëntasie verander. So byvoorbeeld kan 'n kind die oriëntasie *die voorkant van die boks* toeken aan die vertikale vlak naaste aan homself. As hy egter aan die ander kant van die boks gaan staan (of die boks omdraai), verander die oriëntasie van die spesifieke deel.

Olson en Bialystok (1983:76) beskryf die kompleksiteit van ruimtelike verbande op grond van die wisselwerking tussen die aard van die ruimtelike predikaat (wat posisie aandui), die argument (waarvan die posisie aangedui word) en die verwysingsraamwerk (Engels: *relatum*) soos volg:

“First, according to the principle of invariance, those relationships based on a vertical predicate should be simpler than those based on a horizontal one. Hence, for all *relatum*, the vertical propositions should be simpler than the horizontal ones.

Second, the presence of intrinsic side parts for the complete canonical object should make horizontal predicates simpler to assign to these than to the other two types of *relatum* which do not possess intrinsic fronts or sides.

Finally, the *relatum* which is canonical on only one dimension should present conflict for the construction of spatial relations; for vertically-based predicates the propositions will be as readily constructed as for canonical *relatum*, while for horizontally based predicates, the propositions will resemble those for noncanonical object *relatum*.”

(iii) Denkbeelding

Denkbeelding behels die aktivering van onderliggende strukturele proposisies en word bloot as nog ‘n medium vir eksplisering beskou. ‘n Denkbeeld van ‘n voorwerp vereis nie noodwendig dat vormeienskappe eksplisiet gemaak word nie (Olson & Bialystok 1983:41). Intendeel, ‘n denkbeeld vereis die aktivering van ‘n ryk en uitgebreide strukturele beskrywing, wat baie eienskappe gelyktydig en sonder voorkeur weerspieël. Sodra die denkbeeld geaktiveer is, is dit onderhewig aan denkmanipulasies soos enige ander vorm van voorstellende denke. Volgens Olson en Bialystok (1983:43) speel taal en denkbeelding aanvullende rolle in ruimtelike probleemoplossing. Die taalterm en die denkbeeld aktiveer dieselfde konsep – taal deur middel van die betekenis, en denkbeelding deur middel van die strukturele beskrywing. As sodanig is dit moontlik dat taal en denkbeelding mekaar soms kan ondersteun en soms in die wiele kan ry.

Oor hemisfeervoorkeur sê Olson en Bialystok (1983:45) dat komplekse strukturele beskrywings waaruit dit moeilik is om vormeienskappe te onttrek, hoofsaaklik deur die werking van die regterbrein herken en getransformeer word, skynbaar in die vorm van denkbeelde. Aspekte van die strukturele beskrywing wat deur eksplisiete vormbeskrywings weergegee kan word, word dan na die linkerebrein oorgedra vir prosessering.

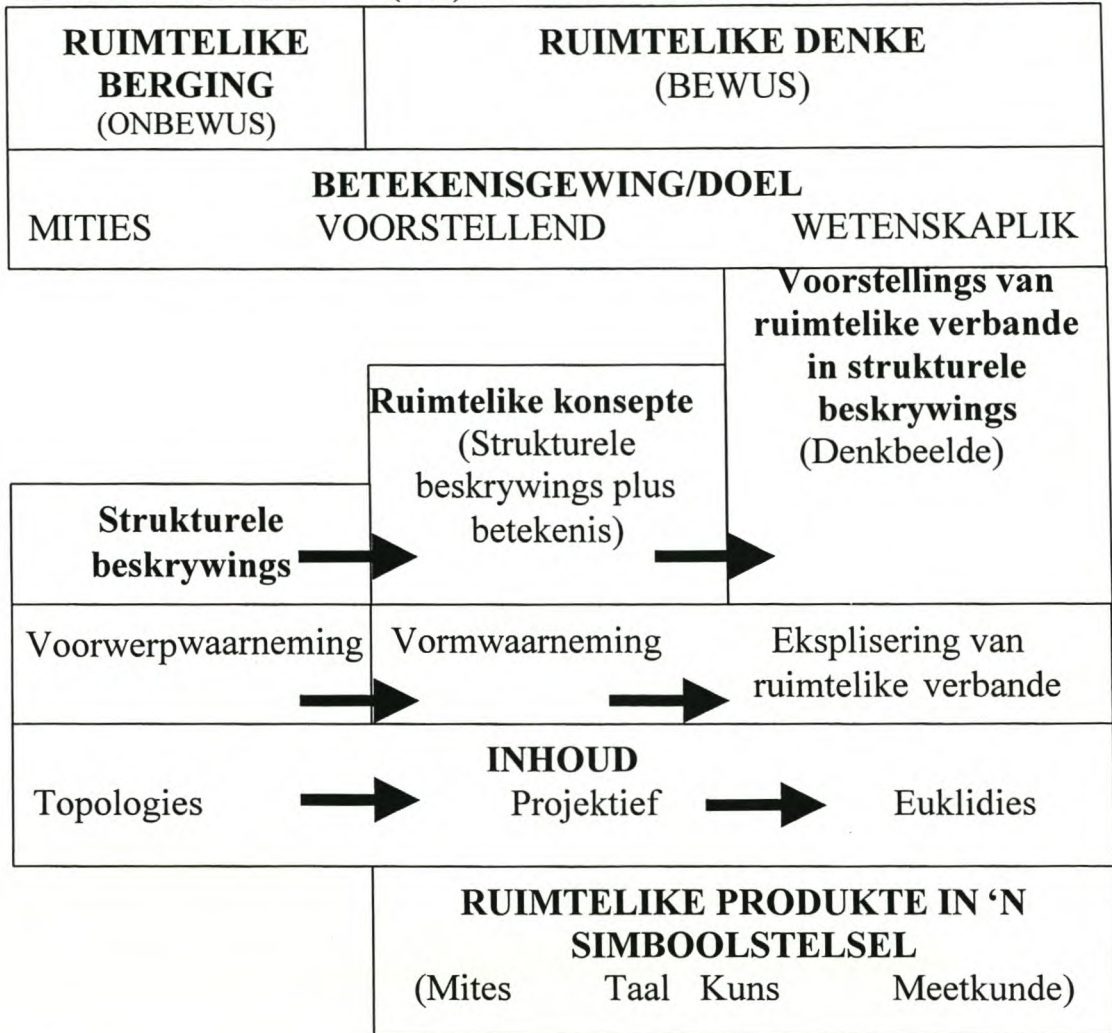
(iv) Ruimtelike produkte

Volgens Olson (1970:184) vind eksterne ruimtelike voorstellings in verskillende *performatory media* plaas. Perseptuele inligting onderlê die voorstellingsaktiwiteit in enige medium, maar die alternatiewe verskil van medium tot medium. Voorbeelde van media is taalbeskrywings, tekeninge of modelle asook beweging en hantering van voorwerpe.

Die eksplisering van ruimtelike konsepte vereis take wat die kind se aandag op daardie aspekte van die strukturele beskrywing van voorwerpe vestig wat gepas is in 'n bepaalde medium. Olson verduidelik dat die inligting wat 'n kind benodig om 'n diagonale lyn te teken, verskil van dit wat hy benodig om 'n diagonale lyn in taal terme te beskryf. Volgens Olson en Bialystok (1983:56,64) ontwikkel die kind se eksplisering van ruimtelike verbande op grond van sy fisiese handeling, maar is kulturele simboolstelsels soos taal, meetkunde en kuns nodig om ruimtelike denke verder te ontwikkel. Verskillende media vir voorstelling, soos taal, tekeninge of modelle, fokus die aandag op verskillende aspekte van die strukturele beskrywing van voorwerpe, sodat ruimtelike begrip van daardie aspekte in die produk sigbaar is. Die ruimtelike strukture en eienskappe wat deur volwassenes of kundiges weergegee word in taal, kuns en meetkunde, behoort dus die ruimtelike eienskappe wat implisiet was in die voorwerpwaarneming, te weerspieël. Vanuit hierdie perspektief het Euklides dus nie die vierkant uitgevind nie, en is die konsep 'vierkant' ook nie uit die natuur afgelei nie, maar is die konsep 'vierkant' 'n kognitiewe bousteen in die strukturele beskrywing van alledaagse voorwerpe ter wille van waarneming. Euklides het die meetkundige eienskappe dus ge-ekspliseer (ibid).

Samevattend kan die verband tussen Olson en Bialystok se teorie van ruimtelike ontwikkeling en Liben (1981) se model van ruimtelike voorstellings verduidelik word aan die hand van figuur 2.5. Strukturele beskrywings is onbewuste bergingsinhoud en word aanvanklik toegeken op grond van voorwerpwaarneming. Wanneer die kind take moet uitvoer wat vereis dat vormvoorstellings gemaak word (dus betekenisgewing in voorstellende ruimte) kan vormwaarneming uit voorwerpwaarneming ontwikkel en ruimtelike konsepte gevorm word. Ruimtelike denke ontwikkel op grond van toenemende eksplisering van ruimtelike verbande en die eis om denkvoorstellings van die verbande te maak. Die ruimtelike produkte wat die kind voorstel weerspieël die kind se ruimtelike begrip.

Figuur 2.5
ASPEKTE VAN OLSON EN BIALYSTOK (1983) SE TEORIE VAN RUIMTELIKE ONTWIKKELING
INGEDEEL VOLGENS LIBEN (1981) SE MODEL VAN RUIMTELIKE VOORSTELLINGS



2.4 Samevatting

2.4.1 Filosofiese beskouing van ruimtelike denke

Cassirer se siening van die historiese, kulturele en persoonlike ontwikkeling van ruimtelike denke deur verskillende betekenisruimtes aan die hand van verskillende simboolstelsels, help om die ontwikkeling van kinders se ruimtelike denke in filosofiese perspektief te plaas. Cassirer beskryf die verskillende betekenisruimtes egter op grond van die *doel* van die ruimtelike denke, en stel nie een ruimte ondergeskik aan 'n ander nie.

Hierdie studie beskryf 'n episode wat binne Cassirer se voorstellende ruimte val. Die doel is om vas te stel watter eienskappe en verbande van die eksterne ruimtelike produk wat die kinders maak, geleentheid bied om voorstellende ruimtelike denke te oorbrug na konseptuele ruimtelike denke, met meetkunde as simboolstelsel. Binne die voorstellende ruimte word taal egter nie vir hierdie studie as enigste simboolsisteem beskou nie, maar ook die bou van modelle en potlood-en-papier-ontwerpe.

2.4.2 Tipes ruimtelike voorstellings en inhoude

Liben se definisie van ruimtelike voorstellings en inhoude, bied 'n nuttige manier om navorsing uit verskillende benaderings en beskouings te orden.

Samevattend uit die literatuurstudie oor waarneming en geheue, word ruimtelike berging as implisiete waarnemingskennis beskou, met beperkte betekenis-toekenning wat op grond van waarneming, sosiale interaksie en fisiese handeling gekonstrueer word. Denkbeelde asook taalbeskrywings en vormlose intuïsie is voorbeelde van ruimtelike bergingsinhoude.

Die aktivering van ruimtelike berging met die oog op denkmanipulering tydens probleemoplossing word beïnvloed deur

- die persoonlike betekenis-toekenning deur die individu (Cassirer se betekenisruimtes)
- die moeilikheidsgraad van die probleem (Olson en Bialystok se ontleding), en
- persoonlike denkvoorkeure

Uit die literatuur blyk daar voorkeurverskille te wees op grond van linker-en regterbreindenke, wat beskryf word in terme van teenoorgesteldes soos reeksdenkens/holistiese denkers, analitiese/holistiese denkers (Eliot 1987:168). Daar word ook melding gemaak van spesifieke prosesse waardeur geheuedenkbeelde opgeroep word.

Ruimtelike denke is volgens Liben bewustelike refleksie op en manipulering van ruimtelike inligting en denkbeelde met die oog op probleemoplossing. Volgens Olson en Bialystok behels ruimtelike denke die eksplisering van ruimtelike eienskappe van voorwerpe. Piaget dui aan dat die eksplisering en verbandlegging 'n ontwikkelingshiërargie toon vanaf topologiese eienskappe tot perspektief-eienskappe tot Euklidiese eienskappe. Piaget koppel die ontwikkeling van ruimtelike denke aan ouderdom. Hierteenoor beskryf Olson en Bialystok die ontwikkeling van ruimtelike denke aan die hand van die kompleksiteit van die strukturele beskrywings van bepaalde ruimtelike

verbande. Piaget en Inhelder beskou visuele denkbeelding as die primêre ruimtelike denkvoorstelling, terwyl Olson en Bialystok verskeie tipes voorstellings toelaat op grond van onderliggende strukturele beskrywings.

Dit is duidelik uit die navorsing vanuit die verskillende benaderings dat eksterne ruimtelike produkte (fisiese voorwerpe) gebruik word om ruimtelike denke te bestudeer. Dit is egter gevaarlik om een spesifieke soort ruimtelike produk in isolasie te beskou en op grond daarvan afleidings oor denkprosesse te maak, maar in samehang met ander produkte word ruimtelike produkte algemeen beskou as aanduiding van ruimtelike begrip. Daar is egter ook aanduidings in die literatuur dat die mate waartoe kulturele konvensies en motoriese vaardigheid ruimtelike produkte in verskillende media beïnvloed, tot wanbegrip van kinders se ruimtelike denke aanleiding kan gee.

Die navorsing wat in hierdie hoofstuk beskryf is, handel oor abstraksies in modelruimte. Die navorsing is egter deurgaans in laboratoriumomstandighede gedoen, en die ruimtelike probleme wat opgelos moes word tydens die navorsing het 'n beperkte aantal stappe vereis. Die vraag is hoe hierdie navorsing van toepassing is op meetkundige denke in skoolomstandighede.

HOOFSTUK 3

DIE ROL VAN RUIMTELIKE VAARDIGHEDE IN MEETKUNDIGE DENKE

3.1 Inleiding

In hierdie hoofstuk word die oorgang van alledaagse ruimtelike denke na meetkundige denke bespreek, asook die ontwikkeling van meetkundige denke. Die bespreking vind plaas aan die hand van die filosofiese beskouing van die doel van ruimtelike denke en soorte ruimtelike inhoude wat in hoofstuk 2 uiteengesit is.

3.2 Die verband tussen ruimtelike denke en meetkundige denke

Volgens Cassirer (1955:83) is daar nie 'n ononderbroke, logiese ontwikkelingslyn tussen ruimtelike waarneming (sensory space) en wiskundig-ruimtelike denke nie: "...on the contrary we require a peculiar reversal of perspective, a *negation* of what seems immediately given in sensory perception, before we can arrive at the logical space of pure mathematics." Die oorgang van ruimtelike waarneming na meetkundige denke vereis 'n verandering van verwysingsraamwerk en betekenisgewing. Ook vanuit 'n onderrigperspektief dui navorsing daarop dat meetkundige denke stadig ontwikkel, indien ooit, in alledaagse kontekste (Lehrer, Jacobson, Kemeny en Strom 1999: 64; Bishop 1983a:177).

Yakimanskya (1991:17) beweer dat meetkundige voorwerpe histories gesien, uit abstraksies van alledaagse voorwerpe ontstaan het:

"...the concept of a geometric body first came about as an abstraction of a real object, retaining only the shape and size of the object, apart from all its other properties. The very concept of shape and size is thought of as precise and defined in mathematics, whereas in real objects shape and size are ill-defined and variable. In fact the subject of any science is always an abstraction isolated from the specific relations and connections in which objects occur." (Sien ook Grunbaum 1883:166).

Die bestudering van ruimtelike aspekte van die omgewing impliseer egter nie noodwendig dat kinders hulle met meetkunde besig hou nie. Sulke aktiwiteite moet oorgang vanaf 'n empiriese verwysingsraamwerk na 'n meetkundige verwysingsraamwerk vereis, anders bly dit bloot knutsel en teken (sien ook Yakimanskya 1991:70).

3.2.1 Meetkundige bestudering van ruimtelike aspekte

Freudenthal (1983:246) benadruk 'n meetkundige konteks as vereiste vir die ontwikkeling van ruimtelike konsepte wat as denkoobjekte met die oog op meetkunde-onderrig kan dien. Hy vra na die kriteria op grond waarvan 'n dobbelsteen met geronde hoekpunte en rande as 'n kubus geklassifiseer word deur kinders sowel as volwassenes. Waar eindig die toleransie en begin die noodsaak vir 'n meer noukeurige beskrywing? Volgens Freudenthal word sulke klassifikasies op grond van *normative imaginations* gemaak. Hy wend geen poging aan om die term verder te omskryf, of te verklaar wat die oorsprong daarvan is nie. Wat wel duidelik is, is dat die kind wat so 'n klassifikasie maak, reeds oor die idee (of denkoobjek) van 'n kubus beskik, al ken hy nie noodwendig die term kubus of ander eienskappe van 'n kubus nie. Die belangrikste vraag bly (Freudenthal 1983:248):

“ Which symptoms indicate the ability to grasp a geometrical context and put objects into it?” Hy antwoord self (ibid):

“By showing knowledge of what matters in the context, by way of

recognition,

classification,

material reproduction,

naming,

mental reproduction

of mental objects and processes and by

making conscious to oneself and

describing

these activities.”

Dit blyk dus dat die meetkundige konteks die bepalende faktor in die onderskeid tussen ruimtelike denke en meetkundige denke is. Verskillende eienskappe en verbande is belangrik in verskillende kontekste. Vir Van Hiele-Geldof (1958:237) beteken meetkundige bestudering die toenemende ordening en strukturering van meetkundige verbande. Yakimaskya (1991:17) onderskei ruimtelike verbande tussen verskillende voorwerpe (byvoorbeeld vorm, grootte, posisie, afstand, dimensie) en

ruimtelike verbande tussen dele van 'n voorwerp (byvoorbeeld vorm, grootte, relatiewe posisie). Lehrer et al (1999:72) dui ook meer abstrakte verbande soos gelykvormigheid, simmetrie, skaal, klassifikasie en transformasies aan as belangrik vir meetkundige bestudering van ruimtelike aspekte. Hierdie ruimtelik-meetkundige abstraksies kan gegroepeer word as

- abstraksies van vorm, en
- abstraksies van struktuur

Die bestudering van vorm impliseer kwantitatiewe verbande, soos grootte en verhoudings (proportion). Die bestudering van meetkundige struktuur behels die ondersoek van kwalitatiewe verbande tussen die geheel en die dele op grond van topologiese, projektiewe, affiene of metrieke eienskappe (sien ook Pallascio, Allaire & Mongeau 1993:9).

Die waarnemingswêreld van die kind moet georden word, sodat die kind optimum geleentheid kry om vorm-en struktuureienskappe te abstraher wat meetkundige bestudering moontlik maak. Treffers (1987:247) onderskei tussen horisontale en vertikale matematisering as verskillende, maar verbandhoudende ordeningsprosesse: “We distinguish *horizontal* and *vertical* mathematization in order to account for the difference between transforming a problem field into a mathematical problem on the one hand, and processing within the mathematical system on the other hand.” In die konteks van meetkunde kan ons dus praat van horisontalê en vertikale geometrisering. Volgens Van Hiele-Geldof (1958:237) word die ordening verkry deur fisiese, doelgerigte manipulering van voorwerpe, die nadink oor die resultate van die manipulering en die eksplisering van die ordening wat verkry is. Die vermoë om denkbeelde van sulke voorwerpe te skep en doelgerig te manipuleer staan sentraal in die gebruik van ruimtelik-meetkundige denke (Mitchelmore 1984:135; Yakimanskya 1991:83).

Kinders het tot 'n meerdere of mindere mate 'n intuïtiewe aanvoeling vir ruimtelike aspekte van die omgewing, soos blyk uit hulle vermoë om roetes te vind, voorwerpe te identifiseer en ander alledaagse ruimtelike handeling uit te voer (sien ook Freudenthal 1983:226). Die vraag is hoe kinders se ruimtelike intuïsie deur horisontale geometrisering, dus die abstrahering van ruimtelike aspekte, bevorder kan word; en of meetkundige denke bevorder kan word deur te fokus op die ontwikkeling van intuïsie en denkbeelding.

3.2.2 Die verband tussen betekenisgewing en meetkundige denke

Soos aangetoon in hoofstuk 2 word het ruimtelike denke verskillende funksies, wat bepaal word deur die individu se betekenisgewing. Meetkundige denke vereis wetenskaplike betekenisgewing. Die oorgang van voorwerpwaarneming aan die hand van persoonlike mitiese betekenisgewing tot die waarneming van abstrakte wetenskaplik-meetkundige verbande, vereis egter 'n ontwikkelingsoorgang deur middel van vormwaarneming aan die hand van voorstellende betekenisgewing. Eers wanneer vormwaarneming bereik is, kan meetkundige denke ontwikkel deur toenemende eksplisering van vorm-en struktuurverbande en toenemende uitbreiding van die strukturele beskrywings van ruimtelike voorwerpe en situasies. Outhred en Mitchelmore (2000:151) verwys na Simone (graad 2) wat 'n vierkantvorm herhaaldelik moes natrek om oppervlakte te vul, en nie die regte oriëntasie van die vorm kon behou nie. Sy het klaarblyklik 'n betekenisverskuiwing gemaak, en die oriëntasie van die vorm toenemend so aangepas dat sy kon terugval op die mitiese ooreenkoms van haar tekening met die diamante in hulle voordeur. Sulke voorbeelde dui daarop dat kinders se doel en betekenisgewing tydens meetkundige probleemoplossing in ag geneem moet word. Uit die beskrywing van Outhred en Mitchelmore kan afgelei word dat die betekenis wat Simone aan die taak gegee het (waarskynlik as gevolg van haar onvermoë om die probleem wetenskaplik op te los) daartoe gelei het dat sy geregresseer het tot die mitiese interpretasie van die ruimtelike aspekte wat sy in staat was om voor te stel.

Vir die doel van die studie word verwys na ruimtelik-meetkundige inhoude om die oorgang tussen persoonlike betekenisgewing en voorstellende betekenisgewing te vervat. Met die oog op abstrahering van vorm-en struktuurverbande uit alledaagse ruimtelike voorwerpe en situasies, word vervolgens gekyk na:

- bergingsinhoud van ruimtelik-meetkundige vorm-en struktuurverbande
- die aard en die ontwikkeling van ruimtelik-meetkundige denke, en
- eksterne ruimtelik-meetkundige produkte

3.3 Ruimtelik-meetkundige berging

3.3.1 Denkoobjekte

'n Alledaagse ruimtelike voorwerp word 'n meetkundige denkoobjek wanneer die kind die voorwerp in 'n meetkundige konteks beskou. 'n Bepaalde vorm is vir 'n kind 'n denkoobjek

wanneer hy (byvoorbeeld) die vorm in ander voorbeelde herken, die vorm kan reproduseer en benoem en 'n denkbeeld daarvan kan vorm (sien Freudenthal 1983:227,248). Denkoobjekte bevat meetkundige intuïesies (Treffers 1987:246) wat deur meetkunde-onderrig bereik en ge-ekspliseer kan word. Volgens Freudenthal (1991:18) behoort die doel van aanvangs meetkunde-onderrig te wees dat kinders denkoobjekte van soveel moontlik alledaagse ruimtelike voorwerpe moet vorm, as basis vir die abstrahering van meetkundige verbande.

Yakimanskya (1991:127) se eis dat die kind allereers 'n stelsel van eienskappe van alledaagse en meetkundige voorwerpe moet opbou, voordat die ruimtelike aspekte bestudeer kan word, sluit aan by Freudenthal (1983:248) se siening van denkoobjekte:

“In the process of social and theoretical experience, mankind has picked out from the full set of perceivable actions certain systems or natural series of shapes, colors, magnitudes, and other perceivable qualities of objects, which have been given verbal equivalents.”

Wanneer kinders sulke stelsels van eienskappe gevestig het, beskik hulle oor maatstawwe om enige waarneembare eienskappe te vergelyk, te benoem en te orden.

3.3.2 Ruimtelik-meetkundige intuïsie

Volgens Fischbein (1987:222) word natuurlike, primêre intuïesies oor 'n bepaalde vak deur 'n kind gekonstrueer voordat enige sistematiese onderrig oor die vak gegee word. Dit kom ooreen met Vygotski se beskrywing van spontane kennis teenoor wetenskaplike kennis (sien ook Confrey 1993:15).

Fischbein (1987:223) tref onderskeid tussen intuïsie van herkenning (adhesion) en antisiperende intuïsie. Intuïtiewe herkenning vervang die behoefte aan 'n bewys, terwyl antisiperende intuïsie 'n globale aanvoeling vir die oplossing van 'n probleem behels (byvoorbeeld, mens kan dele uit karton knip en saamvoeg om 'n drie-dimensionele houer te maak). Die twee tipes intuïesies is interafhanklik, maar speel verskillende rolle in wiskunde-onderrig. Intuïsie ontwikkel uit die vestiging van denkpatrone en weerspieël die ervaringskennis van 'n individu. Tydens die onderrig/leer situasie kan sekondêre meetkundige intuïesies ontwikkel word, wat met primêre intuïesies mag bots.

Meetkundige intuïsie verskil van ruimtelike intuïsie in die mate waartoe meer abstrakte verbande die intuïsie rig. So byvoorbeeld is daar sprake van meetkundige intuïsie wanneer 'n kind 'n

vierkant op sy punt herken as 'n vierkant, omdat hy intuïtief weet dat daar vereistes is waaraan 'n vierkant moet voldoen, alhoewel dit nie vir hom soos 'n vierkant lyk nie. Daar is dus groter afstand tussen die waarnemer en die voorwerp, en besluite word nie net op sigwaarde geneem nie.

Intuisie en rasonale denke is interafhanklik en kinders moet leer om hulle intuïties doelbewus te vergelyk met formele, wiskundige interpretasie van vakinhoud. 'n Voorbeeld van waar kinders se intuïsie verskil, is ten opsigte van die relatiewe posisies van voorwerpe. Kinders koppel dikwels die posisie *voor* aan voorwerpe ten opsigte van die globale verwysingsraamwerk van die klaskamer, of die rigting waarin die kind kyk (Van Niekerk 1997:167). Om posisie meetkundig te beskou, moet die verwysingsraamwerke wat van toepassing is in elke geval, eksplisiet gemaak word. Sekondêre intuïties moet ontwikkel word in leersituasies waarin dit duidelik is watter raamwerk vir die toekenning van relatiewe posisie in 'n meetkundige konteks van toepassing is (sien ook Cassirer 1957:149).

Meetkundige intuïties word ontwikkel deur die komplementêre eise wat meetkundige probleme en die beskikbare metodes om die probleme op te los, aan die denke stel (Otte 1992:282). Onderwysers moet in gedagte hou dat intuïties nie geskep, verander of uitgewis kan word deur verduidelikings of kort didaktiese ingrepe nie (Fischbein 1987:225).

Van Hiele (1960:321) voer aan dat intuïtiewe oordeel geen redenasie toelaat nie. Wanneer 'n kind byvoorbeeld sê dat "mens mos kan sien" dat die basishoeke van 'n gelykbenige driehoek gelyk is, is die intuïtiewe sekerheid vir die kind genoeg en maak redenasies geen indruk nie. Die kind moet deur 'n proses van meetkundige denkontwikkeling gaan en 'n netwerk van verbande tussen die meetkundige eienskappe van voorwerpe vestig, voordat deduktiewe meetkundige redevoering moontlik is.

3.4 Die aard van meetkundige denke

3.4.1 Meetkundige konsepvorming

'n Konsep is volgens Freudenthal (1991:18,19) die uiteindelijke produk van denkprosesse, terwyl die kind allereers denkobjekte nodig het om oor te dink. 'n Konsep word bepaal deur die perspektief waaruit die voorwerp bestudeer word - die konsep van 'n sirkel as 'n lokus, byvoorbeeld, kan ver verwyderd wees van die denkobjek waaruit hierdie konsep ontwikkel is. Die

getallelyn, die heelgetalle en meetkundige vorms is voorbeelde van denkobjekte, terwyl denkbeelde visuele voorstellings van denkobjekte is. Die afstand tussen konsepte en denkobjekte hang af van die vakinhoud, maar veral van die spesifieke individuele ervaringskennis en denkontwikkeling (ibid). Konsepte in wiskunde is gebaseer op wetenskaplike betekenisgewing.

3.4.2 Denkbeelding

Volgens Gutiérrez (1996:5,6) gebruik wiskunde-onderwysers 'n meer algemene definisie van denkbeelde en visualisering as kognitiewe sielkundiges, naamlik:

“ A “mental image” is a mental representation of a *mathematical concept or property* containing information based on pictorial, graphical or diagrammatic elements. “Visualization”, or visual thinking, is the kind of reasoning based on the use of mental images” (ibid). (my kursief).

Wiskunde-onderwysers is van mening dat eksterne ruimtelike produkte en denkbeelde interaktief gebruik moet word om begrip te verseker en probleme op te los. Op grond hiervan beskou Gutiérrez visualisering in wiskunde as “the kind of *reasoning activity based on the use of visual or spatial elements, either mental or physical*, performed to solve problems or prove properties.” (Gutiérrez 1996:5,6). Visualisering in wiskunde word dus geïntegreer uit vier hoofelemente, naamlik *denkbeelde, eksterne ruimtelike produkte, visualiseringsprosesse en visualiseringsvaardighede*. Gutiérrez (1996:10) omskryf die terme soos volg:

1. 'n Denkbeeld is enige kognitiewe voorstelling van 'n wiskundige konsep of eienskap deur middel van visuele of ruimtelike elemente. Denkbeelde is die basiese elemente van visualisering.
2. Eksterne ruimtelike produkte is enige verbale-, grafiese- of modelvoorstellings wat help om denkbeelde te transformeer en ruimtelike denke moontlik maak.
3. Visualiseringsprosesse is denkprosesse waar denkbeelde gebruik word. Twee verskillende prosesse word aangetref, naamlik *visuele interpretasie van inligting* om denkbeelde te skep en *interpretasie van denkbeelde* om inligting te genereer. Interpretasie van denkbeelde bestaan uit drie subprosesse soos deur Kosslyn beskryf, naamlik die skep en ontleding van denkbeelde, die transformasie van denkbeelde na ander denkbeelde en die transformasie van denkbeelde om inligting op ander maniere weer te gee.
4. Visualiseringsvaardighede moet ontwikkel word om spesifieke denkbeelde te gebruik in probleemoplossing. Die belangrikste vaardighede is:

- objek-agtergrond onderskeiding
- perseptuele konstantheid
- rotasie van denkbeelde
- persepsie van ruimtelike posisies van voorwerpe ten opsigte van die self
- persepsie van ruimtelike verhoudings tussen voorwerpe onderling
- visuele diskriminasie

Bogenoemde omskrywing van visualisering in wiskunde weerspieël die feit dat visuele of ruimtelike denkvoorstellings van nie-meetskundige konsepte ook in wiskunde gedoen word. Fischbein (1993:141) beskryf meetkundige denke op 'n soortgelyke wyse, as hy sê dat die fisiese voorstellings (voorwerpe of tekeninge) slegs materialiserings is van die denkobjekte waarmee wiskundiges werk, en dat sulke voorstellings dus intrinsieke konseptuele eienskappe besit. Uit die oogpunt van aanvangsmeetkunde-onderrig is hierdie definisie en omskrywing van visuele denkbeelde en visualisering egter eensydig. Wanneer die kind nog deur 'n proses van horisontale geometrisering moet gaan om eienskappe te abstraher, mag dit nodig wees om denkbeelde van werklike voorwerpe en situasies te skep en te manipuleer om verbande af te lei, in plaas daarvan om te begin by 'n *mathematical concept or property*.

Die definisie van 'n denkbeeld in aanvangsmeetkunde sou dus soos volg aangepas kon word:

'n Denkbeeld is 'n denkvoorstelling van 'n eksterne ruimtelike produk of situasie in 'n meetkundige konteks, wat ruimtelike inligting bevat op grond van waarneming.

Gutiérrez se omskrywing van 'n denkbeeld as die kognitiewe voorstelling van 'n *wiskundige konsep of eienskap* sluit die abstraksie van sulke konsepte en eienskappe in denkbeelde van ruimtelike voorwerpe en situasies uit.

Brown en Presmeg (1993:139) het denkbeelding van laerskool- en hoërskoolkinders tydens die oplos van wiskunde probleme ondersoek. Hulle het voorbeelde van die volgende tipes denkbeelding teëgekomp:

- konkrete denkbeelding

Hierdie soort denkbeelding kan vergelyk word met 'n prentjie in die denke, en bestaan uit 'n enkele statiese, maar dikwels hoogs gedetailleerde beeld. Dit kom ooreen met wat Piaget en Inhelder (1966) statiese denkbeelde genoem het en Johnson (1987) ryk denkbeelde. Ten spyte van

die probleme wat konkrete denkbeelding veroorsaak tydens wiskundige denke, maak baie kinders daarvan gebruik.

- kinestetiese denkbeelding

Hierdie soort denkbeelding behels een of ander spierbeweging. In Brown en Presmeg se studie was die bewegings beperk tot die gebruik van hande en vingers. Handbewegings was algemeen by jong kinders en het hulle gehelp om oplossings te vind.

- dinamiese denkbeelding

Hierdie soort denkbeelding behels die vermoë om 'n denkbeeld te beweeg of te transformeer. Kinders in hierdie studie het gesê dat hulle die plat vel plastiek kon sien vou tot 'n drie-dimensionele voorwerp. In 'n ander geval het kinders 'n figuur denkbeeldig verdeel en hersaamgestel om oppervlaktes te bereken.

- patroondenkbeelding

Hierdie denkbeelding is hoogs abstrak en bestaan uit suiwer wiskundige verbande wat ruimtelik-visueel voorgestel word. Patroondenkbeelding is aangetref by ouer kinders wat die algemene reël vir 'n vuurhoutjie- blokpatroon vasgestel het deur heen en weer te beweeg tussen die visuele patroon en die numeriese patroon.

Brown en Presmeg (1993:143) het bevind dat kinders wat 'n beter relasionele begrip van wiskunde het, meer dikwels dinamiese en meer abstrakte denkbeelde gebruik het as ander kinders. Die swakker kinders het meer staat gemaak op konkrete denkbeelde al was die denkbeelde soms ontoepaslik vir die probleem. Gutierrez (1993:160) wys daarop dat meetkundige denke nie noodwendig visueel is nie, maar soms ook analities en dat verdere navorsing nodig is om kinders se meetkundige denke te ondersoek.

3.4.3 Die verband tussen denkbeelde en meetkunde konsepte

Volgens Yakimanskya (1991:81) is konsepte en denkbeelde keerkante van 'n munt waar ruimtelike denke ter sprake is. Konsepte behou (fix) slegs die mees invariante meetkundige eienskappe van voorwerpe, terwyl denkbeelde weer hoogs veranderlike en dinamiese ruimtelike verbande insluit, soos die verband tussen vorm en grootte en metodes om vorm en grootte te transformeer: "They make it possible, on the one hand, to establish real existence in its substantial definiteness, stability, and regularity, and on the other hand, to capture movement, alteration, and development" (ibid).

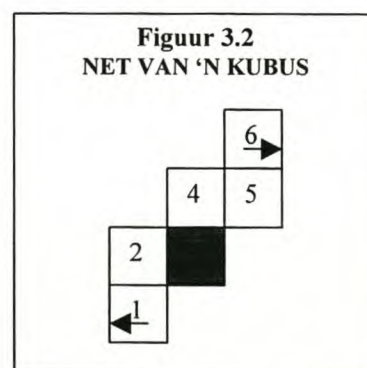
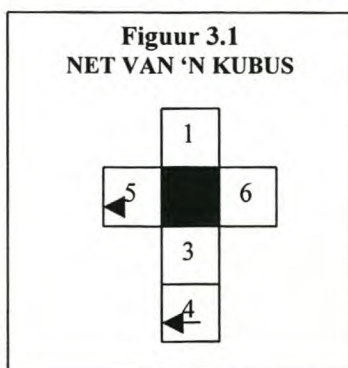
Fischbein (1993:139) wys ook op die verskil tussen 'n denkbeeld en 'n konsep in meetkunde: 'n Konsep is 'n simboliese weergawe (gewoonlik deur middel van taal) wat 'n idee verteenwoordig – 'n algemene, ideale weergawe van 'n stel voorwerpe op grond van hulle gedeelde eienskappe. Aan die ander kant is 'n denkbeeld 'n sensoriese weergawe van 'n spesifieke voorwerp of situasie.

Enige denkbeeld van 'n meetkundige figuur of voorwerp (soos 'n kubus, driehoek of vierkant) is 'n denkvoorstelling van 'n spesifieke voorwerp met intrinsieke konseptuele eienskappe (Fischbein 1993:141). Tydens meetkundige denke moet die konsep en die denkbeeld saamsmelt tot 'n figuurkonsep, wat 'n logies beheerde struktuur is: “an image entirely controlled by a definition” (Fischbein, 1993:149).

Figuurkonsepte is dus nie aanwesig wanneer kinders nog mitiese of voorstellende ruimtelike betekenis toeken aan ruimtelik-meetkundige take nie. Aktiwiteite waar leerlinge moet leer om meetkundige eienskappe van voorwerpe in die denke te manipuleer deur terselfdertyd met figure en logiese voorwaardes en operasies te werk, dra by tot die afstand tussen die fisiese voorstelling en die idee wat deur die voorstelling verteenwoordig word. Sodoende ontwikkel wetenskaplike betekenisgewing en figuurkonsepte. Fischbein beskryf twee voorbeelde wat vir hierdie studie van belang is:

Wanneer die net van 'n kubus gegee word soos in figuur 3.1, is die figuur-eienskappe en die konseptuele eienskappe goed geïntegreer, met die gevolg dat die kind 'n figuurkonsep met sy eienskappe manipuleer. Dit is redelik maklik om vas te stel dat die net wel korrek is. Die simmetrie van die skets help om te sien dat daar slegs een moontlikheid is om die net te vou om 'n kubus te vorm met 2 as basis. Dit is ook maklik om te sien dat die aangrensende sye van die vierkante sal saamval om die rande van die kubus te vorm. Dit is moeiliker om vas te stel of die sye wat met pyltjies aangedui is, sal saamval.

Figuur 3.2 verteenwoordig 'n moeiliker probleem:



Volgens Fischbein (1993:159) behels die identifisering van figuur 3.2 as die net van 'n kubus meer as die denk-nabootsing van eksterne handelinge. Dit behels 'n denkkonstruksie waarin die figuureienskappe van die dele van die figuur as dele van 'n kubus herken moet word en hulle posisies verander moet word. 'n Denkbeeld van die veranderde posisies moet geskep word, sowel as van die effek van transformasies op die aangrensende dele. Dit is egter die konsep dat die vlakke van 'n kubus vierkante is en dat die sye van die vierkante gelyk is, die vierkante regte hoeke het, wat die intuïsie ontlok dat die figuur wel moontlik die net van 'n kubus kan wees. Al hierdie konsepte is egter deel van ruimtelike berging, implisiet in die denkhandelinge. Sonder die implisiete konseptuele beheer sou die oefening waardeloos wees.

Sulke didaktiese situasies waarin vereis word dat figuur- en konsepeienskappe ontleed, vergelyk en geïntegreer word, lei tot die ontwikkeling van die volgende meetkundige denkvaardighede (Fischbein 1993:159):

- die konstruktiewe wisselwerking tussen figuur- en konsepeienskappe in meetkundige probleemoplossing
- die vermoë om so veel moontlik figuur-konsepte in gedagte te hou en te koördineer
- die vermoë om denkprosesse in betekenisvolle afdelings te organiseer om geheuelading te verminder, en
- die vermoë om die uitkoms van transformasies te antisipeer en die effek van transformasies te integreer gedurende die probleemoplossingsproses

Die konflik tussen figuur- en konsepeienskappe wat in meetkunde-onderrig ondervind word, het 'n duidelike implikasie vir aanvangsmeetkunde-onderrig. Freudenthal se term *normative imaginations* kom weer ter sprake: Die kind moet die geleentheid kry om die aannames op grond waarvan benaderde, onakkurate figure met denkoobjekte geassosieer word, eksplisiet te maak, sodat betekenisvolle integrasie deur abstraksie verkry kan word. Yakimanskya (1991:83) voer aan dat die begrip en gebruik van 'n drie-dimensionele verwysingsraamwerk noodsaaklik is wanneer denkbeelde met die oog op meetkundige probleemoplossing geskep en manipuleer word. Tydens manipulerings van denkbeelde om alledaagse inligting oor die objektiewe, werklike inhoud van voorwerpe te bekom, is so 'n verwysingsraamwerk nie 'n vereiste nie.

3.4.4 Die ontwikkeling van meetkundige denke

Wiskunde-onderwysers is primêr gemoeid met ingrepe om die ontwikkeling van kinders se kennis en vaardighede te verseker. Piaget se navorsing oor die ontwikkeling van ruimtelike denke en vaardighede het uiteraard die beskouing van die ontwikkeling van meetkundige denke beïnvloed. Piaget se navorsing kan egter nie sonder meer toegepas word op meetkunde-onderrig nie (Van Hiele 1959:2).

Die werk van Dr. Van Hiele het bygedra om die implikasies van Piaget se navorsing vir meetkunde-onderrig te belig. Die belangrikste ooreenkomste en verskille tussen Piaget en Van Hiele se beskouings oor meetkundige denkontwikkeling kan soos volg opgesom word (Van Hiele 1982:217):

- Piaget sowel as Van Hiele beskryf stadia in meetkundige denkontwikkeling
- Piaget sowel as Van Hiele toon aan dat daar situasies is waarin dit die kind hoegenaamd nie begryp wat die volwassene bedoel nie
- volgens Piaget is die situasie van volkome onbegrip ‘n biologiese ontwikkelingsverskynsel, terwyl Van Hiele aandui dat die situasie deur ‘n leerproses gewysig kan word
- Van Hiele toon aan dat situasies van onbegrip algemeen tussen *langerlerende* en *korterlerende* persone voorkom, en nie net tussen kinders en volwassenes nie
- Piaget wys op slegs een periode van onbegrip, terwyl Van Hiele aantoon dat daar dikwels twee of meer sulke periodes voorkom in ‘n meetkundige onderrig/leersituasie
- Piaget sowel as Van Hiele beklemtoon dat kinders hulle eie kennis aktief konstrueer (Clements en Battista 1992:436)

3.4.4.1 Van Hiele se vlakke-teorie

Van Hiele (1959:6) dui die verskille tussen die ruimtelike konsepte en meetkundige konsepte van ‘n kind soos volg aan:

“ The child’s concept of space calls up certain associations such as: in front-behind, above-below, fits in, faraway-nearby, high-low. Naturally these associations have no predominant function in the geometrician’s concept of space. The most important association in the space of a geometrician is ‘resulting from’, by which is meant that if “B is the result of A” this is equivalent to the statement that the co-existence of A and B is not impossible. The child’s

spatial associations are much less forcible in character; there we only see that the phenomenon A frequently goes hand in hand with the phenomenon B.

The child's way of thinking will have to pass through an extensive process of evolution from its primitive stage into a pattern of thought, in which "it follows that" takes up a central position."

Die doelwit van meetkunde-onderrig bly dus volgens Van Hiele die ontwikkeling van ruimtelike denke tot op 'n vlak waar die formeel-logiese-deduktiewe aard van 'n meetkundige stelsel die onderwerp van studie word. Die breë ontwikkelingsgang wat Van Hiele in die aanhaling hierbo beskryf, herinner aan Cassirer se beskrywing van die ontwikkeling van mitiese denke na beskrywende denke na wetenskaplike denke (sien paragraaf 2.1.2).

Van Hiele (1959:8) beskryf vlakke in die ontwikkeling van meetkundige denke. Die denkvlakke is diskontinu, hiërargies en afhanklik van onderrigingsrepe. Opsommenderwys kan die volgende vier vlakke in die ontwikkeling van meetkundige denke onderskei word¹:

- **voor-meetkundige denke**, afgestem op ruimtelike kennis deur waarneming.
- **meetkundige denke**, afgestem op die eienskappe van strukture. Hierdie eerste meetkundige denkvlak word *die vlak van meetkundige aspekte* genoem.
- **wiskundig-meetkundige denke**, afgestem op die verbande tussen strukture. Hierdie tweede meetkundige denkvlak word *die essensie van meetkunde* genoem.
- **die vermoë om logies te redeneer**, afgestem op die beplanning van meetkunde as 'n struktuur. Hierdie denkvlak word *die vlak van meetkundige insig* genoem.

Die kind moet op elke denkvlak die meetkundige aspekte van ruimtelike voorwerpe en situasies abstraheer, orden en verbande lê: aanvanklik die visuele (of fisiese) eienskappe, dan die meetkundige eienskappe, dan die verbande tussen meetkundige eienskappe, dan die eienskappe van die verbande tussen eienskappe. Die meetkundige abstraksies en verbande van 'n vorige vlak word telkens die eksplisiete onderwerp van studie op die volgende vlak.

¹ In latere geskrifte is vyf vlakke beskryf en genummer vanaf 0 tot 4, of op verskeie maniere benoem, onder andere: visuele denkvlak, beskrywende denkvlak, teoretiese denkvlak, rigoristiese denkvlak. Vir die doel van hierdie studie is dit egter nuttiger om die soepelheid van bogenoemde beskrywings te hê, aangesien die bespreking beperk is tot die eerste twee denkvlakke. Vorige besprekings van die vlakke het op twee-dimensionele inhoud gefokus en herbeskouing in terme van drie-dimensionele voorwerpe mag nodig wees.

Van Hiele (1986:165) beskryf die tweeledige probleem van aanvangsmeetkunde-onderrig: aan die een kant moet die onderwyser begin by die kind se kennis van ruimtelike ordening en aan die kind geleentheid bied om wiskundig-ruimtelike ordening te doen. Aan die ander kant moet meetkunde-onderrig juis die kind oortuig van die verskil tussen meetkundige konsepte en ruimtelike konsepte 'n Voorbeeld van so 'n verskil is die definisie van 'n punt, of 'n lyn as wiskundige konsep, teenoor die konflikerende alledaagse, ruimtelike konsep van punte en lyne (waar 'n punt grootte besit en 'n lyn dikte).

Meetkunde-onderrig in die laerskool moet ten doel hê om kinders se denke tot op die vlak van wiskundig-meetkundige denke te ontwikkel, om te verseker dat Euklidiese meetkunde, of 'n ander meetkundige struktuur in die hoërskool met insig bestudeer kan word (Walker Mayberry 1981:93). Hierdie studie is egter gemoeid met die oorgang van voor-meetkundige denke na meetkundige denke, dus word in meer besonderhede na die eerste twee denkvlakke gekyk.

3.4.4.2 Voor-meetkundige denke

(Hierdie denkvlak word ook die visuele denkvlak of Vlak 0 genoem).

Tydens voor-meetkundige denke is die fisiese voorkoms van 'n voorwerp die draer van die eienskappe van die voorwerp. Kenmerkend van 'n kind se handelinge op hierdie vlak is dat voorwerpe as geheel gesien word en op grond van hulle voorkoms in die geheel herken word. Op hierdie denkvlak kom die kind se intuïtiewe kennis van alledaagse voorwerpe ter sprake. Montangero (1976:99) verbind intuïtiewe kennis met fisiese ruimtelike kennis van waarneembare eienskappe van voorwerpe wat ontwikkel tydens die kind se alledaagse aktiwiteite. Logiese denke speel aanvanklik 'n minimale rol (Van Hiele 1959:7) en die kind moet telkens empiries vasstel of 'n voorbeeld in 'n bepaalde struktuur inpas. Dit ondersteun Piaget se siening dat daar nie 'n goedgedefinieerde interaksie tussen fisiese kennis en logies-wiskundige kennis is nie (Montangero 1976:122).

Metertyd, deur doelgerigte fisiese aktiwiteit, ontwikkel die vorm van 'n voorwerp 'n simboolkarakter, sodat kinders implisiet van die eienskappe van 'n bepaalde vorm bewus raak. Kinders op 'n voor-meetkundige denkvlak kies byvoorbeeld tydens speelaktiwiteite driehoekvorms vir dakke van geboue, reghoekige prisma's vir mure en silinders vir torings, bloot op grond van visuele eienskappe. Die vorm van voorwerpe kry dus (mitiese) simboolkarakter. Maar die meetkundige eienskappe van die vorms dra ook implisiet by tot die keuse: driehoeke

deug nie sommer vir mure nie, want daar sal gapings wees, silinders deug nie vir dakke nie, want hulle rol af en die grootte van blokke word in ag geneem. Tydens sulke doelgerigte bou aktiwiteite is dit opmerklik dat kinders blokke kies op grond van implisiete meetkundige eienskappe en nie op grond van ander sterk visuele eienskappe soos kleur nie (sien ook Guanella 1934:6). Doelgerigte hantering van ruimtelike voorwerpe dra dus by tot die ontwikkeling van intuïsie en die uitbreiding en differensiasie van meetkundige bergingsinhoude.

Tydens voor-meetkundige denke word alledaagse voorwerpe tot denkobjekte omvorm en meetkundige intuïsie uitgebrei. Volgens Van Hiele (1986:67) is daar geen moontlikheid vir die oplos van meetkundige probleme nie, aangesien die kind nie oor 'n netwerk van verbande beskik waarvolgens hy kan redeneer nie. Hy beskou die soort oplos van probleme tydens blokbou-aktiwiteite en ander fisiese konstruksie-aktiwiteite as verkenning van die konteks.

3.4.4.3 Meetkundige denke

Hierdie denkvlak word ook die beskrywende denkvlak of Vlak 1 genoem.

Die meetkundige denkvlak volg nie kontinu op die voor-meetkundige denkvlak nie. Volgens Van Hiele (1984:310) kan kinders op hierdie denkvlak eienskappe van strukture uit die vorige vlak abstraheer. Hierdie abstraksies mag verskil van kind tot kind, asook van die abstraksies wat volwassenes sou maak, maar moet nogtans gerespekteer word. Die verskillende eienskappe wat kinders uit eenderse voorwerpe en situasies abstraheer, is waarneembaar uit hulle simboliese, voorstellende aktiwiteite, soos byvoorbeeld taalgebruik en tekeninge.

Op hierdie denkvlak word redenasie en probleem-oplossing moontlik. Montangero (1976:123) sê logies-wiskundige denke in meetkunde gaan oor ruimtelike verbande en eienskappe wat nie direk waarneembaar is nie, alhoewel dit deur middel van denkbeelde voorgestel kan word. Die vraag ontstaan of logies-wiskundige denke op hierdie denkvlak noodwendig formeel-logiese denke is.

Van Hiele (1959:9) beskou lokale, intrinsieke logiese denke, gebaseer op die struktuur wat op die spesifieke stadium in die kind se denkontwikkeling beskikbaar is as toereikend logiese denke (sien ook Freudenthal 1991:16). So byvoorbeeld bied kinders redes van visuele aard aan op die *voor-meetkundige denkvlak*. Op die *vlak van meetkundige aspekte* (Vlak 1) is logiese redes dié wat eienskappe van vorms aandui. Hier verskil Van Hiele van Piaget, wat denke net as logies bestempel wanneer die kind se antwoorde ooreenkom met die algemeenaanvaarde volwasse

siening van ruimtelike aspekte. So 'n siening help volgens Van Hiele (1959:10) nie om die kind se denkontwikkeling te verstaan nie, eerder om te verstaan hoe kinders leer om die ruimte op volwassenes se manier te beskou.

De Moor (1991:127) dui aan dat deduktiewe ruimtelike redenasie inherent deel is van Euklidiese meetkunde. Hy sê egter ook dat dit moontlik is om logies te redeneer sonder om van formele logika gebruik te maak. Dit gebeur wanneer kinders hulle gesonde verstand gebruik in probleemsituasies wat meetkundige aspekte bevat. 'n Voorbeeld van sulke logiese denke wat op gesonde verstand berus, is die samestelling van 'n blokbousel op grond van sketse van die verskillende aansigte van die bousel. De Moor gee die volgende lys van wiskundige aktiwiteite wat in soortgelyke probleme ingebed is, naamlik:

- induktiewe redenasie
- redenasies op grond van analogie
- lokaal-deduktiewe redenasie
- veralgemening
- herkenning en die gebruik van isomorfieë
- sistematiese ordening
- visualisering

Simon (1989:374) beklemtoon dat logies-meetkundige denke op die vlak van gesonde verstand op meetkundige intuïsie as kognitiewe anker berus, terwyl Montangero (1976:123) die vermoë om 'n sistematiese proses te volg om 'n probleem op te los as kenmerkend van logies-meetkundige denke beskou.

Van Hiele (1959:9) waarsku dat die aard van 'n kind se denke op elke denkvlak 'n invloed uitoefen op die onderrigmoontlikhede:

“Though intrinsic planning completely governs action and thought at the lower level, we shall have to wait until the lower-level action and thought have reached a certain degree of perfection before we can choose this intrinsic planning as an object of research. It is true that the fact of being aware of the intrinsic planning can indeed, at this lower level, lead to a better (often much better) control of the subject matter, but it would be wrong to imagine that this knowledge is desirable as an introduction to lower-level action or thought. Such an introduction would be pointless as it would touch upon the planning of something the pupil cannot yet know.”

Hierdie waarskuwing word dikwels geïgnoreer, veral met betrekking tot die bestudering van drie-dimensionele voorwerpe. Dikwels word nete van meetkundige voorwerpe as aanvangspunt verskaf en daar word vereis dat kinders eienskappe en verbande van die drie-dimensionele vorms daaruit moet aflei. Sulke aktiwiteite bied voorafgestruktureerde inhoud aan die kinders as onderwerp van studie, terwyl die kind nie noodwendig die geleentheid gehad het om intrinsieke strukturering op 'n voor-meetkundige vlak tot 'n redelike mate van volledigheid te doen nie. Digtheid impliseer dat soveel moontlik verbande tussen verskillende voorbeelde van 'n voorwerp op die voor-meetkundige vlak gelê word. Deur die net van 'n voorwerp as aanvangspunt te verskaf, word die verskille tussen oppervlakmodelle en soliede modelle nie ge-ekspliseer nie. Dit is byvoorbeeld moontlik om 'n oppervlakmodel oop te knip op die rande, maar dit maak nie sin om 'n soliede model oop te knip nie. Dit maak intuïtiewe sin om te praat van die vorm van die oppervlak van die deursnit van 'n soliede model, maar nie van 'n oppervlakmodel nie. Eers wanneer die vorm van die voorwerp 'n simboolkarakter verkry het en die kind 'n figuur-konsep van die voorwerp kan manipuleer, kan nete en snitte van 'n meetkundige voorwerp as denkbobjekte gebruik word.

Clements en Battista (1992:429) postuleer die bestaan van 'n meer basiese denkvlak as Van Hiele se voor-meetkundige of visuele denkvlak, met ander woorde vóór Van Hiele se grondvlak (Vlak 0). Hulle noem dit die “pre-recognition level”. Kenmerkend van hierdie vlak is

“...children perceive geometric shapes, but perhaps because of a deficiency in perceptual activity, may attend to only a subset of a shape's visual characteristics. They are unable to identify many common shapes. They may distinguish between figures that are curvilinear and those that are rectilinear but not among figures in the same class; that is, they may differentiate between a square and a circle, but not between a square and a triangle.”

Dit mag egter wees dat kinders op die vlak van voor-herkenning nog nie voldoende intrinsieke beplanning van ruimtelike voorwerpe of situasies gedoen het nie. Die netwerk van verbande is dus nie voldoende vir volledige visuele herkenning nie.

3.4.4.4 Die leerproses tussen denkvlakke

Volgens Van Hiele is die ontwikkeling van meetkundige denke nie 'n blote funksie van ouderdom en natuurlike ontwikkeling nie, maar is onderriggrepe nodig om van die een denkvlak na die

volgende te ontwikkel. Van Hiele beskryf die volgende stappe wat die leerproses tussen twee denkvlakke karakteriseer (1959:15,16):

- 'n Eerste vereiste vir die bereiking van 'n bepaalde denkvlak is dat die kind die voorwerpe van studie vir die bepaalde vlak leer ken

Die kind moet deur fisiese handeling vasstel wat die simboolkarakter van die voorwerpe is. 'n Voorbeeld uit die bestudering van driedimensionele voorwerpe sou wees, dat op die voor-meetkundige vlak kinders houers van verskillende vorms, groottes en selfs materiaal, moet leer ken. Die eienskappe en onderlinge verbande tussen die voorwerpe word op hierdie laagste vlak in denkbeelde vasgelê, sodat kinders verskillende voorbeelde kan herken. Wanneer 'n kind nog nie hierdie stap voltooi het nie, kan hy nie sin uitmaak van wat 'n probleemsituasie vereis nie en gee hy onderling weersprekende antwoorde op vrae.

- 'n Tweede vereiste is dat die eienskappe en verbande ge-ekspliseer word deur voorstellende aktiwiteite soos (veral) taal en modelbou en tekeninge, en sodoende beskikbaar gestel word vir denkprosesse

Deur die vergelyking van en verbandlegging tussen die voorwerpe in 'n bepaalde konteks, word die simboolkarakter van die voorwerpe verryk en die geheel meer gedifferensieerd. Denkbeelde van die voorwerp word ook ryker en meer gedifferensieerd. Kenmerkend van 'n kind se optrede as hierdie stap nog nie voltooi is nie, is dat hy wel kan sin uitmaak van 'n bepaalde probleemsituasie, maar nie in staat is om die korrektheid van antwoorde of handeling te beoordeel nie.

- Om 'n volgende vlak van denke te bereik is dit laastens nodig dat die kind leer om homself met behulp van simbole te oriënteer in die netwerk van verbande

Eers tydens hierdie derde stap is dit vir die kind moontlik om gevolgtrekkings en antwoorde te beoordeel op grond van die intrinsieke logika van die veld wat bestudeer word en die netwerk van verbande wat hy nou beheers. As hierdie stap bereik is, kan 'n kind sy oplossings aanpas as die situasie verander. Weereens 'n voorbeeld uit die bestudering van drie-dimensionele meetkunde: wanneer die kind homself kan oriënteer ten opsigte van die netwerk van verbande van drie-dimensionele houers, is dit moontlik om eienskappe van oppervlakmodelle, soliede modelle en lynmodelle van drie-dimensionele voorwerpe te integreer, of om die grootte of vorm van dele van nete intensioneel aan te pas om verskillende vorms houers te vervaardig, of om verskillende oriëntasies van dele van 'n net te beoordeel, of om van meting gebruik te maak om houers met spesifieke afmetings te maak.

Van Hiele-Geldof (1958:236) beklemtoon die waarde van foutanalise deur die onderwyser tydens die leerproses tussen vlakke, sodat die kind nie met aktiwiteite gekonfronteer word wat oriëntasie ten opsigte van die netwerk van verbande vereis, as hy nie alreeds die voorwerpe van studie leer ken het nie.

Van Hiele (1959:12) wys op die ooreenkoms van hierdie stappe in die leerproses van een denkvlak na 'n volgende, met die stadiums van konsepvorming wat Piaget beskryf het, en argumenteer dat die fases nie ouderdomsgebonde is soos Piaget beweer nie. Van Hiele beskryf Piaget se stadia van konsepvorming soos volg:

Stadium 1 word gekenmerk daardeur dat die kind nie weet wat om te doen in 'n bepaalde situasie nie.

Stadium 2 word gekenmerk daardeur dat die kind wel 'n globale begrip het van wat die situasie behels, maar dat hy deur probeer-en-tref te werk gaan en maklik van stryk gebring word deur eksterne faktore.

Stadium 3 word daardeur gekenmerk dat die kind sistematies en doelgerig te werk gaan op grond van 'n denkstruktuur en die resultaat van sy handeling kan beoordeel.

Volgens Van Hiele (1959:16) kom die stadia herhaaldelik voor in die leerproses: tussen voor-meetskundige denke en meetkundige denke, weereens in die leerproses tussen meetkundige denke en wiskundig-meetskundige denke, en weereens in die leerproses tussen wiskundig-meetskundige denke en formeel-logiese denke.²

Die bestaan van vlakke in die ontwikkeling van meetkundige denke het twee soorte implikasies vir meetkunde-onderrig (Van Hiele 1959:18). Aan die een kant het dit implikasies vir die kommunikasieproses, aangesien kinders en onderwysers wat op verskillende denkvlakke verkeer, verskillende "tale" praat. Dit help nie dat die onderwyser konsepte aan kinders probleemverduidelik of definieer nie, want die woorde het nie vir hulle dieselfde simboolkarakter nie. Aan die ander kant het dit implikasies vir die keuse van vakinhoud en die didaktiek. Tydens die eerste stap in die leerproses van een vlak na die volgende is aktiewe manipulasie van konkrete materiaal nodig; tydens die tweede stap is klasbesprekings nodig om die konsepte van die vorige vlak eksplisiet te maak en tydens die derde stap is gepaste probleme nodig om die konsepte van daardie

² In latere geskrifte, bv. *Structure and Insight*, (1986:54), word hierdie stappe beskryf in terme van didaktiese fases, en uitgebrei tot 5 fases, naamlik inligting, begeleide oriëntasie, eksplisitering, vrye oriëntasie en integrasie.

vlak in te oefen. Taal speel ook 'n bepalende rol op elke denkvlak in die reflektering op die leerproses en die objektivering van individuele kennis (ibid).

3.4.4.5 Denkbeelde en Van Hiele se denkvlakke

Sheikh en Sheikh (1985:33-35) dui twee verskillende opvoedkundige funksies van denkbeelding aan, naamlik

- die gebruik van denkbeelding om denkbeelde te skep van sensoriese inligting, en veral visuele inligting en
- die gebruik van denkbeelding tydens probleemoplossing, om nie-waarneembare verbande tussen voorwerpe voor te stel en vir kreatiewe denke

Uit die voorafgaande bespreking van meetkundige denkontwikkeling volgens Van Hiele se vlakke, blyk dit dat die skep van denkbeelde op grond van sensoriese inligting al op die voor-meetkundige denkvlak geskied, terwyl die tweede soort denkbeelding ontwikkel saam met logies-meetkundige denke op die volgende denkvlakke. Kinders moet leer om hulle denkbeelde te kontroleer en te manipuleer om doeltreffend probleme op te los.

Aansluitend hierby verwys Clements en Battista (1992:443) na Herschkowitz (1989) se beskrywing van die rol van denkbeelding in 'n leerling se konseptualisering van meetkundige idees. Die hantering en gebruik van visualisering word in verband gebring met die Van Hiele-vlakke³:

- 1) 'n Prototipiese denkbeeld word geskep en voorbeelde van die meetkundige idee word visueel vergelyk met die denkbeeld (Van Hiele Vlak 1).
- 2) Die prototipiese visuele denkbeeld word gebruik om belangrike eienskappe af te lei (Oorgang van Vlak 1 na Vlak 2). Hierdie eienskappe word gebruik om gegewe voorbeelde te toets.
- 3) Laastens word die belangrike eienskappe gebruik om te toets of 'n gegewe voorbeeld 'n geldige voorbeeld van die meetkundige idee is of nie.

Clements en Battista (1992:429) sê verder dat kinders op die *vlak van voor-herkenning* nie in staat is om meetkundige voorwerpe te identifiseer nie, omdat hulle nie die nodige visuele denkbeelde kan vorm nie. Denkbeelde veronderstel denkvoorstellings wat gekonstrueer is op grond van die kind se handelinge.

Dit blyk dus uit voorafgaande bespreking dat denkbeeldskepping 'n voor-meetskundige aktiwiteit is, en dat die figuureienskappe van 'n meetkundige konsep oorheersend sal wees vir kinders wat op die voor-meetskundige denkvlak verkeer vir 'n bepaalde konsep. Soos reeds aangetoon in hoofstuk 2, vereis konseptuele meetkundige denke toenemende wetenskaplike betekenisgewing. Wetenskaplike betekenisgewing vereis afstand tussen die voorwerp en die waarnemer, of in Van Hiele se woorde, dat die voorwerp 'n simboolkarakter ontwikkel. Voordat kinders nie bewus raak van die meetkundige eienskappe wat die fisiese ruimtelike voorkoms van voorwerpe bepaal nie, is daar nie sprake dat kinders doelbewuste vergelyking tussen die figuureienskappe en konsepeienskappe van voorwerpe kan tref nie. Dit is verder duidelik dat die voor-meetskundige, visuele denkvlak onontbeerlik is vir die proses waardeur figuur-en konsepeienskappe van meetkundige voorwerpe tydens denkbeelding eers ge-analiseer en vergelyk en dan geïntegreer word.

3.4.5 Die invloed van eksterne ruimtelike produkte op meetkundige denke

Met betrekking tot onderrigmateriaal, spreek Van Hiele (1984:310) hom uit teen 'n benadering waar konkrete materiaal gebruik word om meetkundige konsepte te verduidelik:

“Zulke realisaties zijn veel te grof om de wezenlike noties van het ‘mental object’ te bevatten. Inderdaad, zo zou ik willen opmerken, zo’n reël voorbeeld is deur de opstellers bedoeld as verlengstuk van het beskrywende niveau dat zij willen konstitueren en het ‘mental object’ maak van dat niveau geen deel uit: het behoort tot het visuele niveau.”

Schoenfeld (1986:234) waarsku ook dat hoe meer lewensgetrou voorstellende materiaal is, hoe moeiliker is dit om die struktuur van die materiaal as abstrak en simbolies waar te neem. Dit dien dus enersyds geen doel om meetkundige eienskappe aan kinders voor te hou of te verduidelik aan die hand van geïdealiseerde verkonkretiserings van konsepte nie. Andersyds is dit ook nie vanselfsprekend dat kinders meetkundige verbande sal aflei uit alledaagse voorwerpe nie. In beide gevalle is die voorwerpe hoogstens spesifieke voorbeelde. Die meetkundige eienskappe en verbande is denkkonstruksies en nie per se aanwesig in die materiaal nie.

Kinders moet egter ruim geleentheid kry in aanvangsmeetkunde-onderrig om self die eienskappe en verbande te abstraher deur die doelgerigte manipulerings van konkrete materiaal. Dit impliseer dat kinders deur die vlakke van denkontwikkeling, soos deur Van Hiele beskryf, moet beweeg.

³ Clements en Battista noem die voor-meetskundige of visuele denkvlak Vlakk1.

Verskeie navorsers (Lunkenbein 1983; Markopoulos & Potari 1999; Clements & Battista 1992) voer verder aan, dat alhoewel die meetkundige eienskappe van voorwerpe nie vanselfsprekend deur die kind waargeneem word nie, die doelgerigte en reflekerende manipulerings van sulke voorwerpe en materiale die kind help om dinamiese denkbeelde te skep en uit te bou en meetkundige begrip te konstrueer. Gutiérrez (1993:160) beveel aan dat verskillende soorte eksterne voorstellings van drie-dimensionele voorwerpe saam gebruik word in meetkunde-onderrig. Hy het gevind dat kinders soliede drie-dimensionele modelle met selfvertroue hanteer tydens probleemoplossing, maar dat hulle sukkel om dieselfde probleme met lynmodelle wat van stokkies gemaak is, op te los. Van Niekerk (1997:281) beveel ook aan dat materiale van ongedefinieerde dimensie (taalvoorstellings), twee dimensies (tekening) en drie dimensies (fisiese voorwerpe) afwisselend gebruik moet word om 'n verskeidenheid meetkundige vaardighede te ontwikkel. Dit ondersteun die standpunt dat daar op die voor-meetkundige denkvlak voldoende geleentheid moet wees vir kinders om 'n ryk netwerk van verbande tussen verskillende voorwerpe te vestig.

Cooper en Sweller (1989:211) het oer kinders se interpretasie en begrip van eksterne meetkundige produkte bestudeer, en tot die gevolgtrekking gekom dat onderwysers en skrywers van handboeke versigtig moet wees ten opsigte van die verskillende maniere waarop drie-dimensionele voorwerpe voorgestel word. Die kinders het perspektieftekeninge en werklike drie-dimensionele voorwerpe makliker interpreteer as taalbeskrywings van voorwerpe. Oor die algemeen het hulle gevind dat werklikheidsgetroue, prototipiese voorstellings makliker was om te interpreteer as voorstellings wat op koördinate gebaseer is of ortogonale twee-dimensionele voorstellings. Jonger kinders (5 – 7jaar oud) het voorkeur gegee aan perspektiefvoorstellings van voorwerpe, en topologiese voorstellings (soos Schlegel-diagramme) makliker as nete herken (Lunkenbein 1983:174). Die bevindings kan daarop dui dat selfs ouer kinders eers die meetkundige verbande uit die voorwerp moet abstraher voordat reeds abstrakte voorstellings vir hulle toeganklik word.

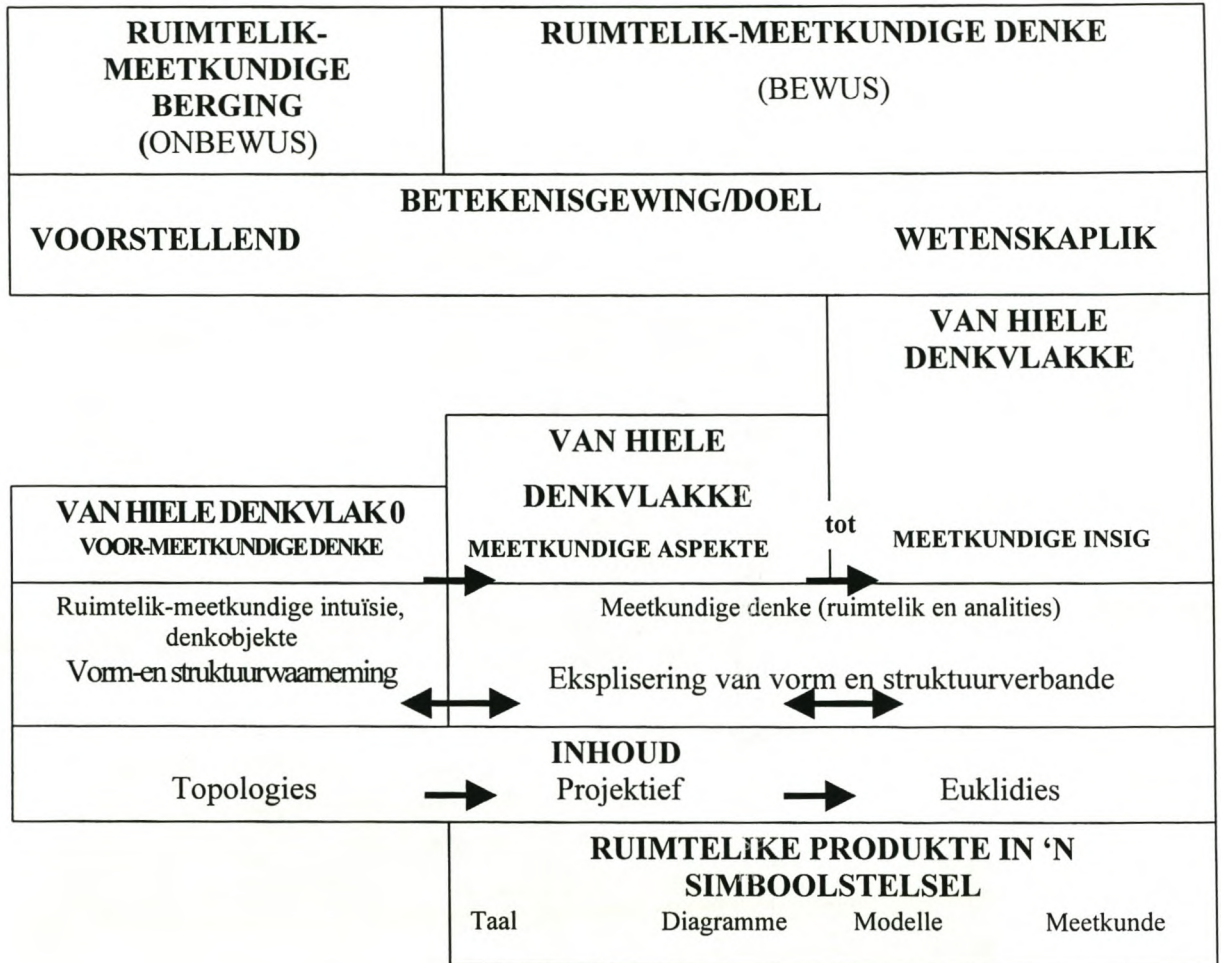
Tydens meetkunde-onderrig moet kinders ook voldoende geleentheid kry om eksterne ruimtelike produkte te produseer, aangesien die produksieproses meetkundige denkprosesse stimuleer (sien ook Freudenthal 1983:248). Potari en Triadafilos (1997:231) dui aan dat die konstruksie van drie-dimensionele modelle uitgebreide denkbeelding en analise van die eienskappe van die voorwerp vereis. Hulle voer ook aan dat verbale beskrywings help om denkbeelde te beheer en geskrewe beskrywings help om kinders bewus te maak van konsepte en denkprosesse. Sheikh en Sheikh

(1985:29) verduidelik die verband tussen denkbeelding en doelgerigte konstruksie-aktiwiteite soos volg:

“ In creating a picture, a sculpture, or in constructing a building, the child must have a visual representation, an image of the object he/she is making. He/She must continuously compare his/her construction with the image. He/She constantly must be able to anticipate the kind of changes necessary in the construction to achieve the desired outcome. The actual performance of such construction tasks confronts the child with unknowns about the actual appearance of familiar objects...[and] prompt the child to check out the environment further, and to reflect upon these observations.”

Van Niekerk (1997:280) toon aan dat die medium waarin kinders meetkundige voorstellings maak ‘n belangrike rol speel in die ontwikkeling van meetkundige vaardighede. Aansluitend hierby sê Gagatsis en Patronis (1990:35) dat meetkundige modelle, hetsy fisiese modelle, sketse of diagramme, eers eksplisiet in die klas as voorbeelde gebruik kan word as die kind dit reeds intuïtief as modelle van aksie gebruik het (sien ook Pallascio, Allaire & Mongeau 1993:10,13).

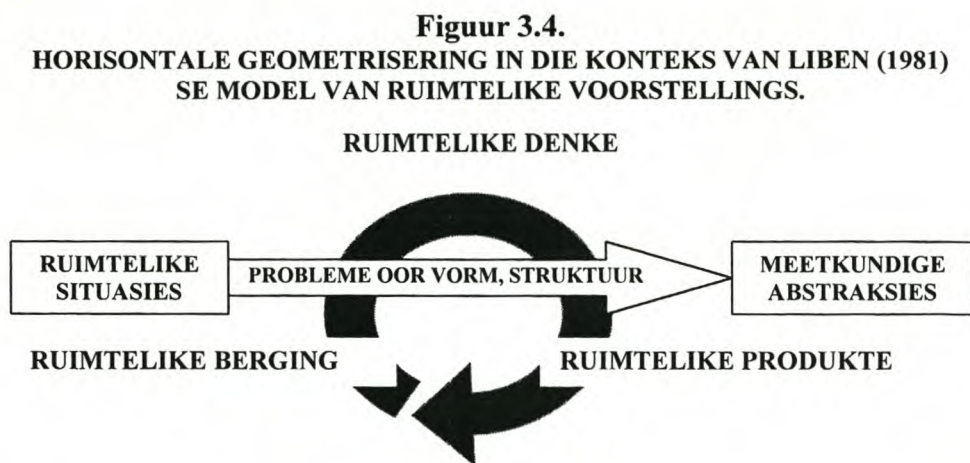
Figuur 3.3
ASPEKTE VAN RUIMTELIK-MEETKUNDIGE DENKONTWIKKELING INGEDEEL VOLGENS LIBEN
(1981) SE MODEL VAN RUIMTELIKE VOORSTELLINGS



3.5 Samevatting

In figuur 3.3 word die verband tussen meetkundig-ruimtelike denkontwikkeling en Liben (1991) se model van ruimtelike voorstellings aangetoon. In die konteks van meetkunde is mitiese betekenisgewing onvanpas (vergelyk figuur 2.4 en 2.5) en word voorstellende betekenisgewing as voorwaarde vir die voor-meetkundige denkvlak beskou. Dit beteken dus ook dat vormwaarneming 'n voorwaarde vir die voor-meetkundige denkvlak is. Onbewuste ruimtelik-meetkundige berging bestaan uit denkobjekte waarvan die vorm-en struktureienskappe toenemend eksplisiet gemaak word. Die eksplisering van hierdie verbande word as meetkundige denke beskou, en ontwikkel deur middel van onderrig, soos beskryf deur Van Hiele se denkvlakke. Van Hiele se denkvlakke word oor die algemeen ondersteun deur empiriese navorsing (Clements & Battista 1992:428), maar die moontlikheid van die bestaan van 'n denkvlak wat meer primitief is as die voor-meetkundige denkvlak word deur navorsers ondersoek (ibid).

Alledaagse voorwerpe soos blokke, balle en houers is nie van meet af aan vir kinders meetkundige voorwerpe nie. Die oorbrugging van ruimtelike kennis en vaardighede na meetkundige kennis en vaardighede geskied aan die hand van probleme wat vereis dat vorm-en struktureienskappe van voorwerpe eksplisiet gemaak word. In hierdie proses word gedurig tussen ruimtelike berging of intuïtiewe kennis en ruimtelike denke en ruimtelike produkte beweeg, soos voorgestel in figuur 3.4.



In hoostuk 4 word gekyk na die kenmerke van 'n geskikte ruimtelik-meetkundige probleem wat kinders se intuïesies oor die vorm- en struktuurverbande van 3D houers sal ontlok sodat hulle ruimtelik-meetkundige intuïesies en denke ondersoek en beskryf kan word.

HOOFSTUK 4

‘N TAAKGERIGTE ONDERSOEK NA KINDERS SE GEOMETRISERING VAN DRIE-DIMENSIONELE HOUERS MET DIE OOG OP AANVANGSMEETKUNDE

4.1 Inleiding

In hierdie hoofstuk word die eise bespreek wat in ag geneem is vir die keuse van ‘n taak vir die ondersoek. Die data-insamelingsprosedure en die resultate van oop kodering, aksiale kodering en selektiewe kodering word ook kortliks weergegee, om ‘n raamwerk te skets vir die navorsingsresultate wat in hoofstuk 5 bespreek word.

4.2 Kriteria vir die keuse van ‘n taak

Die keuse en formulering van die taak aan die hand waarvan hierdie ondersoek gedoen is, het op die volgende eise berus:

1. Die taak moes so na as moontlik aan die leefwêreld van kinders wees en vir die kinders sinvol wees

Freudenthal (1983:229) betoog vir die gebruik van houers uit die kinders se leefwêreld as aanvangspunt vir geometrisering van drie-dimensionele voorwerpe. Hy voer aan dat kinders geleentheid moet kry om self meetkundige abstraksies van vorm- en struktureienskappe van houers te maak deur gepaste probleme in die konteks van meetkunde op te los. Soos reeds aangetoon in hoofstuk 1, word houers wel gebruik in aanvangsmeetkunde, en word kinders gevra om nette vir die houers te ontwerp. Freudenthal (1983:299) waarsku egter dat ontvouings nie bestudeer moet word voordat kinders poliëders as oppervlakmodelle van soliede voorwerpe begryp nie. Yakimanskya (1991:80) wys ook op die verskraling van leergeleenthede wanneer bestudering van voorwerpe begin op die vlak van meetkundige konsepte: “Knowledge of objects developed to the level of concept guides the use of their properties and relations along a certain path, which does not ensure that we will obtain a new result. Conversely, if we avoid a system of well-established concepts, the opportunity to view the object in a new way often leads us to a real discovery.”

Op grond van bostaande oorwegings het die navorser besluit om die kinders te vra om 'n houer te maak, in plaas daarvan om 'n net te ontwerp vir 'n spesifieke voorbeeld. 'n Voorwerp, klein genoeg om in die hand te hou, is as empiriese verwysing gegee met die doel om die kleiner kinders te help om betekenis aan die taak te gee en dit sinvol te maak om 'n houer te bou.

2. Die taak moes ruimtelike denke vereis en 'n suksesvolle oplossing moes sover moontlik nie op kultureelbepaalde konvensies berus nie

Volgens Yakimanskya (1991:25) word 'n ruimtelik-meetskundige probleem daardeur gekenmerk dat ruimtelike eienskappe wat in een verwysingsraamwerk geabstraheer is, na 'n ander verwysingsraamwerk oorgeskakel moet word om die probleem op te los. So 'n probleem vereis dat denkbeelde 'n sentrale rol speel (sien ook Lesh, 1979:66).

Probleme wat die transponering van voorstellingsmedia vereis, byvoorbeeld die maak van 'n fisiese model op grond van 'n taalbeskrywing, vereis wisselwerking tussen analitiese en sintetiese denkprosesse (Pallascio, Allaire & Mongeau, 1993:10). Die volgende soorte probleme dien as voorbeelde:

- gegee perspektief tekening van 'n model vanuit 3 verwysingspunte, teken die voorwerp as geheel
- gegee 'n tekening van 'n voorwerp, teken die net, knip die net uit karton en maak die voorwerp
- gegee verskeie ander tekening van 'n voorwerp, teken die voorwerp in perspektief
- gegee 'n verbale beskrywing van 'n voorwerp, maak 'n tekening of model van die voorwerp (Yakimanskya, 1991:38).

Die eerste drie soorte probleme vereis die oorskakeling van 'n twee- dimensionele na 'n drie- dimensionele eksterne produk, deur middel van die manipulering van denkbeelde. Hierdie probleme veronderstel egter kennis van die konvensies van twee-dimensionele voorstellings. Laasgenoemde probleem vereis in die eerste plek dat die kind 'n denkbeeld van die voorwerp moet skep en dit in die ruimte oriënteer, voordat dit as 'n eksterne produk voorgestel kan word. Hierdie probleem maak dit moontlik vir die kind om sy eie ervaringskennis van voorwerpe in te span en deur die analise van die strukturele- en vormverbande tot probleemoplossing te kom. Die behoefte aan kennis van die konvensies van eksterne voorstelling in 'n bepaalde medium word dan ook deel van die probleemstelling. Die taak om 'n drie-dimensionele voorwerp soos 'n reghoekige

prisma te teken, stel die eis dat kinders dít wat hulle sien en dít wat hulle weet moet versoen met voorstellings wat in hulle kultuur as korrek beskou word. Hulle weet byvoorbeeld dat die hoeke van 'n kubus regtehoeke is, maar wanneer hulle al die hoeke as regtehoeke teken, lyk dit nie reg nie. Kulturele ontwikkeling (ten opsigte van perspektieftekening) het gelei tot die konvensie dat die hoekgrootte gekompromiteer word ter wille van parallelle lyne om perspektief voor te stel. Wanneer 'n model van 'n houer uit karton gebou word, is daar nie konflik tussen wat die kind weet en konvensionele voorstellings nie, en kan die struktuur- en vormeienskappe van die houer sêlf die onderwerp van denke word. Karton het nie konvensies nie, maar vereis wel handvaardigheid.

Op grond van hierdie oorwegings het die navorser besluit om 'n taak te gee aan die hand van 'n verbale opdrag. Die ruimtelike produk wat die kinders moes vervaardig, was 'n *model* van 'n houer, en nie 'n skets nie.

3. Die taak moes moeilik genoeg wees om 'n reeks denkprosesse te ontlok

Met die oog op die identifisering van goeie probleemsituasies vir aanvangsmeetkunde wou die navorser fokus op kinders se begrip, intuïesies, betekenisgewing en probleemoplossingstrategieë (sien Wheatley 1991:15). 'n Taakgerigte ondersoek is as navorsingsmetode gekies om dit moontlik te maak, en het vereis dat die probleem moeilik moes wees en 'n reeks denkprosesse moes ontlok (sien hoofstuk 1).

Wattanawaha (Clements, 1983:16) het die moeilikheidsgraad van ruimtelike probleme geklassifiseer op grond van vier onafhanklike eienskappe, naamlik:

- (1) Die dimensie waarin ruimtelike denke plaasvind
- (2) Die mate van internalisering wat die probleem vereis
- (3) Die wyse waarop die antwoord voorgestel word (dus die ruimtelike produk)
- (4) Die vereiste ruimtelike denkprosesse.

Aan elke eienskap word 'n waarde toegeken, soos in tabel 4.1 aangedui word:

Tabel 4.1.

WATTANAWAHA SE KLASSIFIKASIESTELSEL VIR RUIMTELIKE PROBLEME (DIPT)

Simbool	Naam	Waardetoekennings en definisie van waardes.
D	Dimensie (3 waardes) 1,2,3	1: Die vraag vereis 1-D denke 2: Die vraag vereis 2-D denke maar nie 3-D denke nie 3: Die vraag vereis 3-D denke
I	Internalisering (3waardes) 0,1,2	0: Die vraag kan op die vlak van visuele waarneming geantwoord word. Dit is nie nodig om 'n visuele denkbeeld te skep nie, of 'n 'duplikaat' denkbeeld van die stimulus is voldoende, of 'n denkbeeld wat ooreenkom met 'n eenvoudige verplasing van 'n deel van die stimulus of die stimulus as geheel, is voldoende. 1: Dit is nodig om 'n visuele denkbeeld te skep, maar nie nodig om die denkbeeld te transformeer nie. 2: Dit is nodig om 'n denkbeeld te skep en te transformeer in die denke.
P	(Presentation) Produk (3 waardes) 0,1,2	0: Die verwagte antwoord vereis nie dat 'n finale visuele denkbeeld beskryf, geïdentifiseer of geteken moet word nie. 1: Die antwoord is 'n diagram wat geïdentifiseer moet word tussen ander diagramme, of beskryf word in woorde of dade. Die diagram moet ooreenkom met die finale denkbeeld na transformasie. 2: Die antwoord vereis dat die finale denkbeeld voorgestel word deur 'n tekening, woorde of hand-en-ander bewegings (of 'n model).
T	(Thought process) Denkproses (2 waardes) 0,1	0: Die taak spesifiseer die denkoperasie wat uitgevoer moet word. 1: Die taak spesifiseer nie die denkoperasie nie, maar genoeg inligting word gegee om die denkoperasie te bepaal.

Die probleem om 'n houer te bou kan as (3,2,2,1) geklassifiseer word en is dus 'n moeilike ruimtelike probleem.

3. Die taak moes vereis dat vorm-en struktureienskappe van drie-dimensionele voorwerpe ge-ekspliseer word

Olson en Bialystok (1983:246) kom tot die gevolgtrekking dat die ruimtelike strukture in waarneming, denke en simboliese voorstelling essensieel dieselfde is. Die verskil is dat waarneming ongedifferensieerd is, terwyl ruimtelike eienskappe in denke geartikuleer en ge-ekspliseer is en dus toeganklik is vir willekeurige optrede. Verder is daar aanduidings in die literatuur dat steuring plaasvind wanneer denkbeelding en waarneming gelyktydig plaasvind (sien

hoofstuk 2:19). Om die konseptuele begrip van drie-dimensionele houers, en nie die perseptuele begrip nie, te ondersoek, is die opdrag om 'n houer vir 'n bepaalde voorwerp te bou dus juis gegee in die afwesigheid van 'n voorbeeld van 'n houer. Die doel van die probleemstelling was dus om die ruimtelike berging van voorheen waargenome en gehanteerde houers te aktiveer. Volgens Olson en Bialystok (1983:12) sal die betekenis wat die kinders aan die taak toeken asook die konseptuele verbande wat tot hulle beskikking is, afgelei kan word uit die voorstelling wat die kinders van die houer maak, aangesien die produk 'n geïnterpreteerde ruimtelike struktuur voorstel, en nie 'n visuele kopie van 'n houer nie.

4. Die taak moes kinders se intuïtiewe begrip van belangrike meetkundige konsepte aan die lig bring en moes op verskillende vlakke van vaardigheid opgelos kon word

Belangrike meetkundige konsepte onderliggend aan die taak, is dat 3D voorwerpe 'n bepaalde volume in drie dimensies omsluit en dat daar in meetkunde gebruik gemaak word van kwantifisering (meting) op drie onderling loodregte asse om die struktuur en grootte van drie-dimensionele houers te beskryf. Intuïtiewe begrip van meting van lengte (ook die begrip van meting van loodregte hoogte), volume, hoekmeting en parallelle lyne en vlakke kom dus ter sprake.

Op 'n baie dieper vlak lê die begrip dat meetkundige figure ideale vorms is, en enige eksterne ruimtelike produk aan die definisie van die ideale figuur te kort skiet. Die wortel van figuur-konsepte (Fischbein 1993:141) kom dus hier al ter sprake, in die sin dat die kinders eksterne voorstellings moes maak op grond van 'n idee of denkbeeld asook eienskappe wat nie direk waarneembaar is nie, maar wat hulle in hulle eie denke moes ontleed en voorstel. Alhoewel hulle houers sal verskil in vorm, grootte en ontwerp, sal suksesvolle houers voorstellings wees van 'n denkoobjek wat as 'n houer gedefinieer word. Nodige en voldoende voorwaardes om voorwerpe te klassifiseer kom dus ter sprake.

Kinders kan slegs die konseptuele strukture tot hulle beskikking gebruik in probleemoplossing en dus weerspieël die kinders se doelgerigte optrede tydens probleemoplossing die denkstrukture tot hulle beskikking. Daar is geen oplossingsmetodes aan die kinders voorgehou nie, sodat elke kind dus die taak kon oplos met die konseptuele strukture tot sy beskikking.

5. Die kinders moes nie voorafgeleerde, standaardoplossings vir die taak hê nie

Die kinders wat in die ondersoek gebruik is, het nie voorheen onderrig oor nette ontvang nie. Dit is egter moontlik dat veral die groter kinders (Graad 7) al met nette te doen gekry het buite skoolverband. Die ondersoek sou egter aan die lig bring of nette deur daardie kinders as 'n standaardoplossing vir die probleem beskou word, aangesien die opdrag om 'n houer te bou nie spesifiseer dat nette ontwerp moet word nie.

6. Die oplossing van die taak moes deur die kinders self geëvalueer kon word as suksesvol of nie

In moderne denke oor wiskunde-onderrig wat leer-met-begrip voorstaan, word vereis dat die kriteria vir 'n suksesvolle oplossing van die probleem in die wiskunde self lê, en nie in die oordeel van 'n onderwyser of handboekvoorbeeld nie (Bishop 1985:11). Die taak wat in die ondersoek gebruik word, moes ook aan hierdie eis voldoen. In teenstelling met die teken van nette, waar die kind nie kan vasstel of sy oplossing korrek is tensy die finale net uitgeknipt en gevou word nie, het die taak om 'n houer te bou die voordeel dat die kind gedurende die probleemoplossing kan evalueer of hy nader aan 'n suksesvolle oplossing beweeg of nie. Passing is volgens Freudenthal (1973:413) 'n primêre sensasie en in die deurlopende evaluering van die probleemoplossingsproses kan passing tussen verskillende dele van die houer, of tussen dele en die voorwerp wat verpak word, 'n ideale criterium vir sukses wees. Die kind se evaluering van die eindproduk vereis dus nie kennis van konvensies nie, maar slegs dat hy die eienskappe van 'n houer ekspliseer.

4.3. Die taak

Die volgende opdrag en konteks is aan leerlinge in Graad 1, Graad 2, Graad 3 en Graad 7 gegee:

Kies 'n voorwerp uit die voorwerpe op die mat. Bou 'n houer waarin die voorwerp wat jy gekies het, sal pas.

Vir die leerlinge in Graad 1, Graad 2 en Graad 3 is moeite gedoen om die konteks uit te bou deur voor te gee dat die voorwerpe stewig verpak moes word vir versending oorsee. By die Engelse skole het die opdrag gelui: "Build a strong, sturdy container into which the object will fit."

Dieselfde prosedure is gevolg met die kontekstualisering van die probleem. Die leerlinge is elke keer gevra om 'n informele beskrywing van hulle begrip van 'n houer te gee, en het telkens 'n houer as 'n *boks* beskryf. Daarna is dit weer duidelik gemaak dat die voorwerpe nie toegedraai moes word nie, maar dat 'n stewige *boks* gebou moes word. Die kinders is uitgenooi om met mekaar te praat en mekaar te help indien nodig.

Die volgende eise wat die leerlinge moet beheers om die probleem op te los, kan onderskei word:

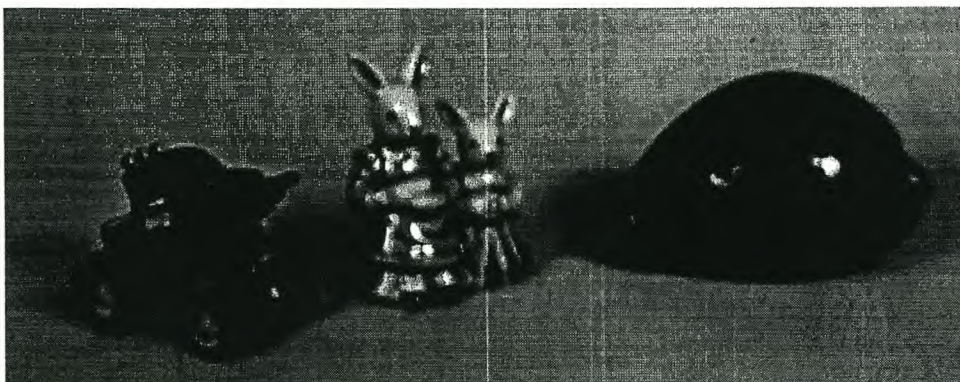
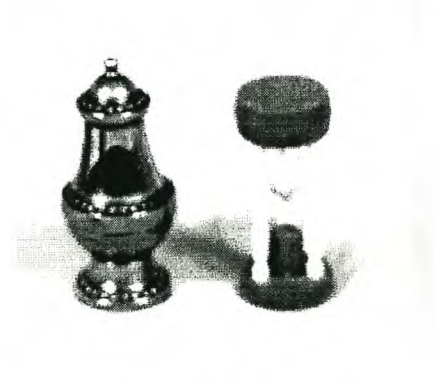
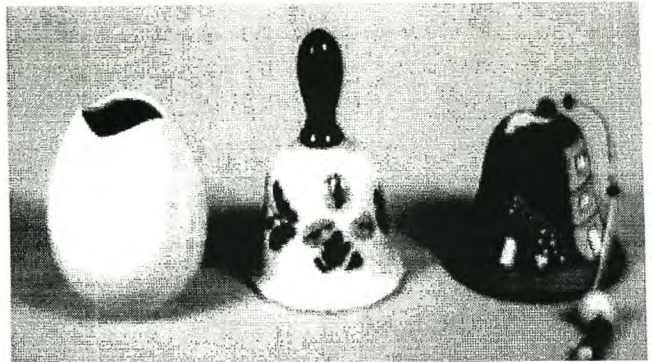
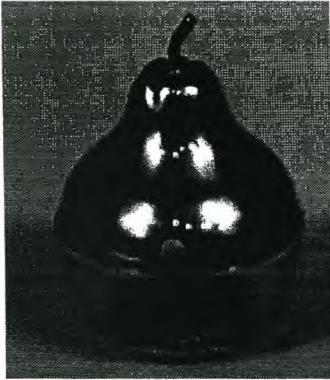
1. Die leerling moet 'n duidelike idee of denkbeeld van 'n *boks* skep.
2. Die leerling moet die denkbeeld van 'n *boks* analiseer om die regte getal, vorm en onderlinge posisies van die vlakke te bereik.
3. Die leerling moet 'n gepaste vorm van die *boks* bepaal op grond van die abstraksie van die vorm van die voorwerp wat as empiriese verwysing gebruik is.
4. Die leerling moet die grootte van die *boks* bepaal op grond van die grootte van die voorwerp deur middel van een of ander meetproses.
5. Die leerling moet die vlakke vervaardig en integreer om weer 'n geheel te bereik.

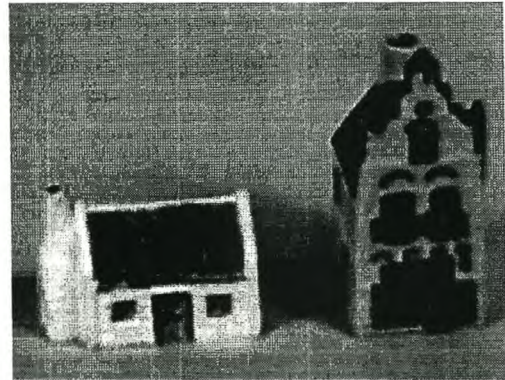
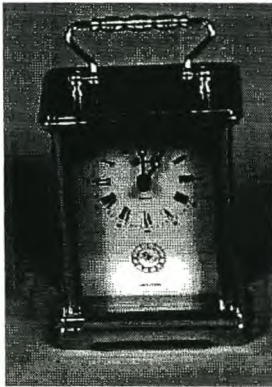
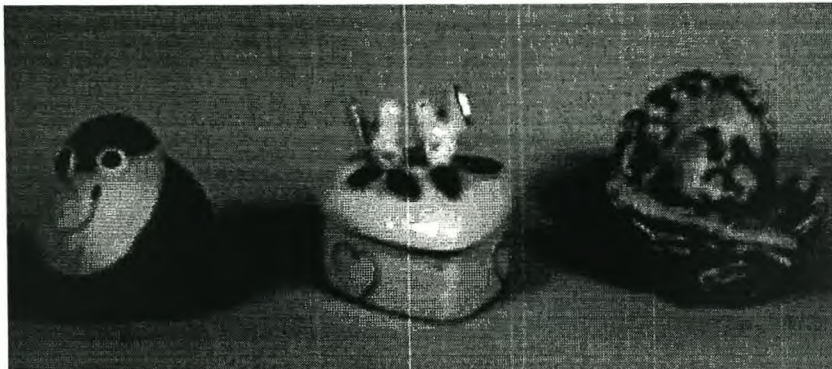
4.4 Die voorwerpe wat as empiriese verwysing gebruik is

Alledaagse drie-dimensionele voorwerpe is as empiriese verwysings gebruik om die probleem te kontekstualiseer en betekenisgewing te bevorder. Die hipotese was dat die gebruik van 'n empiriese verwysing die kinders se aandag sou vestig op die eienskap van die strukturele beskrywing van 'n houer as '*n struktuur waarin 'n ander voorwerp geplaas kan word*'. Die houer moes dus 'n bepaalde volume in drie dimensies omsluit, en selfs moontlik die vorm van die voorwerp in ag neem. Voorwerpe met verskillende intrinsieke eienskappe is gebruik, byvoorbeeld ronde basisse en reghoekige basisse, om te ondersoek of kinders die strukturele beskrywing van 'n houer aanpas by bepaalde eienskappe van die stimulusvoorwerp. Die gebruik van 'n voorwerp as empiriese verwysing sou dus beperkings aan die oplossing stel.

Elke kind kon 'n voorwerp kies uit 'n verskeidenheid onreëlmatige, alledaagse, drie-dimensionele voorwerpe wat deur die navorser verskaf is. Die voorwerpe was net groot genoeg om gemaklik deur die kinders hanteer te word, en het dus die probleem in drie-dimensionele modelruimte of mikroruimte geanker (sien hoofstuk 2).

Figuur 4.1
DIE VOORWERPE WAT AS EMPIRIESE VERWYSING GEBRUIK IS IN FASE 2.





Figuur 4.2
DIE VOORWERP WAT AS EMPIRIESE
VERWYSING GEBRUIK IS IN FASE 3

Figuur 4.3
DIE VOORWERP WAT AS EMPIRIESE
VERWYSING GEBRUIK IS IN FASE 4



4.5 Die konstruksiemateriaal

Die medium waarin die ruimtelike produk voorgestel word dra by tot die keuse van ruimtelike verbande wat ge-ekspliseer word vanuit die onderliggende strukturele beskrywing (Olson en Bialystok 1983:61). Tekeninge en taalbeskrywings vestig die aandag op ánder ruimtelike verbande en eienskappe as die bou van ‘n drie-dimensionele ruimtelike voorwerp. Om ‘n houer te bou, moet vorm- en struktuurverbande van al die dele van die houer sowel as van die geheel, ge-ekspliseer word. Die karton waaruit die houer vervaardig moes word het verder ook vorm- en struktureieenskappe wat in ag geneem moet word. Knip en plak veroorsaak ‘n relatiewe beslommernis, en die hipotese was dat die kinders sal probeer om die nodigheid om te knip en plak te minimaliseer. Dit sou die moontlikheid skep dat kinders die verbande van nabyheid tussen dele van die houer ekspliseer.

Die navorser het die volgende konstruksiemateriaal aan elke leerling verskaf:

- ‘n vel karton van A2 grootte
- ‘n potlood
- ‘n 30 cm liniaal
- ‘n skêr
- ‘n rolletjie kleefband

4.6 Data-insameling

Die konstruksieprobleem is aan altesaam 137 kinders uit vier skole gegee. By al vier skole is die kinders blootgestel aan ‘n probleem-gesentreerde benadering en word hulle met probleme gekonfronteer waarvoor standaardoplossings nie beskikbaar is nie.

Die deelnemende skole kan opsommend soos volg beskryf word:

Skool A: ‘n Engelsmedium remediërende skool in Gauteng

Skool B: ‘n Engelsmedium privaatskool in Gauteng

Skool C: ‘n Dubbelmedium staatskool in die Weskaap

Skool D: ‘n Afrikaansmedium staatskool in die Weskaap

By al die skole is kinders uit Graad 1 (ouderdom ongeveer 7 j), Graad 2 (ouderdom ongeveer 8 j), Graad 3 (ouderdom ongeveer 9 j) en Graad 7 (ouderdom ongeveer 13 j) betrek.

Die verspreiding van kinders word in die tabel 4.2 aangetoon:

Tabel 4.2
VERSPREIDING VAN KINDERS WAT AAN DIE ONDERSOEK DEELGENEEM HET

	Graad 1		Graad 2		Graad 3		Graad 7		Totaal
Verkennde ondersoek									
FASE 1	Seuns	Dogters	Seuns	Dogters	Seuns	Dogters	Seuns	Dogters	
Skool A	4	1	2	6	4	2	4	2	25
Gestandaardiseerde ondersoek									
FASE 2									
Skool B	4	4	4	4	7	8*	9	9*	47
Skool C	4	3	3	3	5	5	2	6	31
Skool D	3	3	3	3	3	3	6	4	28
Selektiewe steekproef									
FASE 3									
Skool B	2**	4**							
Selektiewe steekproef									
FASE 4									
Skool B	3	3							6
Totaal	18	14	12	16	19	17	21	21	137

*Een dogter in elke groep het 'n voorafgeleerde origami houer gemaak en is nie ingesluit by die analise van die data nie.

**Hierdie kinders het aan Fase 2 en Fase 3 deelgeneem en word nie twee keer getel nie.

Die navorsing het in vier fases verloop:

Fase 1. Verkennde ondersoek.

By skool A, 'n Engels-medium, remediërende skool in Johannesburg, Gauteng, het die klasonderwyser van elke graad die probleem gestel tydens 'n normale wiskundeperiode. Die stimulusvoorwerpe is lukraak deur die onderwysers gekies en het van klas tot klas verskil. Geen voorwerp het meer as een keer as stimulus gedien nie. Die navorser het die doel van die eksperiment aan die onderwysers verduidelik, maar was nogtans nie seker dat die onderwysers die vereistes genoegsaam aan die kinders verduidelik het nie. By die graad 2 klas het die onderwyseres haar byvoorbeeld telkens weerspreek deur te sê “wrap the object” en dan weer, “I don't want the object wrapped, make a box”. Die verkenning het die volgende vrae by die navorser laat ontstaan:

- wat is die invloed van die probleemstelling op die keuse van 'n probleemoplossingstrategie?
- wat is die invloed van die aard en die vorm van die stimulusvoorwerp op die keuse van 'n probleemoplossingstrategie?
- wat is die invloed van die aard en die vorm van die stimulusvoorwerp op die die vorm van die houers wat die kinders gemaak het?

Fase 2. Gestandaardiseerde ondersoek.

Nadat die taak gestandaardiseer is, is die ondersoek by 'n verdere drie skole gedoen: Skool B, 'n Engels- medium privaatskool in Johannesburg, Gauteng ; Skool C, 'n dubbelmedium staatskool in Idasvallei, Weskaap en Skool D, 'n dubbelmedium staatskool in Vishoek, Weskaap. Dieselfde stel empiriese verwysingsvoorwerpe is vir keuse aangebied by al die groepe in hierdie fase van die ondersoek en die navorser het self die taak gegee. Leerlinge is in groepe van ses tot tien uit die klas gehaal en as groep met 'n videokamera afgeneem terwyl hulle die probleem oplos. Die volgende vrae het uit Fase 2 voortgespruit:

- hoe beïnvloed die vorm van die stimulusvoorwerp die vorm van die houer?
- hoe beïnvloed die sosiale interaksie en die klaskamerkultuur die kinders?

Fase 3. Selektiewe steekproef.

Met die doel om betroubaarheid te verseker, en selektiewe kodering (sien hoofstuk 1) te doen, is die ondersoek herhaal met leerlinge in Graad 1 uit Skool B. 'n Enkele voorwerp, naamlik 'n vaas, is gebruik en die kinders is individueel met 'n videokamera afgeneem. Onderhoude is ook met die leerlinge gevoer om te probeer vasstel watter poliëder hulle teken was met die bou van 'n houer. 'n Stel poliëders van hout is aan die leerlinge gewys, en hulle moes aandui watter een, indien enige, van die poliëders die vorm het wat hulle wou maak as 'n houer. Die leerlinge is ook gevra om die poliëders en hulle ontvouings te teken, met die oog op vergelyking van begrip in verskillende media. Hierdie fase het die volgende vraag na vore gebring:

- wat is die ooreenkomste en verskille tussen kinders se vermoë om nete van poliëders te teken en hulle vermoë om houe te bou?

Fase 4. Selektiewe steekproef.

Aan die begin van die volgende skooljaar is dieselfde probleem aan een groep Graad 1 leerders by Skool B gegee, as kontrole ten opsigte van voorafblootstelling aan konstruksieprobleme van soortgelyke aard, bestudering van ontvouings en tekeninge van poliëders. Een soort voorwerp, 'n trolpop, is aan al die kinders gegee as empiriese verwysing.

Die volgende eksterne ruimtelike produkte is geanaliseer:

- die kinders se spontane taalgebruik
- antwoorde op vrae van die navorser
- waargenome konstruksieprosesse
- die vervaardigde houe

- spontane tekeninge
- tekeninge in opdrag van die navorser

4.7 Resultate van die koderingsproses

Kodering is die ontleding en konseptualisering van data en die sintese van die data op nuwe maniere. Begronde teorievorming behels drie tipes kodering, naamlik:

- oop kodering
- aksiale kodering, en
- selektiewe kodering

(Sien hoofstuk 1).

4.7.1 Oop kodering

Die volgende kategorieë het uit oop kodering ontstaan:

Betekenisgewing
Konstruksieproses
Strategieë
Denkbeelding
Meting
Transponering tussen 2D en 3D
Evalueringmetodes
Die vorm van die voltooide houer
Die struktuur van die voltooide houer

4.7.2 Aksiale kodering

Die fokus tydens aksiale kodering is op die spesifisering van 'n kategorie in terme van

- die toestande wat aanleiding gegee het tot die kategorie
- die konteks waarin die kategorie voorkom
- die aksie/interaksie strategieë wat gebruik word en
- die gevolge van die strategieë

Die resultate van aksiale kodering word in tabel 4.3 weergegee.

Tabel 4.3.
SPESIFISERING VAN KATEGORIEË (AKSIALE KODERING)

<p>OORSAAK VAN DIE VERSKYNSEL Die taak en pobleemstelling deur die navorser EIENSKAPPE Taal as medium Ontlok denkbeelding Karton as materiaal Modelbou as voorstellingsmedium</p>	<p>DIE VERSKYNSEL Die konstruksie van houers deur kinders van verskillende ouderdomme EIENSKAPPE Modelbou as voorstellingsmedium Stel eise aan betekenisgewing Stel eise aan denkbeelding en denke Stel eise aan handvaardighede Verskillende strategieë word gekies</p>
<p>KONTEKS WAARIN DIE VERSKYNSEL PLAASVIND Navorsings-ingreep EIENSKAPPE Aanvanklik in normale klassituasie (Fase 1) Kinders in groepe (Fase 2, 4) Kinders individueel (Fase 3) Kinders almal gewoon aan probleem-gesentreerde wiskunde onderrig Kinders van verskillende ouderdomme Kinders van verskillende geslagte</p>	<p>TOESTANDE/FAKTORE WAT DIE VERSKYNSEL BEÏNVLOED Betekenisgewing Fokus Handvaardighede Meting Probleemoplossingsvaardighede EIENSKAPPE Betekenis: Mities, voorstellend Fokus: Voorwerp, Materiaal, Denkbeeld, Geïntegreerd, Wisselend Handvaardighede: Wissel Meting: Geen → Objektief Probleemoplossingsvaardighede: Onbeholpe → goed</p>
<p style="text-align: center;">AKSIE/INTERAKSIE STRATEGIEË</p> <p>Al die kinders het die probleem probeer oplos deur gebruik te maak van</p> <p style="text-align: center;">KONTINUE EVALUERING</p> <p>EIENSKAPPE Denkbeelding Manipulering van materiaal</p>	
<p style="text-align: center;">GEVOLGE</p> <p>Sukses → houers wat al die dele vertoon en tot 'n geheel geïntegreer is Mislukking → houers geen of min dele vertoon of nie tot 'n geheel geïntegreer is nie</p>	

4.7.3 Selektiewe kodering

Selektiewe kodering het die kinders se keuse van konstruksiestrategieë as hoofkategorie bevestig, soos voorgestel in tabel 4.4.

Tabel 4.4
DIE RESULTAAT VAN SELEKTIEWE KODERING

KERNKATEGORIE	EIENSKAPPE	DIMENSIES
Keuse van konstruksiestrategieë	Geheelstrategie	Sinkreties →geheel-deel integrasië
	Deelstrategie	Sinkreties →geheel-deel integrasië

In die volgende hoofstuk sal die navorsingsresultate hoofsaaklik aan die hand van induktiewe afleidings voorgelê word.¹ Die konstruksiestrategieë sal beskryf word, sowel as die faktore wat die konstruksieproses beïnvloed het. Die resultate van Fase 2 van die ondersoek is gebruik in die kwantitatiewe analises, aangesien die taak in Fase 2 gestandaardiseer is. Fases 3 en 4 is beskou as selektiewe steekproewe en die data is gebruik om hipoteses en bevindings verder te toets tydens die proses van aksiale kodering. In hoofstuk 6 sal deduktiewe gevolgtrekkings met betrekking tot die doel van die ondersoek gemaak word.

¹ Alhoewel daar deurentyd gewissel is tussen induktiewe en deduktiewe prosesse, sal die fokus op induktiewe afleidings wees.

HOOFSTUK 5

NAVORSINGSRESULTATE

5.1 Inleiding

'n Transkripsie van elke kind se probleemoplossingsproses is vanaf die video-opnames gemaak en geanaliseer saam met veldnotas en die ingehandigde houer. Die resultate van die navorsing word voorgelê aan die hand van die verloop van die probleemoplossingsproses, naamlik

- die taakgewing
- die konstruksieproses en die faktore wat die proses beïnvloed het, naamlik die kinders se fokus, meetprosesse en beplanning en evaluering
- die uitkoms of resultaat van die konstruksieproses

Ouderdom en geslag sal deurgaans vergelyk word.

5.2 Die taakgewing

Die opdrag is in die voertaal van elke skool gegee. In Skool B was daar kinders vir wie Engels hulle tweede taal is. Die frase *bou 'n stewige, sterk houer* of *build a strong, sturdy container* is met opset gebruik, en die kinders is uitgelok om informele beskrywings van hulle konsep (op daardie stadium) van houers te gee.

Die volgende informele beskrywings is telkens sonder huiwering gegee:

“a box that can open”

“a box”

“it's a thing that holds all kinds of things”

“'n boksie”

Nadat die navorser die beskrywing van 'n houer as 'n *boks* bevestig het, en klem gelê het daarop dat die houer gebou moes word en die voorwerp nie toegedraai moes word nie, het sommige kinders nog die volgende vrae gevra:

“must it have a lid?”

“moet dit heeltemal toe wees?”

“moet die dingetjie binne-in wees?”

In Skool A, tydens Fase 1, het die onderwyseres van die Graad 1 groep telkens misleidend die term *wrap* gebruik. Nogtans het die kinders van *box* gepraat.

Aangesien die kinders sonder huiwering aangedui het dat 'n *boks* die gepasde houer sou wees, het die navorser nie aangedring dat hulle voorbeelde van bokse noem nie. Die doel was om te sien of die vorm en grootte van die houer deur vorm van die verwysingsvoorwerp bepaal sal word.

5.2.1 Bespreking

Van Niekerk (1997:94) het bevind dat wanneer 'n opdrag in taal gegee word, die taal as 'n veranderlike beskou moet word wat die taak beïnvloed. Tydens hierdie navorsing is die opdrag in taal gegee, sodat die kinders 'n geheuedenkbeeld van 'n houer moes aktiveer, sonder dat 'n voorbeeld beskikbaar was. Dit laat dus ruimte dat die geheuedenkbeeld van 'n houer vir elke kind uniek kan wees, maar weerspieël sou word in die taal wat die leerlinge gebruik om *houer* te verduidelik of te kontekstualiseer.

Die eerste ruimtelike denkproses wat die probleemstelling van die kinders vereis het, was dus om die taalinligting te transposeer na denkbeelding. Volgens Olson en Bialystok (1983:138) is die ruimtelike taalterm 'n aanduiding van die eienskappe van die strukturele beskrywing wat geëkspliseer is met die oog op die probleemoplossing. Taalterme wat deur die navorser en onderwysers gebruik is, het die volgende ruimtelike eienskappe weerspieël (sien figure 5.1 en 5.2).

Figuur 5.1
ILLUSTRASIE VAN DIE TAAKGEWING IN GRAAD 7 (FASE 2)

Graad 2: Skool B

(Die kinders sit met die apparaat voor hulle)

Navorsers: "Do you all know what a container is?"

Kinders: "Yes."

Navorsers: "What do you think is a container?"

Seun 1: "It's ...it holds all sorts of kinds of things."

Seun 2: "Pencils.."

Navorsers aan seun 1: "So, so you get big containers, is that what you are thinking of?"

Seun 1: "Little and big."

Navorsers: "Yes, it depends on what we want to put into it, doesn't it? Now we are going to make containers today. I want you to imagine that we are going to send these things that I have in my basket to someone overseas, so we have to send it by mail...so if I just wrap it, it will break in the mail, do you agree?"

Kinders: "Yes"

Navorsers: "So I have to make a container that is sturdy, that will keep it safe.

(Navorsers wys al die stimulusvoorwerpe. Die kinders kies voorwerpe en bespreek wat hulle wil doen).

Bronwyn: (aan maat) "We must draw a box."

Natasha: "What?"

Bronwyn: "Draw a box, then we put it in and put tissue..."

Natasha: "It's got to be big though, hey... How do you draw a box?"

Bronwyn: "Don't know."

Eksplisering van eienskappe van die ruimtelike produk:

Betekenis-eienskappe:

- die houer moet die verwysingsvoorwerp kan bevat

Navorsers (Gr 7P, Skool B): "...choose an object...make a container that that (object) will fit into."

- die houer moet die verwysingsvoorwerp kan beveilig

Navorsers (Gr 2, Skool B): "...a container...that will keep it safe"

Strukture-eienskappe:

- die houer moet rigied wees

Navorsers (Gr 1, Skool B) "I want a nice, sturdy container."

Vorm- en grootte-eienskappe:

- die verwysingsvoorwerp moet in die houer pas

Eksplisering van eienskappe van die taak:

- toedraai as metode is nie aanvaarbaar nie

Navorsers (Graad 7P, Skool B): “I don’t want you to wrap it. I want you to make a container.”

Die kinders het meestal sonder verdere gepraat of vrae begin om die probleem op te los. Die volgende taaleksplisering is wel aangetref:

Eksplisering van eienskappe van die ruimtelike produk:

Betekenis-eienskappe:

- die houer moet die verwysingsvoorwerp kan bevat
Elzanne (Gr 1, Skool D): “Moet die dingetjie binne-in wees?”
Haydn (Gr 2, Skool B): “(a container)...holds all sorts of kinds of things”
- die houer moet die verwysingsvoorwerp kan beveilig
Bronwyn (Gr 2 Skool B): “...draw a box, then we put it in and put tissue...”

Strukture-eienskappe:

- die houer moet geslote wees
Otto (Graad 3, Skool B): “Must it have a lid?”
- die houer moet ‘n vertikale dimensie vertoon
Adam (Gr 1, Skool B): “How do you make the down part?”

Vorme-eienskappe:

- Mankitseng (Gr 1, Skool B): “Square boxes...”

Eksplisering van eienskappe van die taak:

- Donna (Gr 3 Skool B): “I don’t get it what you mean *make* a box.”
Ashley (Gr 3 Skool B): “Is it like draw...say you draw a square...then you put ...this...that...strong box...”

Die taaltermes as ruimtelike produkte weerspieël die betekenis wat die spreker aan die probleem-situasie toeken. Tydens die fase waarin die probleem gestel is, was dit duidelik dat veral die Graad 1- en Graad 2-kindere vashou aan persoonlike, mitiese betekenisgewing. Die navorser kon agterkom dat die kontekstualisering 'n oorheersende indruk op die kindere gemaak het. Hulle het uitgebrei oor waarheen en hoe die voorwerpe ge-pos kon word (sien figuur 5.2):

Shannon, Gr 1, Skool B: "...they will take it to England and America..."

Robin, Gr 1, Skool B: "In other post boxes there is a little door and if it is still working you can put it in yourself."

Ver-al by die Graad 1-kindere het die kontekstualisering die keuse van verwysingsvoorwerp beïnvloed. Daar is baie affektiewe opmerkings oor die stimulusvoorwerpe gemaak, en sommige kindere het voorwerpe gekies waarvoor die kans op breek die kleinste gelyk het, byvoorbeeld:

Shannon, Gr 1, Skool B: "I just look for something that won't break that easy."

Hierdie persoonlike, mitiese betekenisgewing kon die probleemoplossingsproses beïnvloed het, aangesien dit moeilik was om die kindere se aandag op 'n meer abstrakte idee van 'n hou-er te vestig. In 'n poging om mitiese betekenisgewing te beperk, is tydens Fase 3 van die navorsing slegs een stimulusvoorwerp gegee, naamlik 'n glasvaas met 'n ronde basis. Die kindere het die probleem individueel opgelos tydens Fase 3, sodat die beïnvloeding van die groep uitgeskakel kon word. Die navorser het die probleem ook meer abstrak gestel en bloot gevra dat die kind 'n boks moes maak waarin die vaas sou pas (sien figuur 5.3). Dieselfde verskeidenheid oplossings as in Fase 2 is gevind.

Figuur 5.2
ILLUSTRASIE VAN DIE TAAKGEWING IN GRAAD 1 OM KINDERS SE MITIESE
BETEKENISGEWING TE ILLUSTRER (FASE 2)

Graad 1. Skool B

Navorser: "If I want to send this (wys 'n voorwerp) overseas and I put it in an envelope, what will happen?"

Kinders: "It will break."

Navorser: "Yes, if I put it in an envelope and they put it in with all the other mail, it will break. What should I rather do?"

Romy: "I know!"

Navorser: "Yes."

Romy: "You could take quite a lot of cotton wool and you could put it over and you could stick the cotton wool on there and you could put it into a little bag and you could put it into your pocket."

Navorser: "OK...and if I have to send it by mail?"

Shannon: "You could wrap in in wrapping paper ...and put the cotton wool also on there and stick it and put it in the post, then they will take it to like England and America."

Navorser: "Mmmm..."

Robin: "In other post boxes there is a little door, and if it is still working you can put it in yourself."

Navorser: "Mmm...but I still don't know what they will do with it. I can't take it all the way to England...What if I make a nice, sturdy container from cardboard..."

Robin: "You can wrap it in card board."

Navorser: "Must you wrap it in cardboard?"

Robin: "You can stick it inside."

Navorser: "Inside what?"

Robin: "The cardboard, than you can close it and when you turn it upside down it won't go..."

Navorser: "So you have to make something that can be closed. And if you make it nice and sturdy, you can then put cotton wool around, then it will work better than if you just wrapped it, isn't it?"

Kinders: "Yes."

Navorser: "I want a nice, sturdy container. What is another word for a container? Do you know what a container is?"

Kinders: "Yes"

Navorser: "Do you know what I mean when I say container? What do you think I mean?"

Kinders: "A box...a sort of a box."

Navorser: "Yes. That is what I want you to make. A box."

Figuur 5.3
VOORBEELD VAN TAAKGEWING TYDENS FASE 3

Graad 1. Skool B.

Navorsers: "Do you remember when I was here last time? You built boxes for me."

Dane: (Knik)

Navorsers: "Today I want you to build me a box again, for this vase that I have here, OK? I want you to build a box that that will fit into. Do you have any idea how you want your box to look like?"

Dane: "Mmm" (knik)

Navorsers: "What do you want your box to look like?"

Dane: "Square." (hy wys met sy hande eers die linker en regter vertikale vlakke van 'n denkbeeldige boks, dan die bo-en onderkante).

Navorsers: " You want it square? Have you an idea how you are going to make it?"

Dane: "Mmm" (knik).

Navorsers: "Can you tell me?"

Dane: "(Sit 'n hele ruk en kyk na die karton) I'll draw a square (wys met sy potlood 'n vierkant bokant die vel karton) and draw other squares (wys vierkante onder en langs die eerste een) and stick them together (hy wys met sy hande eers die linker en regter vertikale vlakke van 'n denkbeeldige boks, dan die bo-en onderkante)."

Navorsers: " Oh. Do you have an picture in your head of how those squares are going to go together?"

Dane: "Mmm (knik)".

Navorsers: " OK, then you can start.

Taalbeskrywings en vrae is dikwels deur handgebare aangevul, waar die handgebare vorm en struktuur verduidelik het en die taal bloot die aandag op die gebare gevestig het. Die meeste tweede taal kinders wat deelgeneem het, het nie vrae gevra of idees geopper nie. Dit was egter nie opvallend nie, omdat min kinders dit oor die algemeen gedoen het. Die tweede taal kinders het wel aan besprekings deelgeneem wat na die tyd deur die navorsers met die kinders gevoer is.

5.3 Die konstruksieproses

Twee hoofkonstruksiestrategieë is onderskei, naamlik 'n geheelstrategie en 'n deelstrategie. Sommige leerlinge het tydens die probleemoplossingsproses van konstruksiestrategie verander wanneer hulle nie sukses kon behaal nie. Die strategie waarmee die konstruksieproses voltooi is, is as 'n leerling se gekose strategie geneem.

Die geheelstrategie sowel as die deelstrategie het variasies getoon wat as mengsels van dele en geheel beskou kan word. Daar was egter 'n opvallende onderskeid tussen die twee hoofstrategieë in die hantering van die materiaal, wat die indruk bevestig het dat kinders vanaf die geheel werk (al was die geheel net 'n gedeelte van die houer), of vanaf verskillende dele (al was sommige dele geïntegreer). Die mees ooglopende verskil was die mate van ontwerp wat die deelstrategieë vergesel het, in teenstelling met die direkte manipulerings van die karton wat die geheelstrategieë vergesel het.

Alhoewel die strategie-ontleding en beskrywing geen aanduiding van 'n lineêre ontwikkelingsverloop is nie, is daar 'n sigbare toename in die begrip van die vorm- en struktuurverbande van die houters wat die kinders probeer voorstel het.

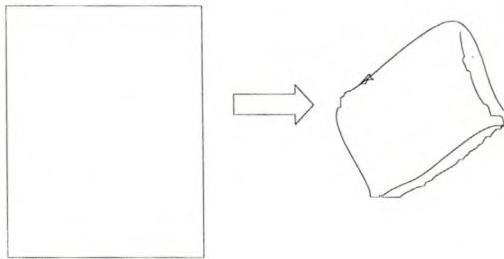
Shepard en Cooper (1982:244) beskryf verskillende ruimtelike transformasies van denkbeelde. Hierdie transformasies kon ook onderskei word in die kinders se fisiese hantering van die karton:

- rigiede transformasies, soos rotasies, translasies en refleksies, of kombinasies van hierdie prosesse, waarin die objek wat getransformeer word sy rigiede, geheelstruktuur behou
- semi-rigiede transformasies, soos voue of samevoegings van diskrete dele, waarin elkeen van die dele rigied en onveranderd bly, alhoewel die geheel verander en
- nie-rigiede transformasies, soos klei-agtige vervormings, waarin die topologiese struktuur van die voorwerp in geheel behoue bly, maar elke deel of gebied vervorm kan word deur plaaslike, affiene rek- of krimptransformasies

5.3.1 Geheelstrategieë

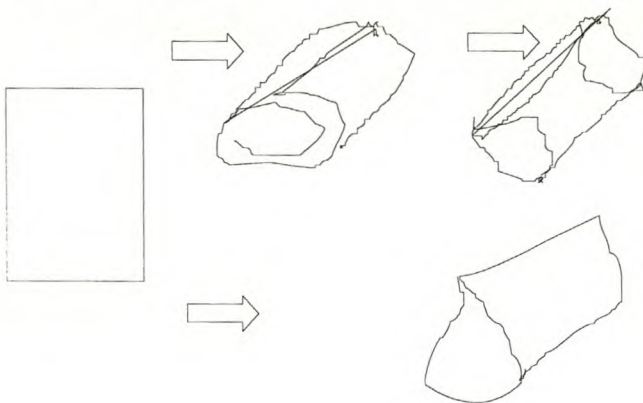
Hierdie strategie word gekenmerk deur nie-rigiede transformasies soos toedraai- en toerol-aktiwiteite aan die een kant van die spektrum en semi-rigiede transformasies soos vou-aktiwiteite aan die ander kant. Geheelstrategieë het die volgende variasies getoon:

GAA: Die karton word gevou, platgedruk en vasgeplak om 'n plat koevert te vorm. Die verwysingsvoorwerp word minimaal of gladnie hanteer nie. (Sien bylaag 1.1 vir 'n volledige transkripsie).



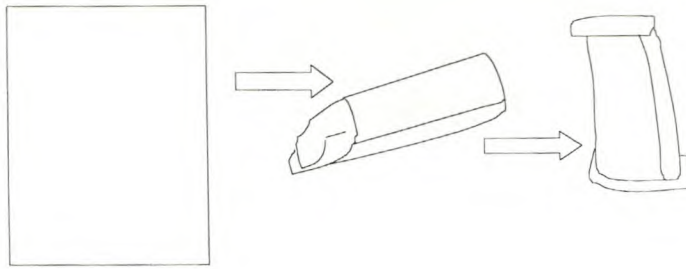
GA: Die toedraai of toerol van die stimulusvoorwerp en die platdruk van die punte om die opening te sluit. Twee teenoorstaande sye van die stuk karton word ook soms geheg met die binnekante van die karton teen mekaar, sodat 'n geut wat na 'n driehoekige prisma neig, maar nie deur voulyne in vlakke verdeel is nie, gevorm word.

(Sien bylaag 1.2).

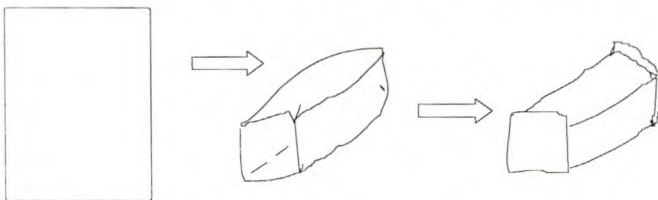


GB: Die toerol van die voorwerp, waarna los dele geknip en aangeheg word om die openinge te sluit. 'n Buisvorm word verkry, waarvan die sluitstukke die vorm van die opening direk volg, of heelwat groter is as die opening en 'n voetstuk vir die houer vorm.

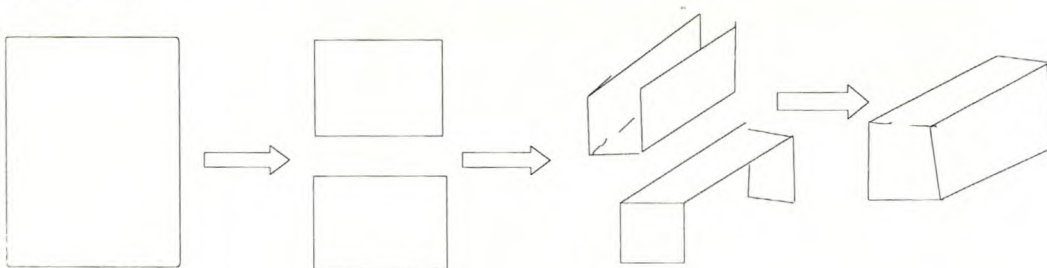
(Sien bylaag 1.3).



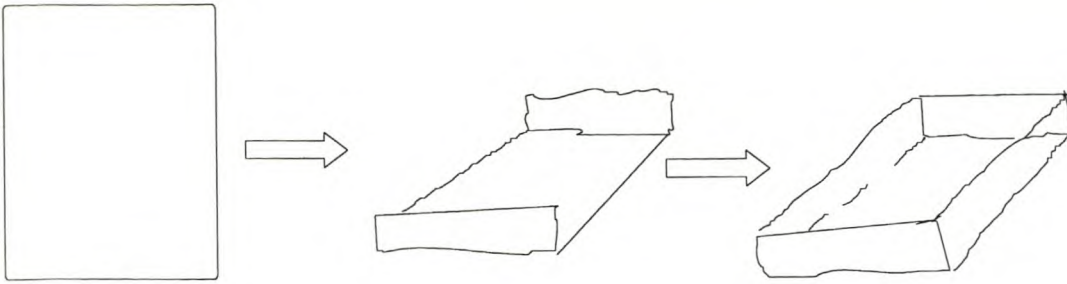
GC: Die aanvanklike toerol van die stimulusvoorwerp, gevolg deur die indruk van lyne om vier vlakke van 'n reghoekige prisma te vorm, of die doelgerigte verdeling, deur te vou, van een stuk karton om die vier vlakke te vorm. Hierdie vier vlakke vorm gewoonlik die laterale vlakke van die houer. Die openinge aan die eindes word gesluit deur los stukke volgens die vorm van die openinge te knip en aan te heg. (Sien bylaag 1.4).



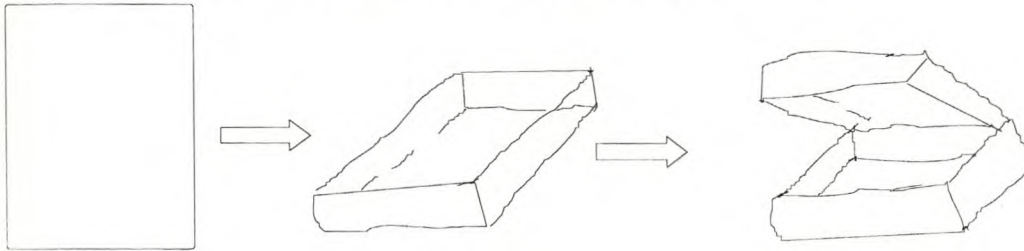
GD: Die vou van een paar teenoorstaande sye van 'n stuk karton om 'n basis en 'n paar simmetriese vertikale syvlakke te verkry. Die bokant en die punte word met los dele bedek, of deur 'n tweede geut op dieselfde manier te maak. Die tweede geut wat so gevorm word, word dan van bo af met 'n 90 grade rotasie op die eerste neergesit, sodat 'n toe houer gevorm word. (Sien bylaag 1.5).



GE: Die vou van albei pare teenoorstaande sye van 'n stuk karton, sodat 'n basis en vier vertikale syvlakke gevorm word. Die hoeke word omgevou en teen die vlakke vasgeplak, sodat 'n vlak, oop houer gevorm word. Die hoeke word alternatiewelik hanteer deur 'n spleet op een van die voulyne te knip en die flappe dan aan die kante van die houer vas te plak, of die hoeke word op die voulyne uitgeknipt en die vertikale vlakke aan mekaar vasgeplak. 'n Deksel word soms daarna gemaak, of die houer word dubbeld gevou. (Sien bylaag 1.6).



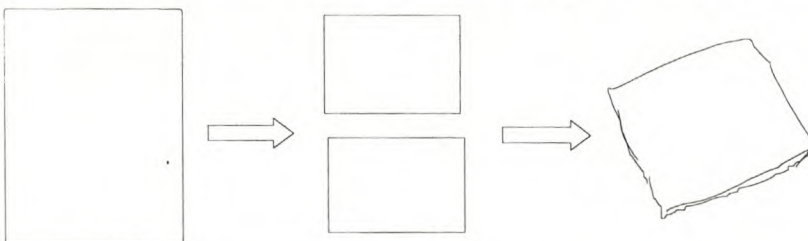
GF: Die vou van albei pare teenoorstaande sye van 'n stuk karton, sodat vier vertikale syvlakke gevorm word, waarna die houer in twee verdeel word en 'n bykomende vertikale vlak gevorm word tussen die twee dele, sodat die een deel bo-oor die ander kan vou om 'n houer met 'n deksel te vorm. 'n Tipiese pasteiboks word verkry. (Sien bylaag 1.7).



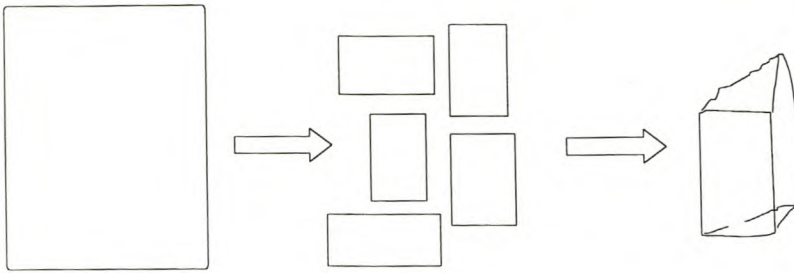
5.3.2 Deelstrategieë

Hierdie strategie word gekenmerk deur die konstruksie van 'n basis of beginvlak van die houer wat gebou moet word, en die konstruksie en samevoeging van die ander dele. Ridgiede transformasies van die dele word gebruik. Die volgende variasies is waargeneem:

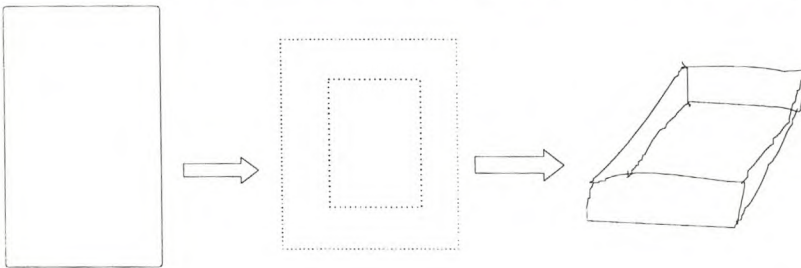
DAA: Vierkante, reghoeke of sirkels word geknip en bo-op mekaar vasgeplak sodat 'n plat koevert verkry word. Die stimulusvoorwerp word min of gladnie hanteer. (Sien bylaag 2.1).



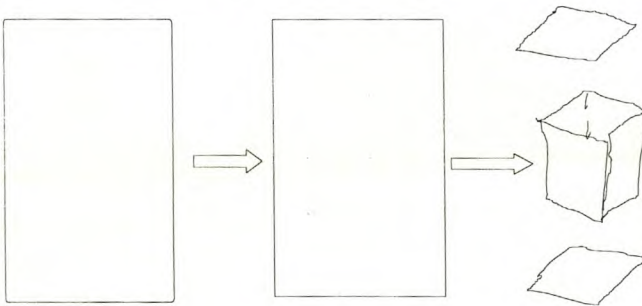
DA: Die lukrake uitknip van dele wat deur probeer-en-tref tot 'n houer saamgevoeg word. Die proses word gekenmerk deur oormatige 3D modellering. Soms word die twee vlakke met binne kante na mekaar geheg, sodat 'n struktuur wat na 'n driehoekige prisma neig, verkry word. (Sien bylaag 2.2).



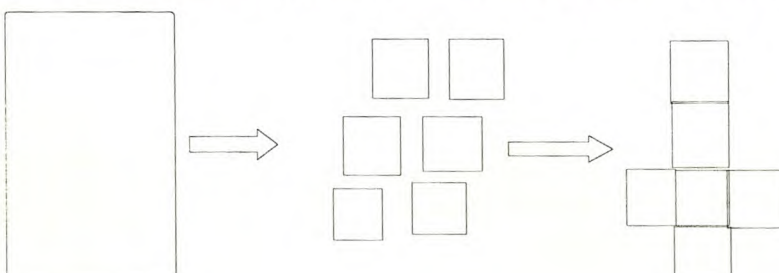
DB: Die teken van die basis van die houer en 'n omranding om die basis. Die omranding word op die lyne gevou om vertikale syvlakke te vorm. Die hoeke word omgevou en teen die syvlakke vasgeplak, of op 'n lyn oopgeknip waarna die flappe teen die syvlakke vasgeplak word, of heeltemal uitgesny, sodat die laterale syvlakke aanmekaar vasgeplak word. (Sien bylaag 2.3).



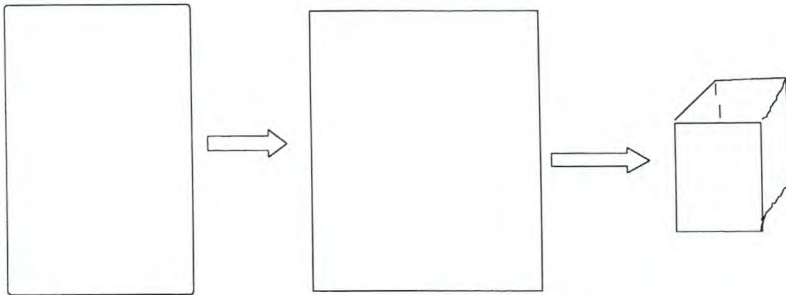
DC: Vier vlakke word geïntegreerd in serie of parallel geteken en uitgekniip en soos 'n toe geut gevou, waarna die punte van die geut met los dele bedek word. (Sien bylaag 2.4).



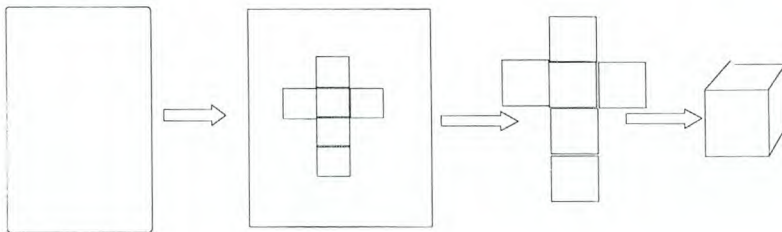
DD: Die uitknip van 'n basis of beginvlak, en die doelgerigte uitknip en samevoeging van die ander dele, deur die basis as gids te gebruik (progressiewe netontwerp). Die samevoeging van die dele geskied siklies of simmetries rondom die basis. (Sien bylaag 2.5).



DE: Die bepaling van die basis van die houer en die teken van 'n rofweg simmetriese kruis om die basis. Die kruis word uitgesny en vasgeplak om 'n oop of toevallig geslote houer te vorm. (Sien bylaag 2.6).



DF: Die potlood en liniaal konstruksie van die net van die beplande houer. Die net vertoon die dele, maar word in geheel uitgeknip en vasgeplak om 'n houer met 'n deksel te vorm. (Sien bylaag 2.7).



5.3.3 Bespreking

Die ontwikkeling ten opsigte van vorm- en struktuurvoorstelling in die geheelstrategieë kan breedweg soos volg opgesom word (let wel dat geen lineêre verloop beweer word nie):

GAA: Geen analise om dele (vlakke) of struktuur te bereik nie.

GA: Geen analise om dele (vlakke) te bereik nie, maar die geheel beslaan bruikbare volume in 3D. Die houer word nie los van die voorwerp gebou nie.

GB: Minimale analise om die sluitstukke as afsonderlike dele te bereik, maar dit word nie geïntegreer met die geheelstruktuur nie. Die houer word nie los van die voorwerp gebou nie.

GC: Die begin van analise van die struktureienskappe van die houer deur die indruk van voulyne. Die vorm van die vlakke wat so bereik word is 'n gevolg van die struktuur wat verkry word. Die houer word tentatief los van die voorwerp voorgestel. Van hieraf word die kinders se handelinge toenemend doelgerig en antisiperend.

GD: Toenemende analise van die struktuur van 'n houer, los van die verwysingsvoorwerp, as 'n basis met simmetriese vertikale vlakke aan die linker-en regterkante van die basis. Die struktuur wat verkry is bepaal die vorm van die vlakke.

GE: Toenemende sintese van die verkreë struktureienskappe. Die houer het 'n basis met vier geïntegreerde vertikale vlakke. Die struktuur van die houer is heeltemal onafhanklik van die eienskappe van die verwysingsvoorwerp, en die struktuur wat verkry is bepaal die vorm van die vertikale vlakke.

GF: Volledige analise en sintese van die vorm- en struktureienskappe van 'n volledige, geslote houer.

Die deelstrategieë toon 'n soortgelyke ontwikkeling:

DAA: Analise van die vorm van 'n enkele deel en geen analise van struktureienskappe nie.

DA: Die begin van analise van die vorm en struktuur van die vlakke van 'n houer, maar geen sintese van die struktuur nie. Die houer bestaan nie onafhanklik van die verwysingsvoorwerp nie.

DB: Die analise van struktuur van die houer as 'n basis omring deur vertikale vlakke en dus die begin van sintese van die basis van die houer en die vertikale vlakke as 'n geheel. Van hier af word die kinders se handelinge toenemend doelgerig en antisiperend.

DC: Die analise en sintese van die struktuur van die vlakke wat die *lyf* van die houer vorm. Die sluitstukke word nie met die hoofstruktuur geïntegreer nie.

DD: Die volledige analise van die vormeienskappe van die houer en toenemende sintese van die dele tot 'n geheelstruktuur.

DE: Volledige analise van die struktureienskappe van die houer en toenemende analise van die vorm van die vlakke.

DF: Volledige analise en sintese van die vorm- en struktureienskappe van 'n geslote houer.

5.3.3.1 Taal

Leerlinge het min gepraat tydens die konstruksieproses, ten spyte daarvan dat hulle aangemoedig is om te praat, en hulle gewoon is aan verbale interaksie in die wiskundeklas. In gevalle waar daar baie gepraat is, het die gesprek selde oor die probleem gegaan, en is die probleemoplossing deur die verbale interaksie benadeel. Die verbale interaksie kan onder die volgende hoofde beskou word:

- uitklaring van onsekerhede

Terwyl hulle besig was om houters te maak, was die mees algemene vraag of die houer heeltemal toe moes wees en of die houer 'n deksel moes hê. Sulke vrae was aan die navorser gerig en die antwoord was bevestigend.

- bespreking van metodes

Sommige kinders, oorwegend die jonger kinders, het hulle metodes met mekaar bespreek. Die bespreking was egter kripties en het geplaas gegaan met handbewegings om die proses aan te dui.

Daniel (Graad 2, Skool B): “ I know, I know how you can (make a lid)! OK, take a piece like this (hy tel ‘n stuk karton op) and cut it and fold it over the top like this” (wys met sy plat hand een vertikale vlak langs die oop geut en dan bo-oor).

Kinders het ook aangedui dat hulle nie geweet het hoe om verder te gaan nie

Elzanne (Graad1, Skool D): “Ek weet nie hoe maak mens ‘n boks nie.”

Magdel (Graad 1, Skool D): “ Ek kan nie ‘n geknipte boksie maak nie.”

Lara (graad 1, Skool B): “ I can’t make a box! Everything is falling apart!”

- evaluering van die konstruksieproses en die houer

Sommige leerlinge het aangedui dat hulle nie tevrede is met die uitkoms van hulle konstruksies nie.

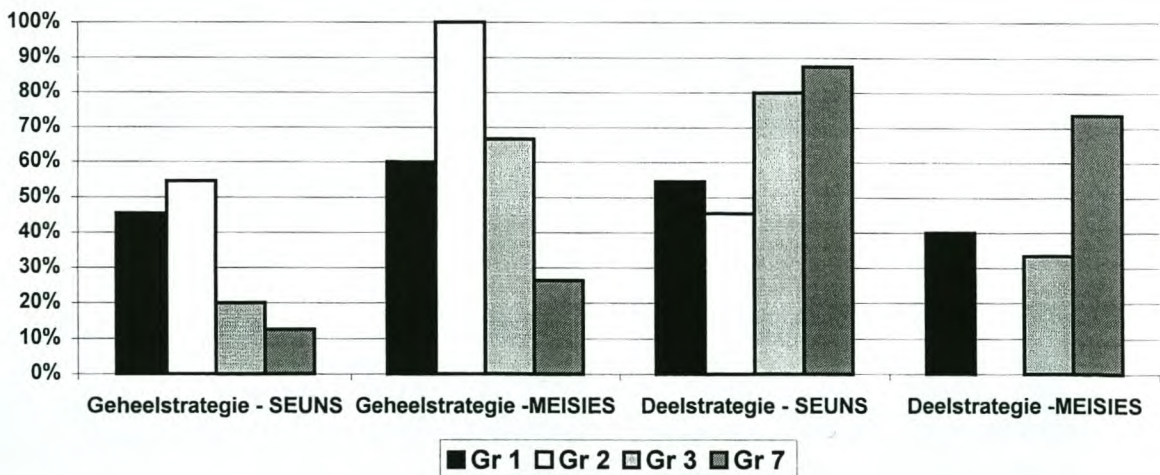
Elzanne (Graad1, Skool D): “Ek weet nie hoe maak mens ‘n boks nie.”

Magdel (Graad 1, Skool D): “ Tannie, kyk hoe lyk myne, maar dis nie meer ‘n boksie nie.”

Dayne (Graad 1, Skool B: “Mine looks crummy.”

5.3.3.2 Die keuse van strategie volgens ouderdom

Figuur 5.4. KEUSE VAN STRATEGIE VOLGENS OUDERDOM EN GESLAG (n=106)

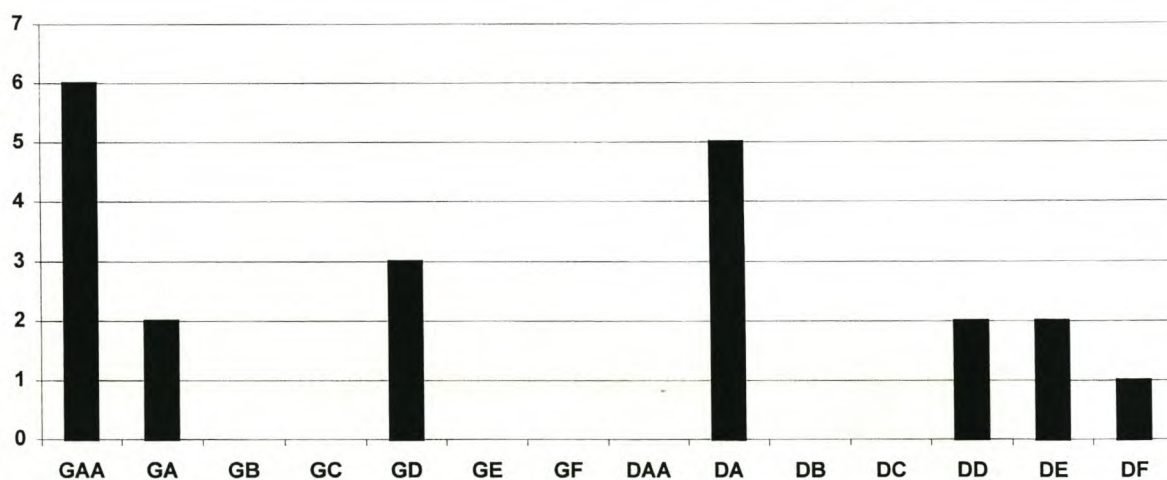


Daar is 'n patroon sigbaar in die keuse van strategie met toenemende ouderdom. Die keuse van geheelstrategieë onder seuns het afgeneem, totdat slegs 13% van Graad 7-seuns geheelstrategieë kies. Die keuse van geheelstrategieë deur meisies het egter toegeneem van Graad 1 tot Graad 3, en eers in Graad 7 verminder.

Graad 2 se resultate pas egter nie mooi in die patroon in nie. Van Graad 1 na Graad 2 was daar 'n toename in geheelstrategieë deur beide seuns en meisies, tot so 'n mate dat geen Graad 2-meisies deelstrategieë gekies het nie.

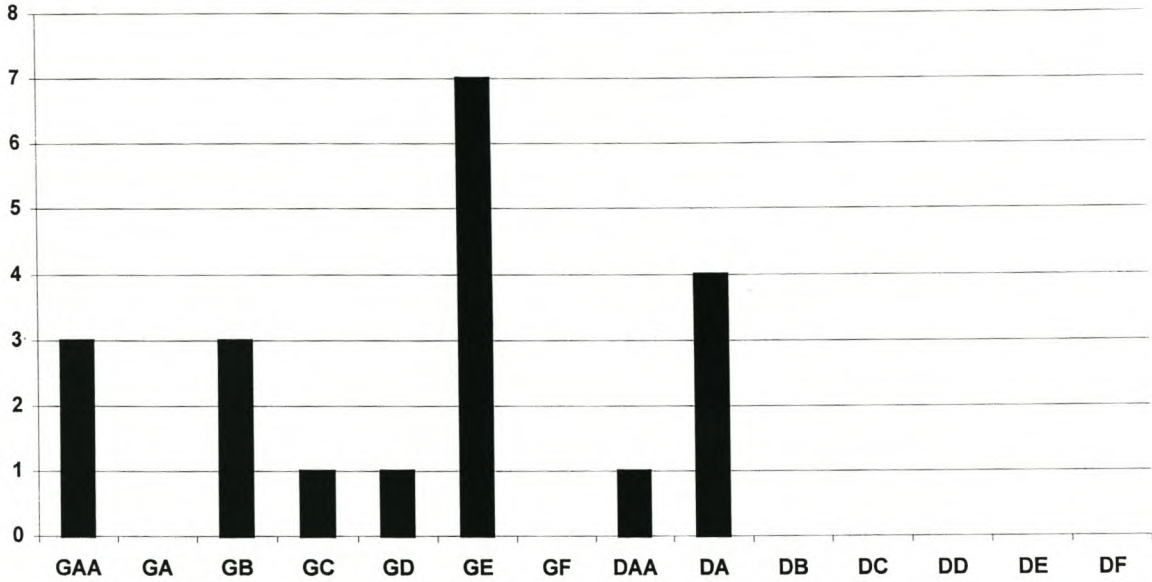
'n Nadere kyk na die variasie van strategieë wat voorkom met toenemende ouderdom, toon die volgende patrone:

Figuur 5.5. STRATEGIEVARIASIES - GRAAD 1 (n=21)



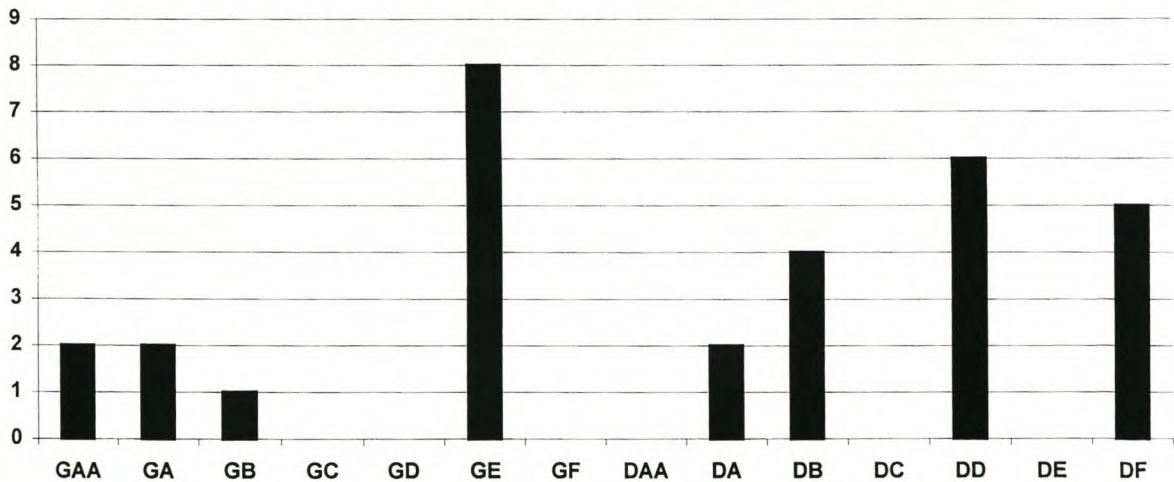
Die meeste Graad 1-kindere het GAA gevolg en plat koevert gemaak. Die mees gesofistikeerde geheelstrategie in Graad 1 was GD, wat die maak van oop geute behels het. Die deelstrategie wat meeste in Graad 1 gevolg is, is DA, wat 'n probeer-tref, lukrake samevoeging van dele behels het. Daar is wel Graad 1's wat van gesofistikeerde deelstrategieë soos DD, DE en DF gebruik gemaak het. Hierdie strategieë behels al drie die vasstel van 'n basis, en dan toenemende integrasie van die ander vlakke om die basis.

Figuur 5.6. STRATEGIEVARIASIES - GRAAD 2 (n=20)

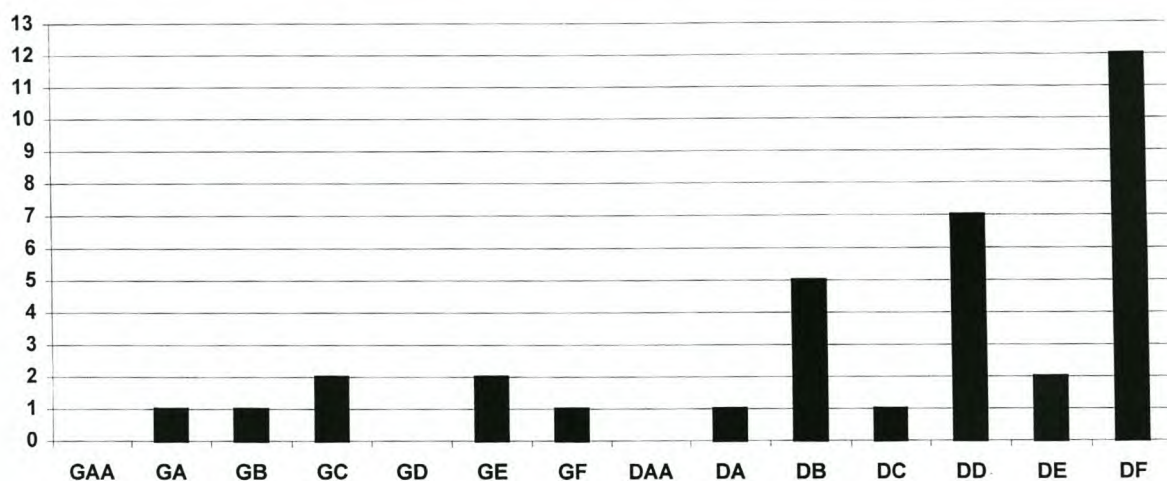


Die Graad 2-kindere, wat meestal geheelstrategieë gebruik het, het oorwegend 'n GE gebruik, wat die vou van vier vertikale vlakke behels het, en aan die gesofistikeerde kant van die geheelstrategieë lê. Die paar deelstrategieë was oorwegend lukrake, probeer-tref DA strategieë. Daar was egter nog kindere wat nie 'n vertikale vlak kon vervaardig nie en plat koeverte gemaak het met beide geheel- en deelstrategieë.

Figuur 5.7. STRATEGIEVARIASIES - GRAAD 3 (n=30)



In Graad 3 tree daar 'n merkbare verskuiwing in na gesofistikeerde strategieë. Die geheelstrategie is oorwegend GE en die deelstrategieë oorwegend DD en DF.

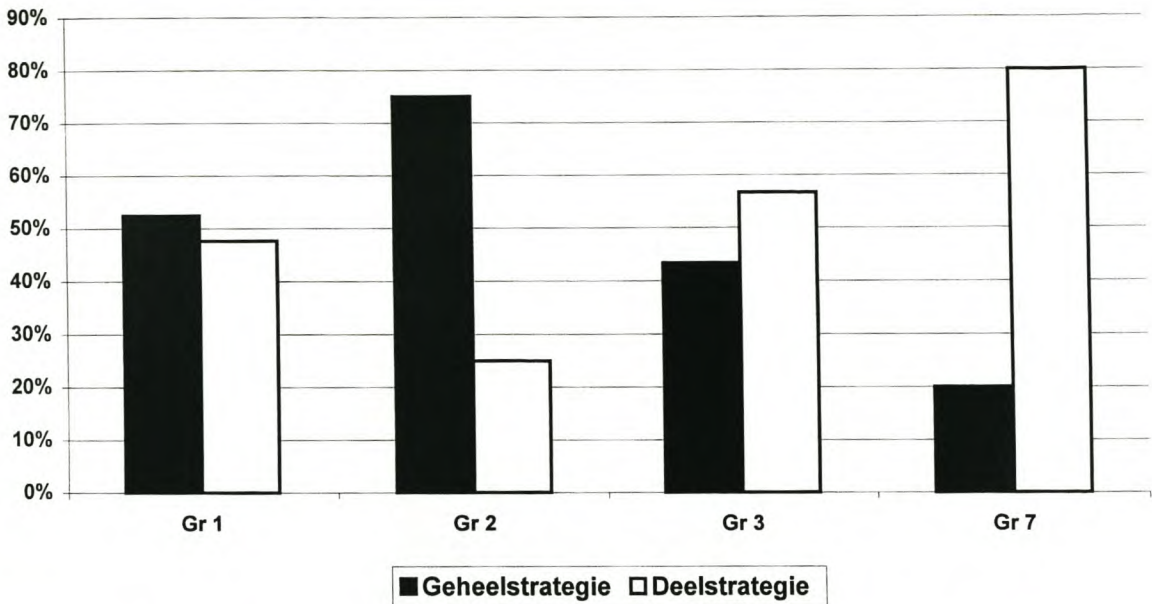
Figuur 5.8. STRATEGIEVARIASIES - GRAAD 7 (n=35)

In Graad 7 was die meeste strategieë DF, dus ontwerpte nette. Die nette was sonder uitsondering die standaard kruis met een verlengde as. Min kinders het DE gevolg en 'n opmerklieke aantal DD en DB. DB is die eerste deelstrategie waar die basis invariant gehou word, terwyl DD die ontwikkeling van 'n progressiewe net behels waarvan die dele een vir een bygevoeg word. Dit blyk dus asof kinders wat die volledige analise van die dele van 'n houer bereik het (DD) meesal daarna die volledige integrasie van die dele in 2D kan bereik (DF), sonder om deur die gedeeltelike integrasie van 'n kontinue, min of meer simmetriese kruis (DE) te beweeg. Geheelstrategieë in Graad 7 is ook meer gesofistikeerd, alhoewel twee kinders nog by blote toedraai geeëdig het (GA, GB). Die GC en GE strategieë wat gevolg is, was ook doelgerig het netjiese, goedgestruktureerde houer opgelewer. In vergelyking met die DF strategie, is die GF strategie meer ingewikkeld en hierdie was die enigste GF strategie wat aangetref is.

Opsommend kan die ontwikkeling van strategieë soos volg aangedui word:

Graad 1(GAA/DA)→Graad 2(GE)→Graad 3(GE)→Graad 7(DF). Hieruit is dit duidelik dat die geheelstrategie se hoogtepunt GE was (slegs een Graad 7-seun het GF gevolg). Vir die kinders wat geheelstrategieë gevolg het, het die taak om die struktureienskappe van 'n houer te ekspliseer, dus moontlik die eksplisering van vormeienskappe oorskadu.

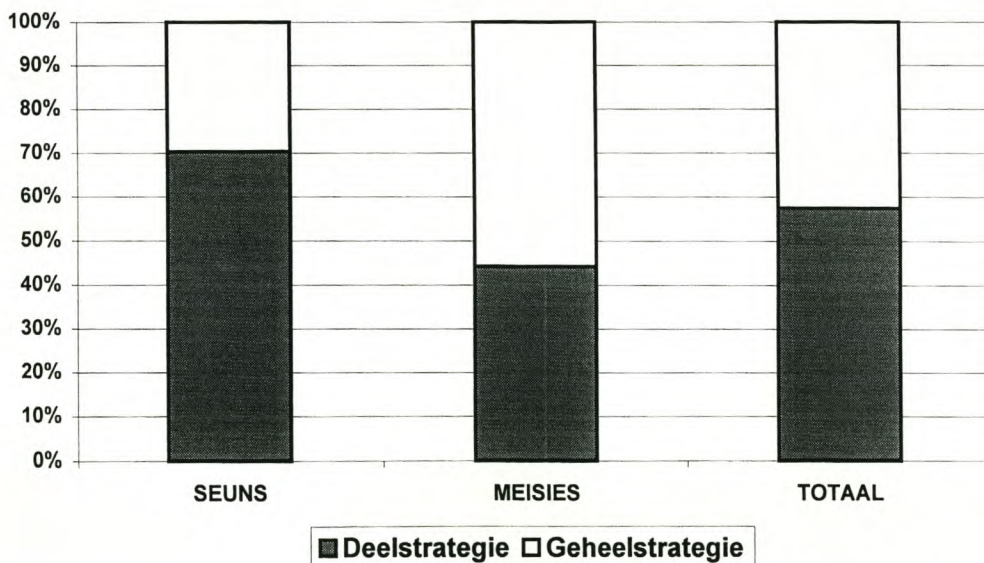
Figuur 5.9. KEUSE VAN STRATEGIE VOLGENS OUDERDOM (n=106)



In die geheel gesien verskuif die strategieë van geheelstrategieë na deelstrategieë met toenemende ouderdom. Die uitsondering is Graad 2, waar die gebruik van redelik gesofistikeerde geheelstrategieë oorheers het.

5.3.3.3 Keuse van strategie volgens geslag

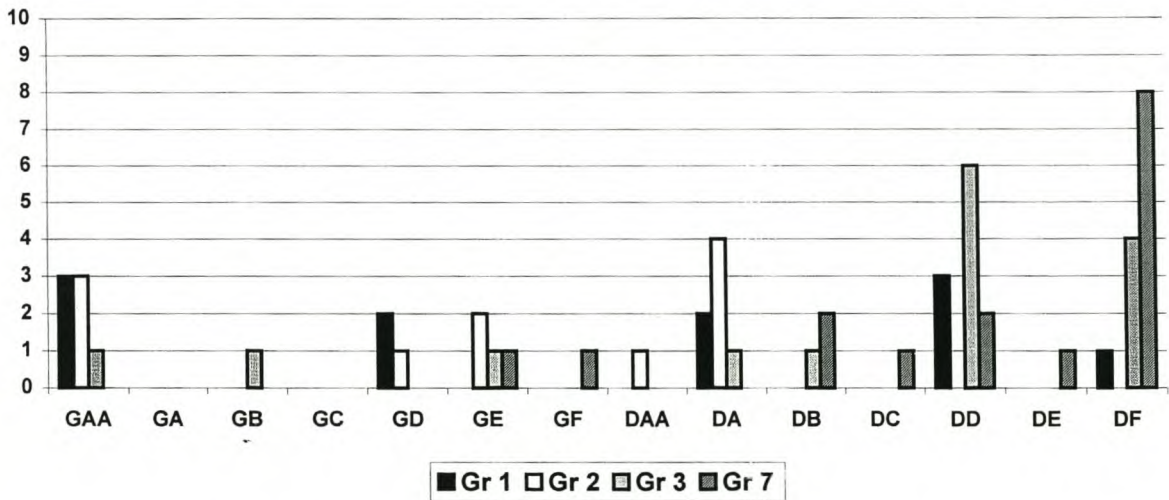
Figuur 5.10. KEUSE VAN STRATEGIE VOLGENS GESLAG (n=106)



Die meisies het deurgaans meer geheelstrategieë gekies as die seuns. Die grootste verskil was in Graad 3, waar 67% van die meisies teenoor 20% van die seuns geheelstrategieë gebruik het. In Graad 7 was die verskil kleiner: 26% meisies en 13% seuns.

'n Nader beskouing van strategievariasies toon die volgende patroon:

Figuur 5.11. STRATEGIE VARIASIES - SEUNS (n=53)

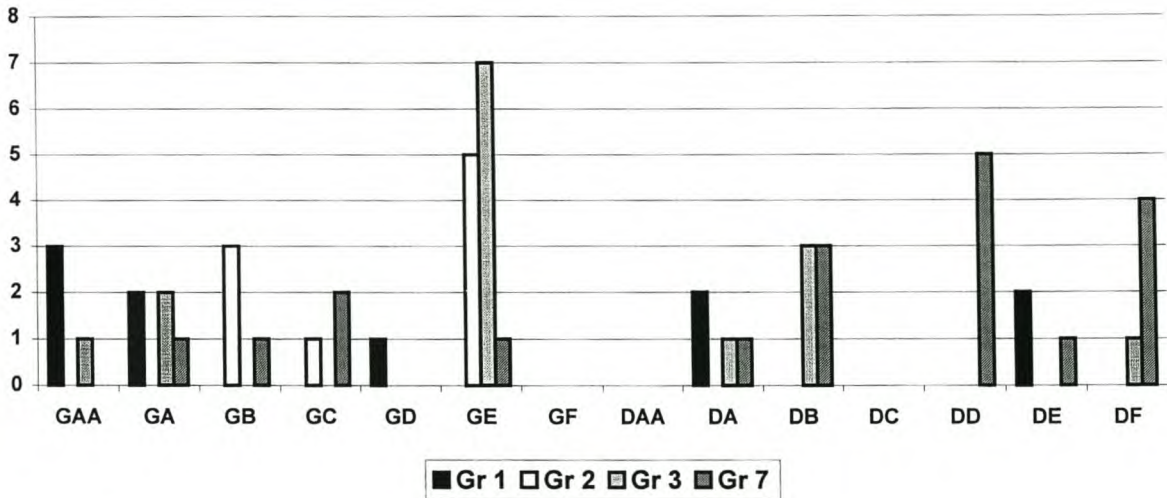


Die seuns se keuse van strategieë toon die volgende ontwikkelingsverloop volgens ouderdom:

Graad 1: GAA/DD (27%) → Graad 2: DA (36%) → Graad 3: DD (40%) → Graad 7: DF (75%)

Dit beteken dus dat die meerderheid Graad 1-seuns óf geen idee gehad het van die vorm of struktuur van 'n houer nie, óf die vorm van die vlakke volledig kon ekspliseer, sodat die sintese van die struktuur die probleemoplossing bepaal het. Die meerderheid Graad 2-seuns moes beide die vorm en die struktureienskappe leer ekspliseer om die probleem op te los. Die meerderheid Graad 3-seuns het nie probleme ondervind met die analise van die vorm of die verskillende vlakke nie, maar moes die sintese van die struktuur van die houer bepaal om die probleem op te los. Die meerderheid Graad 7-seuns kon 'n geïntegerde ontwerp maak wat die volledige vorm- en struktureienskappe van die houer vertoon het.

Figuur 5.12. STRATEGIE VARIASIES - MEISIES (n=53)



Die meisies se keuse van strategieë toon die volgende ontwikkelingsverloop volgens ouderdom: Graad 1: GAA (30%) → Graad 2: GE (56%) → Graad 3: GE (47%) → Graad 7: DD (26%).

Dit beteken dus dat die meerderheid Graad 1-meisies geen idee van die vorm- of struktureienskappe van 'n houer gehad het nie. Die meerderheid Graad 2-meisies sowel as Graad 3-meisies het 'n houer as 'n basis en vier vertikale vlakke voorgestel. Die struktureienskappe is dus ge-ekspliseer, maar ten koste van die vorm/grootte van die vertikale vlakke. Die meerderheid Graad 7-meisies het die vormeienskappe van die vlakke van 'n houer volledig ge-ekspliseer, sodat die sintese van die dele tot 'n geheel die probleemoplossing bepaal het.

Die kinders in Graad 7 wat GA, GB en GC strategieë gevolg het, was meisies, terwyl 'n seun die enigste GF strategie gevolg het. Dubbeld soveel seuns as meisies in Graad 7 het nette ontwerp. Die meisies toon dus 'n laer ontwikkelingsverloop as die seuns ten opsigte van die sintese van die dele tot 'n geheel.

5.4 Faktore wat die konstruksieproses beïnvloed het

5.4.1 Die vorm en aard van die voorwerpe wat as empiriese verwysings gebruik is

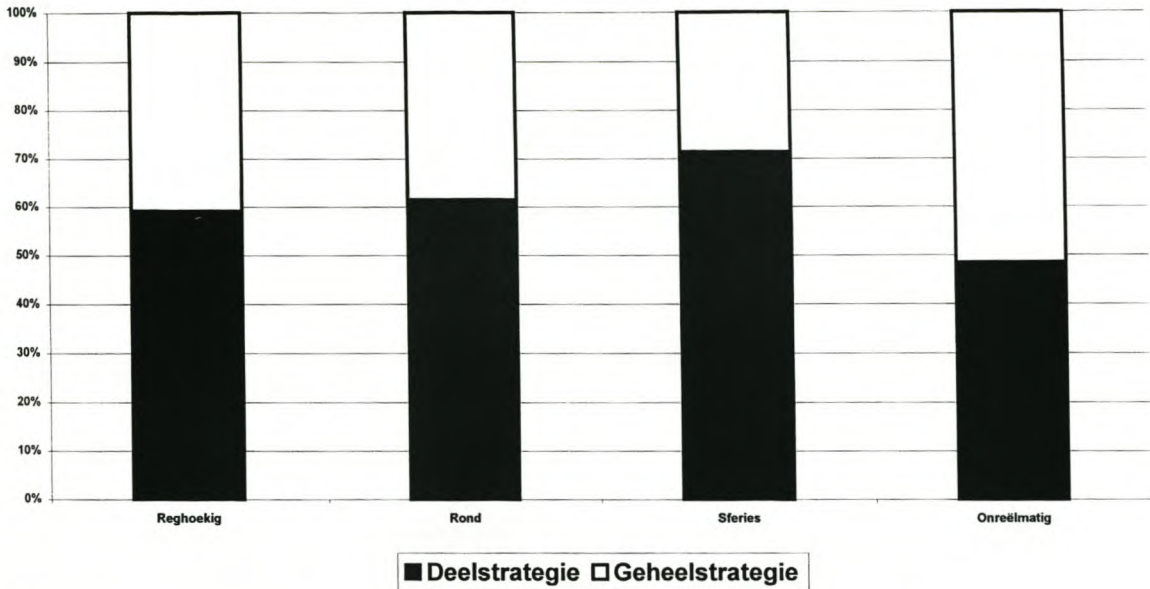
Die voorwerpe is geklassifiseer volgens die meetkundige vorm van die basis. Verder is in ag geneem of die voorwerp 'n intrinsieke bo- en onderkant en voor- en agterkant het (byvoorbeeld 'n kar). Sulke voorwerpe word kanoniese voorwerpe genoem. Voorwerpe wat nie intrinsieke aansigte het nie (byvoorbeeld 'n bal) is nie-kanoniese voorwerpe (sien hoofstuk 2).

Die kinders het vrye keuse gehad om voorwerpe te kies uit die versameling, alhoewel die keuse al hoe kleiner geraak het hoe later 'n kind in die ry gestaan het om te kies. Daar was altyd meer voorwerpe om van te kies as kinders.

Dit was opmerklik dat die kinders moeite gedoen het om die horlosie in die hande te kry en ewe veel moeite om die kerse te vermy. Die horlosie is 'n reghoekige prisma, met intrinsieke bo- en onderkante, sowel as voor- en agterkante. Die kerse is sferies, maar het wel intrinsieke bo- en onderkante. Hierdie twee voorwerpe het dan ook spesifieke probleme veroorsaak. Die horlosie se voor- en agterkante het in die breedte effens verskil van die sykante. Dit lyk egter of die reëlmatige voorkoms oorheersend was, en kinders het probleme ondervind om die vlakke wat hulle volgens maat vervaardig het in die regte onderlinge strukturele posisies te plaas. Die kers het aan die ander kant geen reguit lyne of plat vlakke nie, en kinders het probleme ondervind om 'n denkbeeld van 'n houer vir die kers te skep.

Daar is nie 'n duidelike verband gevind tussen die keuse van strategie oor die algemeen en die keuse van strategie as 'n funksie van die vorm van die stimulusvoorwerp nie. Daar is in totaal meer deelstrategieë gevolg en ook ten opsigte van die verskillende soorte voorwerpe. Die kinders wat voorwerpe met 'n ronde basis gekies het en geheelstrategieë gevolg het, het egter die voorwerpe toegerol (GA, GB).

**Figuur 5.13 KEUSE VAN STRATEGIE VOLGENS DIE VORM VAN DIE VOORWERP
(n=106)**



Die intrinsieke ruimtelike eienskappe (byvoorbeeld bo- en onderkante) van die voorwerpe het die probleemoplossingsproses beïnvloed, en kinders het die verskillende voorwerpe verskillend hanteer, soos hierna beskryf word.

- die aard van die voorwerp bepaal die oriëntasie van die houer

In sommige gevalle het die kinders volstrek by die intrinsieke bo- en onderkant van die voorwerp gehou en die houer se bo- en onderkante daarby laat aanpas. Hulle het byvoorbeeld nie die voorwerp plat in die voltooide houer neergesit nie, al sou dit ooglopend beter passing tussen die voorwerp en die houer gebied het. Byvoorbeeld:

Marlise (Graad 3, Skool D) sny 'n gat in die deksel, want die houer is te laag om die kante van die huisie te bedek. Die houer is ooglopend groot genoeg dat die huisie op sy rug daarin sal pas. Sy gee die oop houer in, met die huisie regop daarin.



In gevalle waar die voorwerpe nie 'n intrinsieke bo- en onderkant gehad het nie, het kinders soms bo- en onderkante aan die voorwerp toegeken en die houer daarby aangepas.

- die aard van die houer bepaal die oriëntasie van die stimulusvoorwerp

Sommige kinders het volstrek by die basis van die houer gehou en die voorwerpe met intrinsieke bo- en onderkante so hanteer dat dit by die bo- en onderkante van die houer aanpas. Hulle het die voorwerp op sy kant neergesit om in die houer te pas, of tydens die konstruksieproses op verskillende kante neergesit om die dele van die houer te bepaal.

- buigsame, praktiese hantering van die aard van die houer en die voorwerp

In sommige gevalle het kinders hulle nie laat beperk deur die intrinsieke bo- en onderkante van die voorwerp of die houer nie, en tydens die konstruksieproses die aanvanklik gekose basis van die houer gemaklik prysgegee en 'n ander vlak as basis gekies ter wille daarvan om die werk makliker te maak of beter passing met die voorwerp te bewerkstellig. Hierdie kinders kon die strukturele verbande van die houer behou as die oriëntasie van die houer of die voorwerp verander het en was almal suksesvol.

5.4.2 Die fokus tydens die konstruksieproses

Tydens die konstruksieproses was dit duidelik waarneembaar dat die kinders se aandag in verskillende mate deur drie eise vasgevang is, naamlik

- die eise wat die aard en die vorm van die verwysingsvoorwerp stel
- die eise wat die konstruksiemateriaal stel, naamlik die twee-dimensionele aard en rigiditeit van die karton en probleme met knip en plak

- die eise wat die denkbeeld wat hulle van 'n houer of *boks* het stel, naamlik die vorm van en die verband tussen die dele in 2D en die geheel in 3D

Die kinders se fokus het soms tydens die konstruksieproses gewissel en dikwels het hulle op 'n kombinasie van die eise gefokus. Die volgende fokusse is onderskei:

- voorwerpfokus

Voorwerpfokus word daardeur gekenmerk dat die kinders oormatig fokus op die eise wat die voorwerp wat as empiriese verwysing gebruik is, stel. Hulle hou die voorwerp gedurig byderhand en is van direkte hantering van die voorwerp afhanklik om die houer te maak. Die vorm van die vlakke het dikwels die vorm van die voorwerp direk nagevolg, sodat die struktuur van die houer negatief beïnvloed is. Daar was gapings tussen die dele wanneer hulle geheg is en gewoonlik was die houer heeltemal te klein. (Sien bylaes 1.2, 1.6, 2.1 en 2.2 vir voorbeelde van voorwerpfokus).

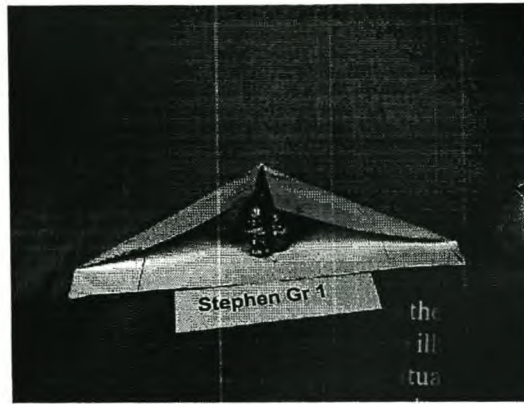
- materiaalfokus

Materiaalfokus word daardeur gekenmerk dat leerlinge sukkel om die eienskappe van die karton te beheer om die houer te maak wat hulle skynbaar wou maak. Die rigiditeit van die karton het hulle dikwels gehelp om te besluit watter stap om volgende te neem, soos wanneer dele regop gestaan het as gevolg van voue in die karton. Ander kere het dit hulle gekortwiek, soos wanneer dele wat vertikaal gehou word, teen mekaar sak wanneer die kind hulle laat los. Kinders met materiaalfokus het dikwels die karton hanteer asof hulle wens dit was rekbaar, en het herhaaldelik aan die karton getrek (nie rigiede transformasies).

(Sien bylaes 1.3 en 3.1 vir voorbeelde van materiaalfokus).

- denkbeeldfokus

Denkbeeldfokus word daardeur gekenmerk dat kinders doelgerig te werk gaan om 'n houer te maak, sonder om passing tussen die houer en die stimulusvoorwerp te probeer verkry. Die stimulusvoorwerp word min of gladnie hanteer. Denkbeeldfokus lei nie noodwendig tot 'n suksesvolle houer nie. Sommige kinders het die punte van die vel karton na mekaar toe gevou soos die neus van 'n papiervliegtuigie, en dan verbaas gesoek na die volume wat hulle geantisipeer het.



Uit gesprek met 'n volwassene (Norman, Figuur 5.14) wat dieselfde proses gevolg het, het geblyk dat hy 'n onvolledige, rigiede denkbeeld van 'n deel van 'n houer gehad het. (Sien bylaes 2.3 en 3.2 vir nog voorbeelde van denkbeeldfokus).

Figuur 5.14
VOORBEELD VAN FOKUS OP 'N ONVOLLEDIGE, RIGIEDE DENKBEELD

Navorser: "What made you fold like that?"
(Norman het die A4 papier se punte aan die een kort sy gevou sodat hulle in die middle van die vel papier ontmoet soos die neus van 'n papiervliegtuigie)
Norman: (Lag verleë).
Navorser: "Did you know it will come out like that? What did you think?"
Norman: No...I thought...you know the boxes of paper for the copier.."
Navorser: "Oh yes..."
Norman: "Yes, they have these lines (hy hou sy wysvingers teenmekaar sodat sy palms weg van hom af wys) ...on the sides."
Navorser: "Mmm..."
Norman: "Yes...I thought I would make those lines"

- geïntegreerde fokus

Alhoewel dit dikwels moeilik was om die kinders se fokus te plaas op 'n kontinuum tussen die drie eise, was dit wel duidelik wanneer leerlinge in staat was om al drie die eise te integreer. Geïntegreerde fokus word daardeur gekenmerk dat die kinders die stimulusvoorwerp gebruik om die grootte en vorm van die houer of sy dele te bepaal, maar ook die aard van die materiaal kan hanteer om 'n goedgestruktureerde houer te maak. Die leerlinge het doelgerig te werk gegaan en die indruk gegee dat hulle 'n duidelike idee het van hoe die houer moet lyk en hoe om te werk te gaan. Geïntegreerde fokus het altyd 'n suksesvolle houer opgelewer. (Sien bylaes 1.4,1.7,2.4,2.6 en 2.7 vir nog voorbeelde van geïntegreerde fokus).

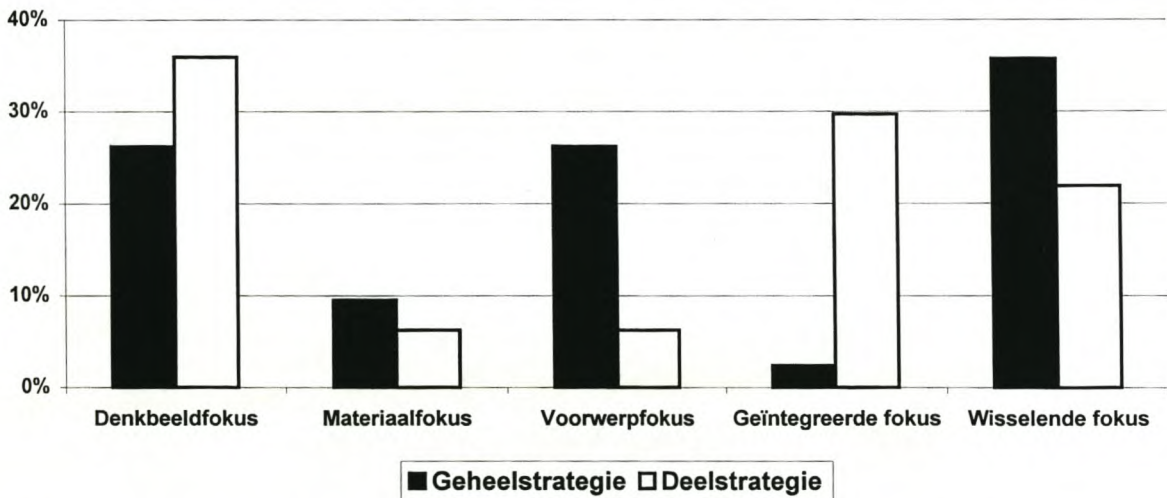
- wisselende fokus

Wanneer dit nie duidelik was watter eis 'n kind se aandag oorheersend besig hou nie, of wanneer kinders se aandag tussen die eise gewissel het, sonder dat die eise geïntegreer word, is dit aangedui as wisselende fokus. Wisselende fokus was soms suksesvol, maar het 'n probeer-tref-proses tot gevolg gehad wat deur baie evaluering gekenmerk is. (Sien bylaes 1.1, 1.5 en 2.5 vir voorbeelde van wisselende fokus).

5.4.3 Bespreking

5.4.3.1 Die verband tussen strategie en fokus

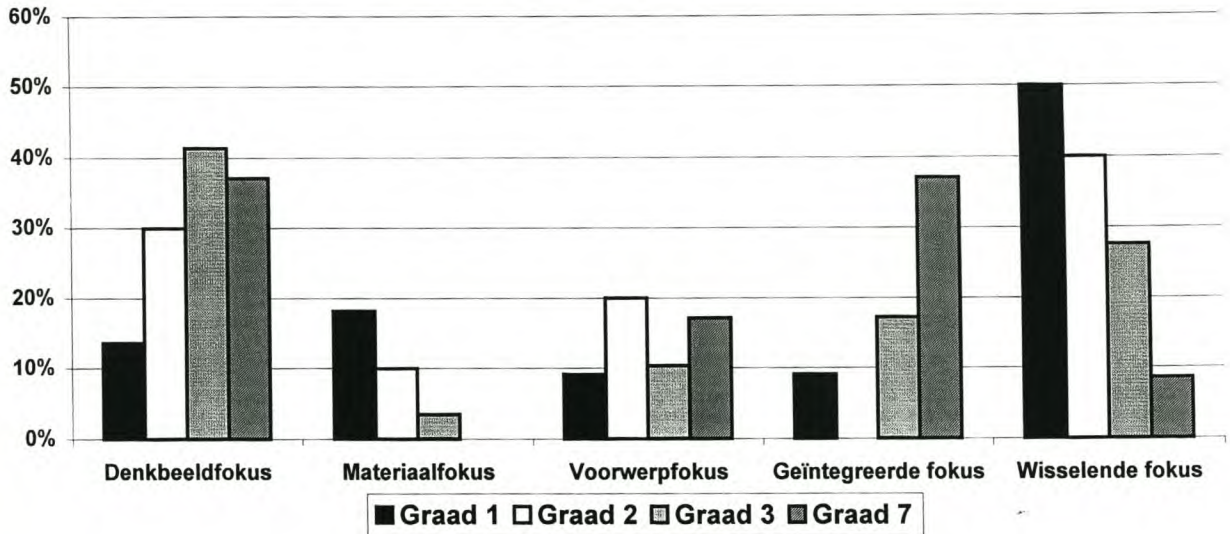
Figuur 5.15 VERBAND TUSSEN STRATEGIE EN FOKUS (n=106)



Kinders wat deelstrategieë gevolg het, het oorwegend denkbeeldfokus getoon, terwyl kinders wat geheelstrategieë gevolg het se fokus meestal gewissel het. Geïntegreerde fokus het bykans uitsluitlik voorgekom onder kinders wat deelstrategieë gevolg het. Slegs twee seuns uit 53 het geheelstrategieë gevolg met geïntegreerde fokus (GE en GF strategieë).

5.4.3.2 Fokus volgens ouderdom

Figuur 5.16 FOKUS VOLGENS OUDERDOM (n=106)



Die helfte van die Graad 1-kindere se fokus het gewissel tussen die verskillende eise. By die ander het die materiaalfokus die meeste voorgekom. Daar was twee seuns in Graad 1 wat geïntegreerde fokus bereik het. Albei het deelstrategieë gebruik. Alhoewel 40% van die Graad 2-kindere ook wisselende fokus getoon het, het die denkbeeldfokus die meeste voorgekom en die materiaalfokus die minste. In Graad 2 het niemand geïntegreerde fokus getoon nie. Die Graad 7-kindere het ewe veel denkbeeldfokus en geïntegreerde fokus getoon, en geen gevalle van materiaalfokus nie. Die afname in materiaalfokus in Graad 3 en Graad 7 mag beteken dat handvaardigheid toeneem en die kindere die materiaal dus beter manipuleer. Voorwerpfokus het die meeste probleme gebied in Graad 2. In Graad 7 het die voorwerpfokus, naas geïntegreerde fokus en denkbeeldfokus die meeste voorgekom.

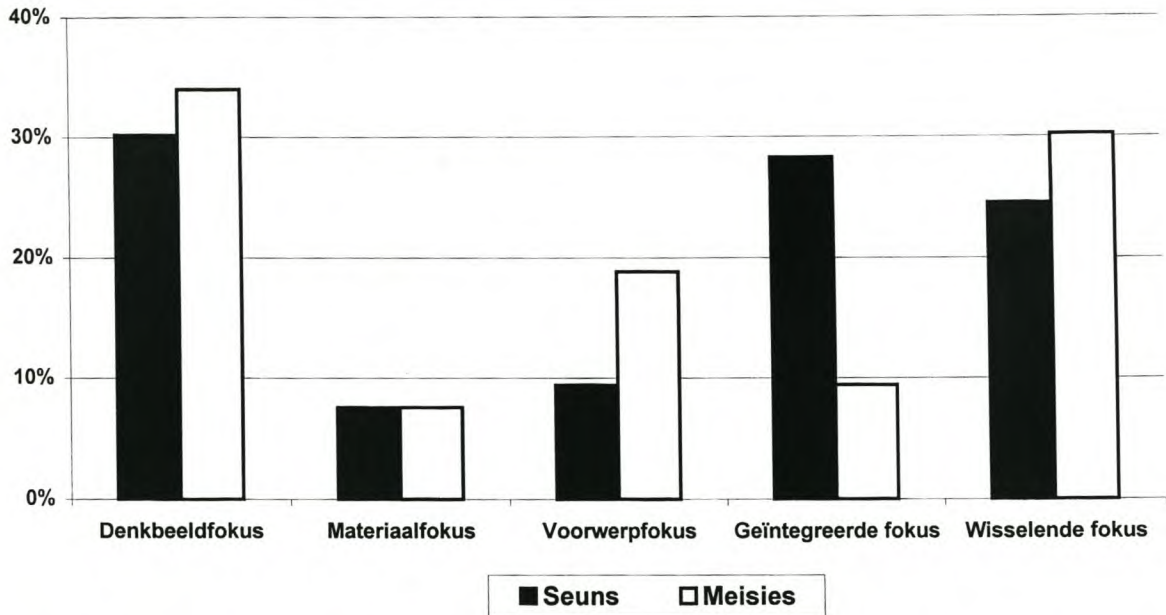
Die volgende tentatiewe ontwikkelingslyn ten opsigte van fokus en ouderdom kan dus aangetoon word:

Wisselende fokus/materiaalfokus → voorwerpfokus → wisselende fokus/denkbeeldfokus → denkbeeldfokus/geïntegreerde fokus.

Hieruit kan afgelei word dat handvaardigheid aanvanklik 'n groot rol speel en denkbilding aanvanklik ontoereikend is. Voordat geïntegreerde fokus bereik kan word, moet die kindere eers deur middel van denkbilding die verskillende eise van die taak integreer.

5.4.3.3. Fokus volgens geslag

Figuur 5.17 FOKUS VOLGENS GESLAG (n=106)



Die grootste verskil tussen seuns en meisies was die mate waartoe hulle geïntegreerde fokus bereik het: slegs 9% van die meisies, teenoor 28% van die seuns. Aan die anderkant het 19% van die meisies teenoor 9% van die seuns voorwerpfokus getoon. Die meeste meisies het denkbeeldfokus getoon, tewel materiaalfokus en wisselende fokus het ongeveer ewe veel voorgekom het.

5.4.4 Meting

Die grootte van die houer is beïnvloed deur die planne wat die kinders gemaak het om passing tussen die stimulusvoorwerp en die houer te bewerkstellig, al dan nie. Die struktuur van die houer is bepaal deur passing tussen die dele van die houer. Sulke planne word vir die doeleindes van die ondersoek as meting beskou.

Volgens Piaget, Inhelder en Szeminska (1960:28) ontstaan die begrip van meting uit perseptuele vergelykings. Kinders is vir lank tevrede met visuele vergelyking om grootte te bepaal, naamlik 'n virtuele oordrag van 'n maat, sonder die tussenkoms van 'n instrument. Hulle wys egter daarop dat selfs visuele meting uit motoriese handeling ontwikkel. Operasionele meting is 'n fisiese oordrag van 'n standaardmaat en behels beweging. Die ontwikkeling van visuele meting tot

operasionele meting geskied aan die hand van 'n tussenstap wat die fisiese bymekaarvoeging van die voorwerpe wat vergelyk word, behels.

Die volgende variasies van meting is waargeneem:

- geen meting

Die kinders wend geen merkbare poging aan om die grootte van die houer doelbewus by die grootte van die verwysingsvoorwerp te laat pas nie.

- hanteer-en-skat meting

Die kind hanteer die voorwerp om die grootte van die houer te bepaal, en gebruik dele van die houer as gids (template) om die grootte van die ander dele te bepaal. Aangesien dit nie moontlik was om op grond van video-analise leerlinge se oogbewegings te volg nie, kon meting waardeur leerlinge visuele vergelyking tref tussen die grootte van die stimulusvoorwerp en die houer, of dele van die houer, nie gespesifiseer word nie. Wanneer daar dus goeie passing tussen die verwysingsvoorwerp en die houer, asook tussen die dele van die houer was, maar nie deur middel van hantering nie, is visuele meting aanvaar en onder hanteer-en-skat meting geklassifiseer. Hanteer-en-skat meting was dikwels voldoende, maar wanneer kinders voorwerpfokus getoon het, was die meting so direk dat die houer te klein was vir die voorwerp.

- objektiewe meting

Die liniaal word as meetinstrument gebruik om die grootte van die houer en sy dele so akkuraat as moontlik te bepaal om passing met die voorwerp te verseker. Die kinders het dit moeilik gevind om te besluit waar om ronde voorwerpe te meet. Dikwels is die basis van die voorwerp gebruik om grootte te bepaal en nie die grootste omtrek nie, met die gevolg dat die houer se omtrek te klein was. 'n Ander opvallende meetfout in die konteks van die probleem was om die skuinshoogte van die klokkies te meet (van die basis na die bokant van die klokkie) en nie die vertikale hoogte nie (Christian, Graad 3, Skool D).

Ander interessante meetprosesse het ook voorgekom. Sommige kinders het doelgerig van parallelle verskuiwing van die liniaal gebruik gemaak om reghoeke akkuraat te probeer teken. Ander het die liniaal as 'n waterpas gebruik om te skat of vertikale vlakke ewe hoog is (Claire,

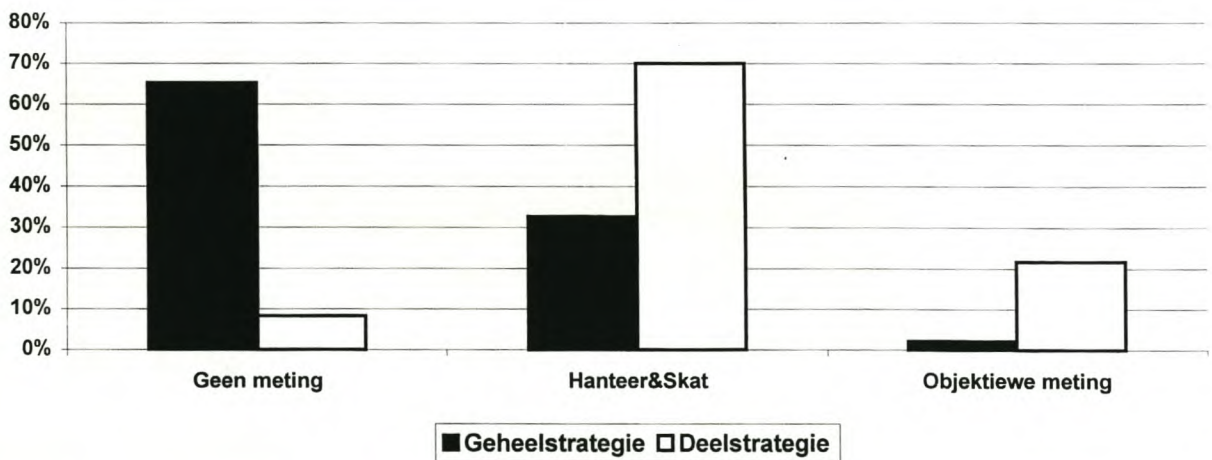
Graad 3, Skool B). Andersins is die liniaal as 'n *straight edge* gebruik om reguit lyne te teken of te vou.

5.4.5 Bespreking

Die gebrek aan akkurate meting het dikwels probleme veroorsaak wanneer die kinders vlakke wou saamvoeg tot 'n geheel en daar gapings ontstaan het. Deur die bank was kinders bereid om struktureienskappe prys te gee ter wille daarvan om sluiting tussen vlakke te verkry, in plaas daarvan om oor te gaan tot objektiewe meting. Hulle het byvoorbeeld vlakke herhaalde kere vervaardig met die hoop op beter passing, sonder om beter te meet, of hulle het voulyne geïgnoreer om rande bymekaar te trek. Sommige kinders het ook die vertikale struktuur van die houer prysgegee en vlakke skeefgetrek om sluiting te verkry.

5.4.5.1 Die verband tussen strategie en meting

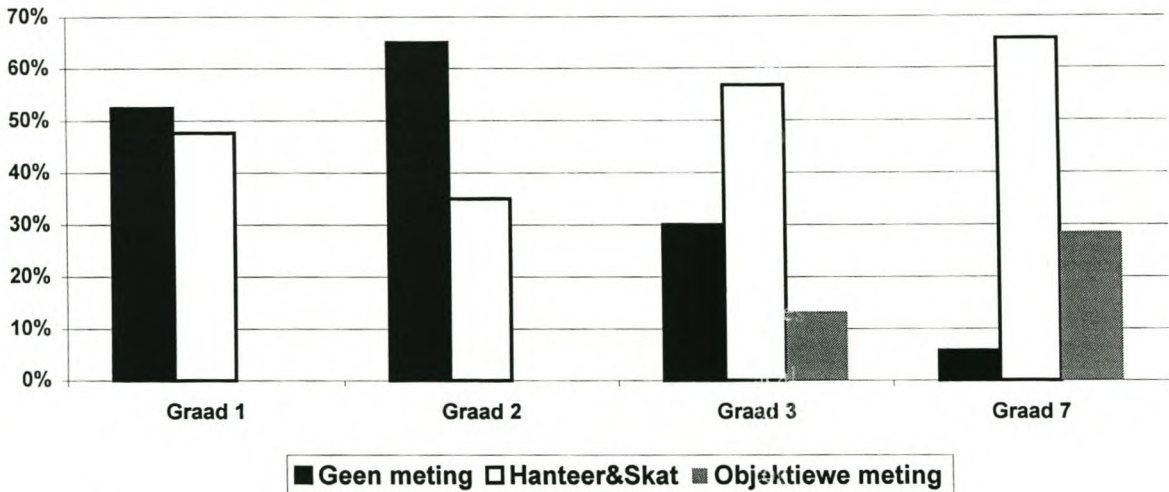
Figuur 5.18. DIE VERBAND TUSSEN STRATEGIE EN METING (n=106)



Kinders wat geheelstrategieë gevolg het, het oorwegend geen meting gedoen nie. Deelstrategieë is gekenmerk deur hanteer-en-skat meting.

5.4.5.2 Meting volgens ouderdom

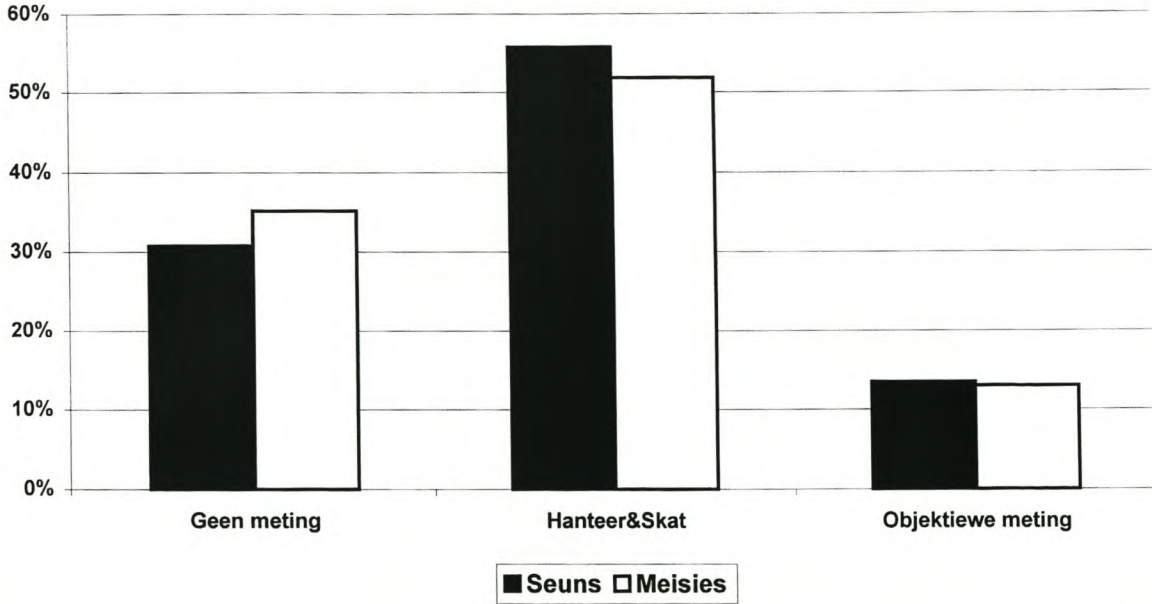
Figuur 5.19. METING VOLGENS OUDERDOM (n=106)



In Graad 1 het geen meting en hanteer-en-skat meting omtrent ewe veel voorgekom (52% en 48%). In Graad 2 het geen meting egter oorheers. Hanteer-en-skat meting het stelselmatig toegeneem met ouderdom onder kinders wat geheelstrategieë gevolg het. Onder die kinders wat deelstrategieë gevolg het was hanteer-en-skat meting vir alle ouderdomme gewild. Dit het egter afgeneem ten gunste van objektiewe meting tussen Graad 3 en Graad 7. Objektiewe meting het eers in Graad 3 begin voorkom, maar is selfs in Graad 7 min gebruik (29%). In Graad 7 het hanteer-en-skat meting oorheers (66%), terwyl geen meting selde voorgekom het (6%).

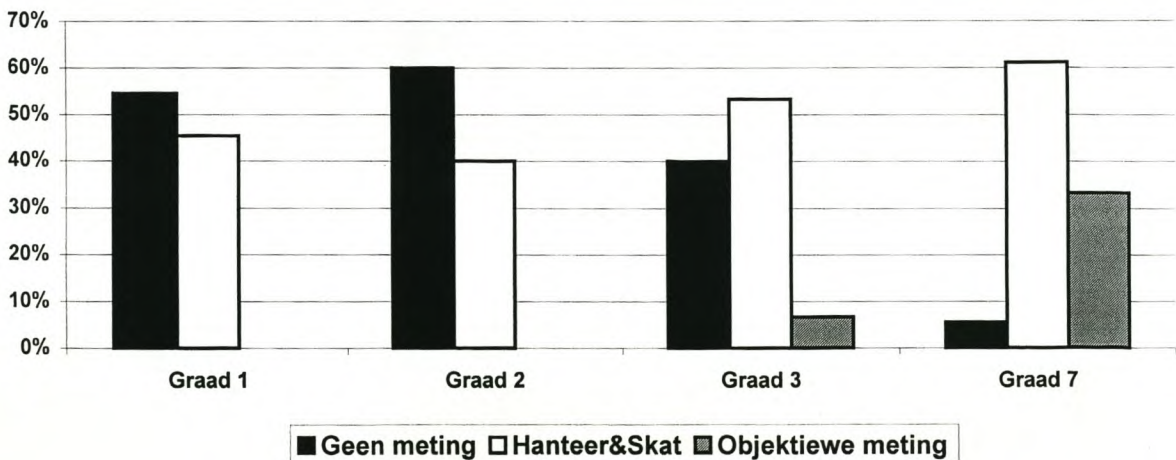
5.4.5.3 Meting volgens geslag

Figuur 5.20. METING VOLGENS GESLAG (n=106)

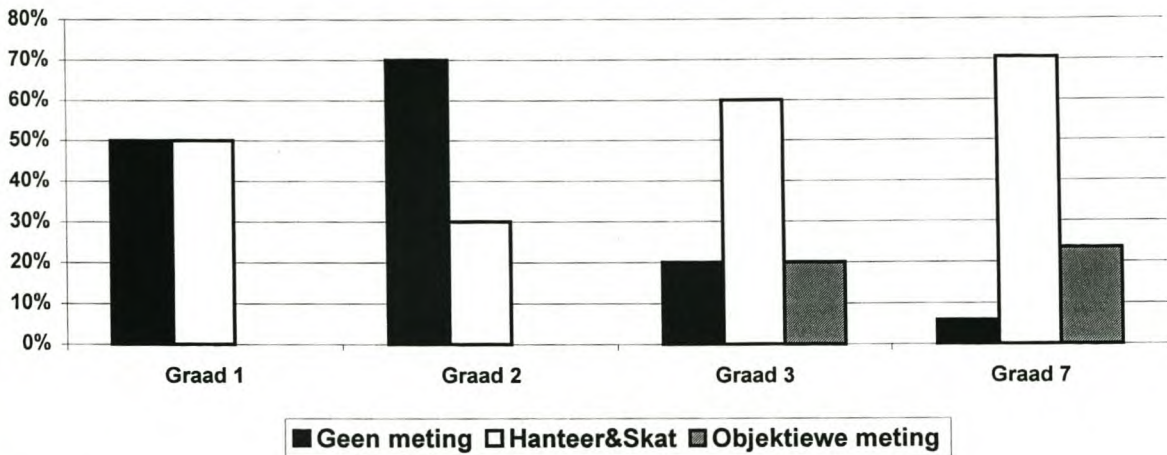


In die geheel gesien het meisies en seuns eweveel objektiewe meting gedoen, terwyl meisies effens meer geen meting gedoen het as seuns, en effens minder hanteer-en-skat meting. Die meisies het egter ook meer geheelstrategieë gevolg as die seuns en soos reeds aangetoon, is geheelstrategieë gekenmerk deur geen meting. Van naderby beskou is die volgende patroon sigbaar:

Figuur 5.21. VERBAND TUSSEN OUDERDOM & METING - MEISIES (n=53)



Figuur 5.22. VERBAND TUSSEN OUDERDOM & METING - SEUNS
(n=53)



In Graad 1 doen minder meisies hanteer-en-skat meting as seuns.

In Graad 2 doen meer meisies hanteer-en-skat meting as seuns.

In Graad 3 steek die seuns die meisies verby, sodat meer seuns as meisies van hanteer-en-skat meting sowel as objektiewe meting gebruik maak.

In Graad 7 maak meer meisies van objektiewe meting gebruik as seuns.

Hieruit kan afgelei word dat meer meisies in Graad 7 moontlik op akkuraatheid ingestel is as die seuns.

5.4.6 Metodes wat die kinders gebruik het om die konstruksieproses te beplan en te evalueer

Die kinders het gebruik gemaak van kinestetiese denkbeelding om die posisie van dele van die houer in twee dimensies sowel as drie dimensies te beplan en te evalueer. Die volgende voorbeelde is waargeneem:

- kinestetiese denkbeelding deur middel van die hantering van die voorwerp

Die kinders het aan die begin van die konstruksieproses, of telkens tydens die konstruksieproses die voorwerp gekantel op die vel karton om die syvlakke van die voorwerp af te beeld op denkbeeldige syvlakke van die houer. Wanneer die vlak van die houer gemaak is, is die voorwerp weer gekantel om die produk te evalueer.

- kinestetiese denkbeelding deur middel van handbewegings

Hierdie denkbeelding is gebruik om denkbeeldige bewegings van die karton aan te dui, voordat die beplande vlakke vervaardig is. Handbewegings om denkbeeldige vlakke van die houër in 2D te tel is ook uitgevoer. Handbewegings om die vorm van 'n houër in die lug aan te dui of om vorms in die lug te teken ter verduideliking, is as aanvulling vir taalbeskrywings gebruik. Kinders het die vlakke van die 3D houër met albei plat hande in die lug aangedui, of met een hand 'n virtuele randmodel van die houër in die lug geteken.

- kinestetiese denkbeelding deur middel van 3D modellering van dele van die houër

Leerlinge het dikwels die dele wat hulle vir 'n houër vervaardig het in drie dimensies gemodelleer om die produk tot op daardie stadium te evalueer. Sommige leerlinge het die organisasie van die struktuur verloor wanneer hulle die dele weer plat neersit, en was afhanklik van 3D modellering om 'n houër te bou. Dit het gewoonlik gepaardgegaan met voorwerpfokus. Ander leerlinge het na aanvanklike modellering van een of twee dele voortgegaan om die res van die houër sover moontlik in 2D te maak en te heg, voordat die laterale vlakke finaal in 3D geheg is.

5.5 Die resultaat van die konstruksieproses

5.5.1 Die definisie van 'n suksesvolle houër

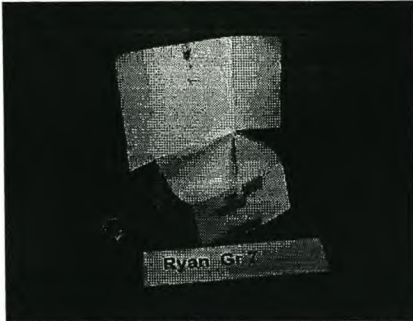
Die definisie van 'n suksesvolle houër moes die eise en beperkings van die taakgewing in ag neem. Die betekenis wat die kinders aan 'n houër gegee het, het nie noodwendig beteken dat die houër geslote moes wees nie. Ook nie dat die houër noodwendig 'n kubiese vorm of die vorm van 'n reghoekige prisma moes hê nie. Die eis was wel dat die houër 'n *boks* moes wees, in die wydste sin van die woord, en dus

- prakties bruikbare volume in drie dimensies beslaan
- duidelike vlakke wat tot 'n geheel saamgevoeg is, in drie dimensies vertoon
- onafhanklik van die voorwerp bestaan en sy struktuur behou as die voorwerp uitgehaal is

Akkuraatheid was vir die kinders so ooglopend nie 'n doelwit nie, en was ook nie tydens taakgewing gespesifiseer nie, dat gemete akkuraatheid nie as 'n kriterium vir 'n suksesvolle houër gegeld het nie.

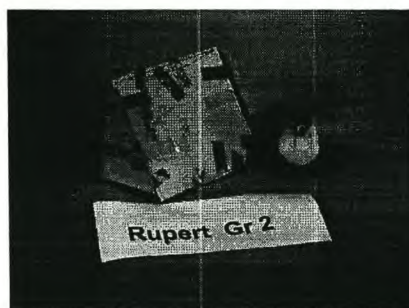
Die houers wat die kinders gemaak het, is volgens vorm en struktuur geklassifiseer, ongeag of dit voldoen het aan die vereistes vir 'n suksesvolle houer. Die volgende variasies het voorgekom:

- Reghoekige prisma's



Dit is houers met 'n reghoekige of vierkantige basis. Sulke houers het gevarieer van vlak, oop skinkborde wat uit een stuk karton gevou is, tot kubusse waarvoor 'n akkurate net ontwerp is. Wanneer die houers apart van die stimulusvoorwerpe bestaan, duidelike vlakke in 3D vertoon en tot 'n geïntegreerde geheel saamgevoeg is, is hulle suksesvol.

- Driehoekige prisma's



Dit is houers wat vergelyk kan word met 'n driehoekige prisma. Sulke houers is suksesvol wanneer hulle aan minstens een punt toegemaak is met 'n driehoek en wanneer hulle duidelike struktuur in 3D vertoon. Driehoekige prisma's is nooit doelbewus gemaak nie, maar het ontstaan wanneer vertikale vlakke teen mekaar gesak het as gevolg van swaartekrag.

- Silinders



Dit is houers wat uit 'n afsonderlike buis en ten minste een sirkelvormige sluitstuk bestaan. Alhoewel dit moeilik is om te oordeel of silinders intensioneel vervaardig is, is hulle as suksesvolle houers beskou. Houers wat een sirkelvormige sluitstuk het, maar aan die ander punt toegevou is, is nie suksesvol nie.

- Koeverte



Dit is houers wat nie vertikale vlakke het nie. Sulke houers is onsuksesvol.

- Toegerolde houers

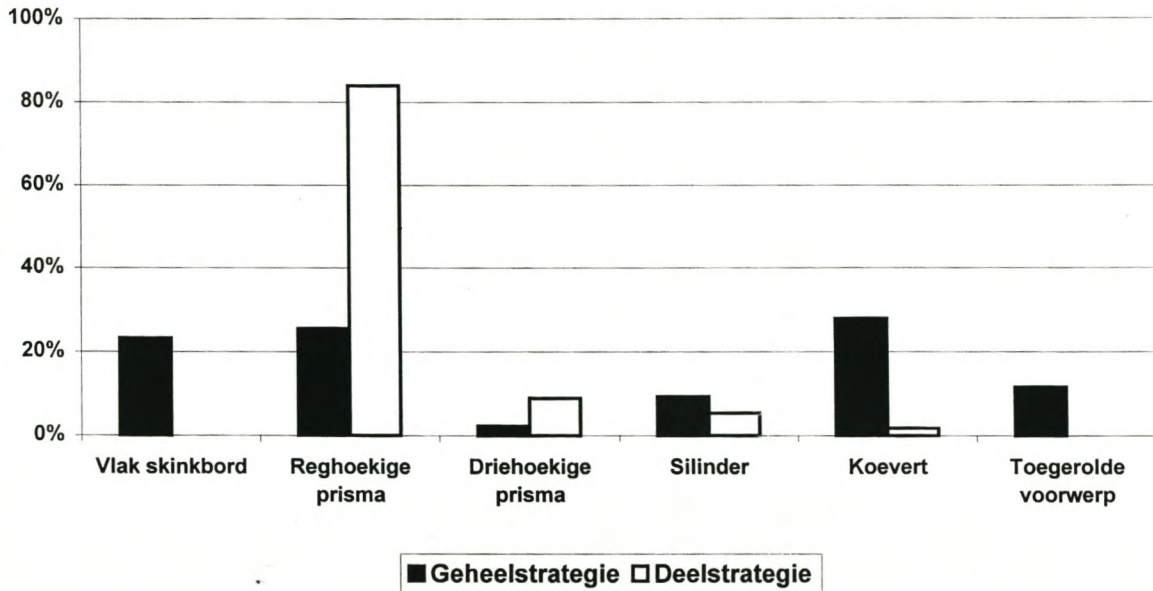


Dit is houers wat direk om die voorwerp gerol is. Sulke houers is onsuksesvol.

5.5.2 Bespreking

5.5.2.1 Die verband tussen die vorm van die houer en die strategie

**Figuur 5.23. DIE VORM VAN DIE HOUER VOLGENS DIE STRATEGIE
(n=106)**

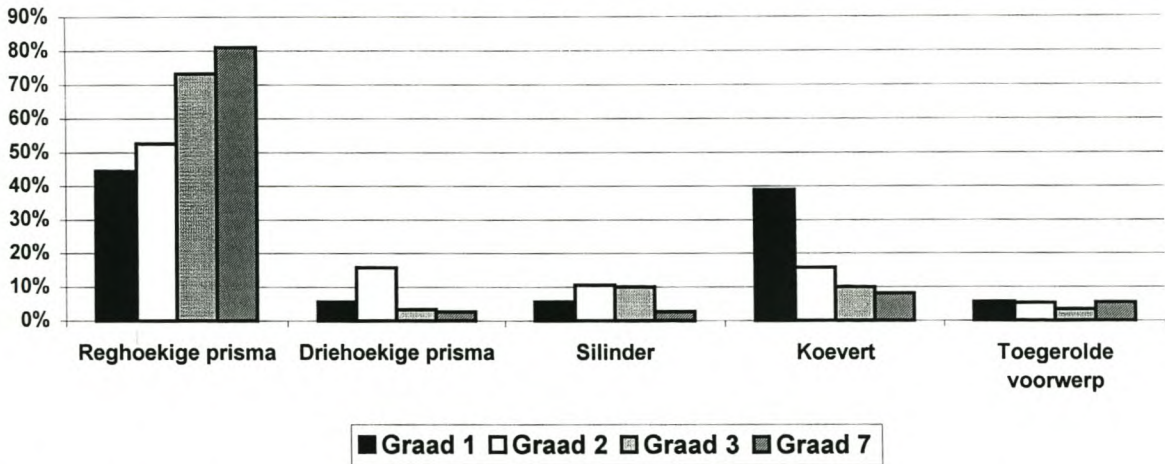


Kinders wat geheelstrategieë gevolg het, het omtrent ewe veel vlak, oop skinkborde as ander reghoekige prisma's gemaak, wat saam 49% van die houers uit geheelstrategieë is. Van die houers uit deelstrategieë, was 84% reghoekige prisma's.

Die kinders het dus oorwegend reghoekige prisma's gemaak, klaarblyklik op grond van hulle denkbeeld van 'n geïdealiseerde *boks*.

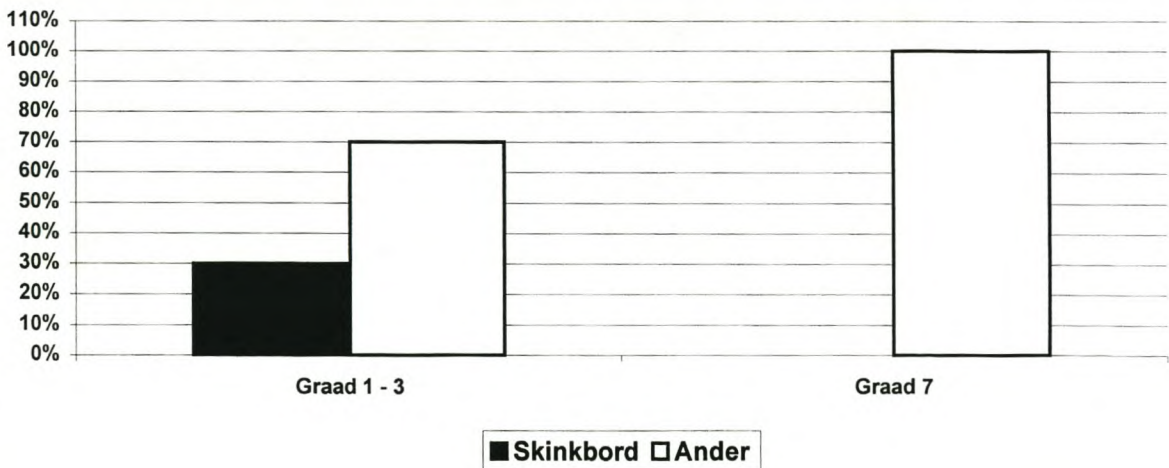
5.5.2.2 Die vorm van die houer volgens ouderdom

Figuur 5.24. DIE VORM VAN DIE HOUER VOLGENS OUDERDOM (n=106)



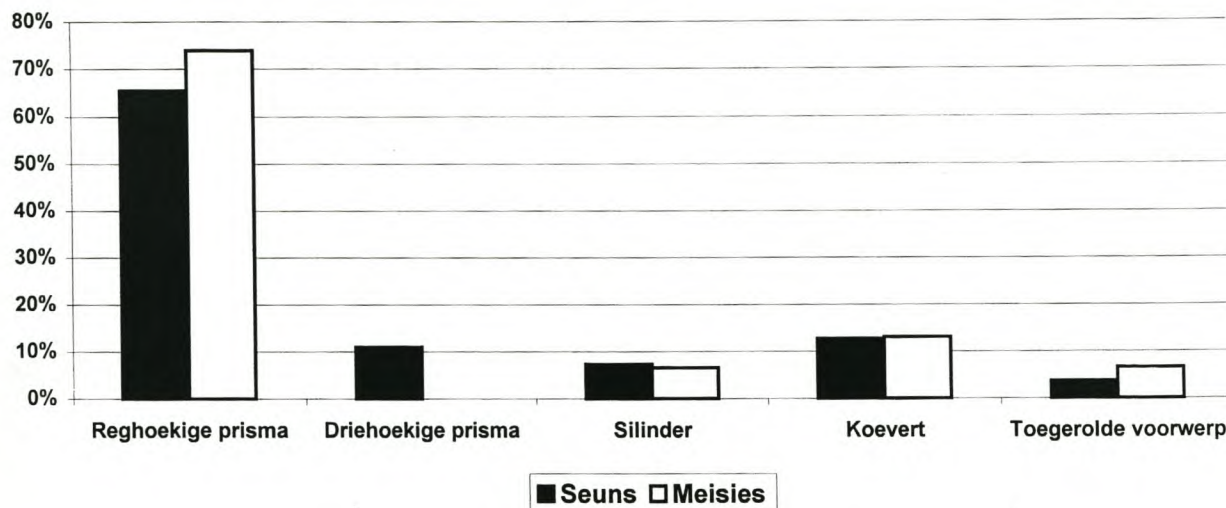
Van die Graad 1-kindere het 44% reghoekige prisma's (oop skinkborde en ander) gemaak en 39% plat koeverte. Van Graad 2 af het verreweg die meerderheid kindere reghoekige prisma's (oop skinkborde en ander) gemaak. Die vlak, oop skinkbord is net deur Graad 1, 2 en 3-kindere gemaak, soos blyk uit figuur 5.25.

Figuur 5.25. DIE AARD VAN DIE REGHOEKIGE PRISMA VOLGENS OUDERDOM (n=106)



5.5.2.3 Die vorm van die houer volgens geslag

Figuur 5.26. DIE VORM VAN DIE HOUER VOLGENS GESLAG (n=106)



Meer meisies as seuns het reghoekige prisma's gemaak, maar die meisies se houers was oorwegend oop, vlak skinkborde. Ewe veel meisies en seuns het koevertes en silinders gemaak, terwyl geen meisies driehoekige prisma's gemaak het nie. Effens meer meisies as seuns het met toegerolde voorwerpe geëindig.

5.6 Faktore wat meegewerk het tot sukses

Die meeste kinders (70%) het daarin geslaag om 'n suksesvolle houer te vervaardig op grond van die kriteria vir die ondersoek. Die suksesvolle houers was in 70% van die gevalle die gevolg van deelstrategieë. Die taak was geskik vir selfevaluering en die kinders het self hulle onsuksesvolle houers as onsuksesvol beskou:

Elzanne (Graad 1, Skool D): “Tannie kyk hoe lyk myne, maar dis nou nie meer ‘n boksie nie.”

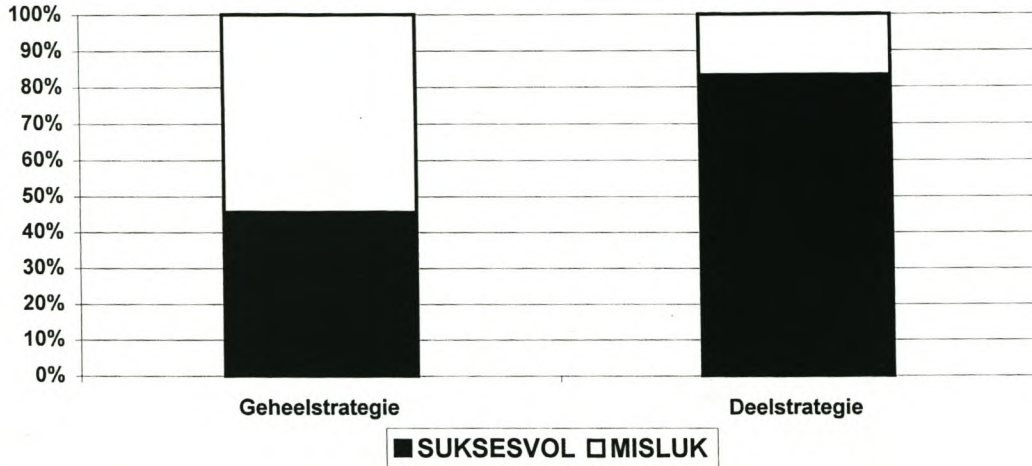
Megan (Graad 1, Skool C): “Nou weet ek nie hoe moet ek nou hier maak nie.”

Hlubi (Graad 7, Skool B): “Mmm...I took the clock, I put it on the card board, I covered it on like both sides, like I was wrapping it...”

'n Nader beskouing toon die volgende patrone:

5.6.1 Die verband tussen strategie en sukses

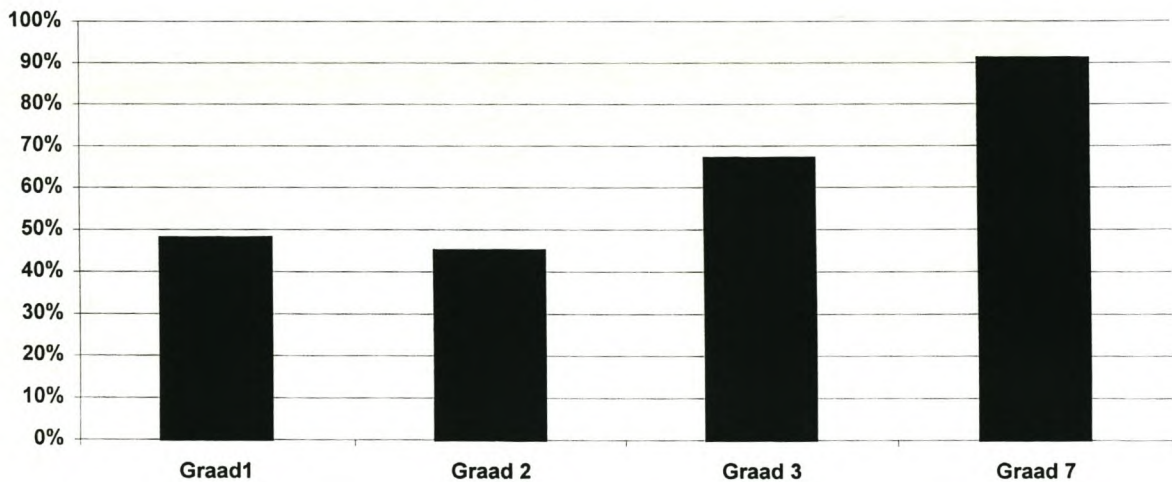
Figuur 5.27. DIE VERBAND TUSSEN STRATEGIE EN SUKSES (n=106)



Deelstrategieë het dus die meeste suksesvolle houers opgelewer.

5.6.2 Sukseskoers volgens ouderdom

Figuur 5.28. SUKSESKOERS VOLGENS OUDERDOM (n=71)



Die sukseskoers neem toe met ouderdom, alhoewel dit in Graad 2 effens afneem. Uit die vergelyking van suksesvolle seuns en meisies blyk dit dat die seuns se lae sukseskoers in Graad 2 verantwoordelik is vir die verskil.

5.6.3 Sukseskoers volgens geslag

Die seuns was oor die algemeen beduidend meer suksesvol as die meisies. Slegs in Graad 2 is die patroon omgekeer:

In Graad 1 was 64% seuns suksesvol teenoor 30% meisies.

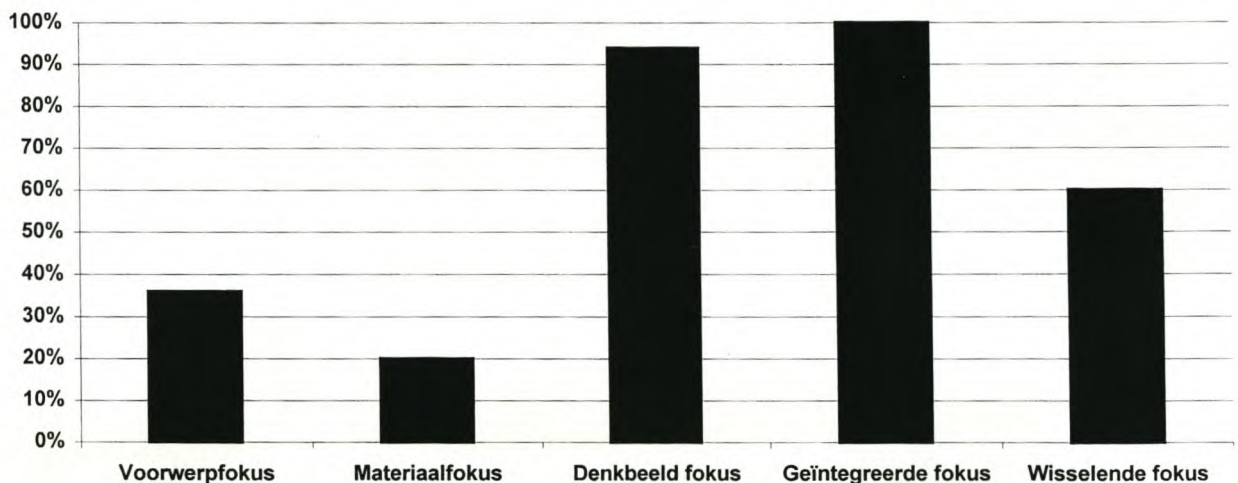
In Graad 2 was 18% seuns suksesvol teenoor 78% meisies.

In Graad 3 was 80% seuns suksesvol en 53% meisies.

In Graad 7 was 100% seuns suksesvol en 84% meisies.

5.6.4 Sukseskoers volgens fokus

Figuur 5.29. SUKSESKOERS VOLGENS FOKUS (n=71)



Materiaalfokus was dus verantwoordelik vir die grootste getal mislukte houers, terwyl beide denkbeeldfokus en geïntegreerde fokus tot die meeste suksesvolle houers gelei het.

5.7 Faktore wat gelei het tot onsuksesvolle houers

'n Interessante verskynsel was dat 6 uit die 10 kinders wat die horlosie as empiriese referent gekies net, onsuksesvol was. By al 10 kinders was oormatige 3D modellering (dus oormatige evaluering) kenmerkend. Dit mag wees dat die reëlmatige voorkoms van die horlosie dit vir die kinders moeilik gemaak het om die struktuur suksesvol weer te gee. Dus, alhoewel die beginsel van invariansie (sien Olson en Bialystok se teorie in hoofstuk 2) beteken dat vorm- en

struktuurverbande van reëlmatige voorwerpe makliker waargeneem word, bemoeilik dit die voorstelling in hierdie medium.

Die leerlinge het in verskillende mates daarin geslaag om die drie-dimensionele vorm en struktuur van 'n houer te versoen met die twee-dimensionele materiaal waaruit dit gebou moes word. Hantering van die wisseling tussen twee en drie dimensies kan soos volg beskryf word.

- die beperkende effek van 2D denke

Die kinders ondervind probleme om 'n derde, vertikale dimensie te verkry. Hulle houers is na herhaalde probeerslae plat soos 'n koevert, of die laterale vlakke is nie hoog genoeg om die voorwerp te bedek nie.

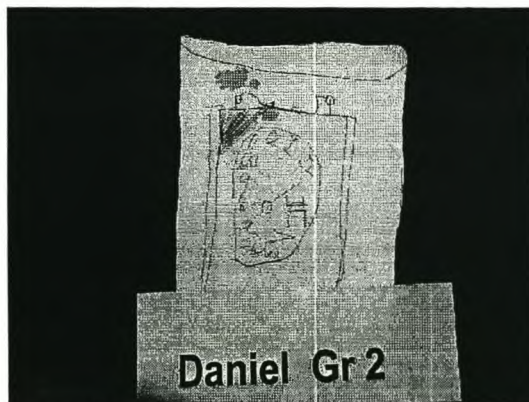
Voorbeelde van akute beperking is aangetref by kinders wat optree asof hulle glo dat 'n tekening van 'n houer die drie dimensionele houer sal word as hulle dit uitknip, soos die volgende voorbeelde aantoon:

Bronwyn (Graad 2, Skool B): (aan Natasha wat saam met haar werk) "We must draw a box."

Natasha: "What?"

Bronwyn: "Draw a box...(then we put) tissue in..."

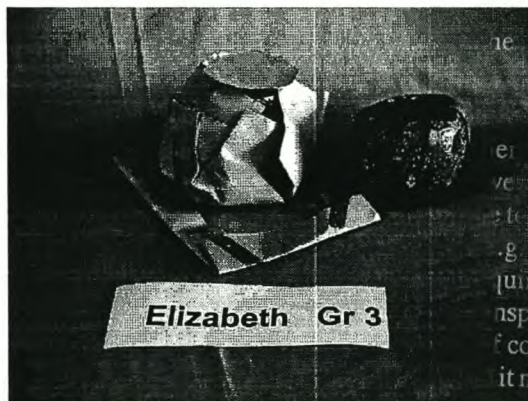
Daniel (Graad 2, Skool B) sit die horlosie op sy rug neer en teken 'n reghoek daarom wat effens groter as die horlosie is. Hy teken die gesig van die horlosie op die reghoek en verdeel dan die reghoek in die *voorkant* en *bokant* van 'n houer. Hy knip die reghoek uit en sit die horlosie daarop neer. Dan kyk hy gefassineerd hoe 'n ander seun sy voorwerp toerol (sien bylaag 2.1).



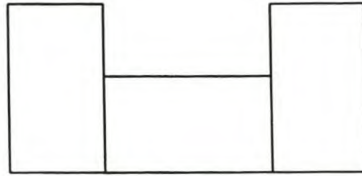
Dale (Graad 2, Skool B): “Can we wrap this thing? Or ...I can just draw around...mmm...the thing” (hy sit die vaas plat op die karton en wys met sy vinger om die vaas). Hy gaan voort om ‘n groot perspektieftekening van die vaas te maak. Hy sit die vaas in die onderste hoek van die tekening neer en trek die vel karton boontoe oor die vaas. Dan vou hy die karton om die rand van die tekening versigtig op die getekende kontoer. Naderhand rol hy die vaas toe in die tekening (sien bylaag 3.3).



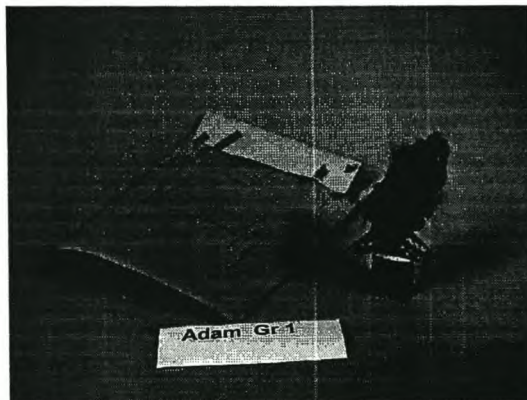
Elizabeth (Graad 3, Skool C) rol eers die kers toe, maar laat vaar dit. Dan vou sy die hoekpunte van die stuk karton na binne, sodat sy ‘n afgeknotte amper vierkant het, maar laat vaar ook die poning. Dan neem sy ‘n ander stuk karton en vou smal rande aan drie kante, maar sy vou hulle plat teen die karton. Sy trek gedurig aan die karton asof sy hoop dit wil rek. Sy neem weer die afgeknotte amper-vierkant en sit die kers daarop neer. Sy hou ‘n ander stuk karton vertikaal langs die kers, dan horisontaal bo-oor. Op die ou end draai-frommel sy die stuk karton waarop die kers staan om die kers en handig in. Die proses neem haar 40 minute.



Adam (Graad 1, Skool B) verduidelik vol selfvertroue hoe ‘n “box” lyk deur die linker en regter vertikale vlakke met handbewegings aan te dui in die lug voor hom. Hy teken die volgende figuur (die basis en geroteerde vertikale vlakke van ‘n houer):



Hy sit lank en kyk en vra dan: “ How do you make the down part?” en beduie die linker- en regter vertikale vlakke met sy hande. Hy eindig na ongeveer 30 minute met ‘n plat koevert.



Twee kinders het doelgerig ‘n stuk karton in vier dele gevou in die antisipasie dat hulle ‘n houersal kry:

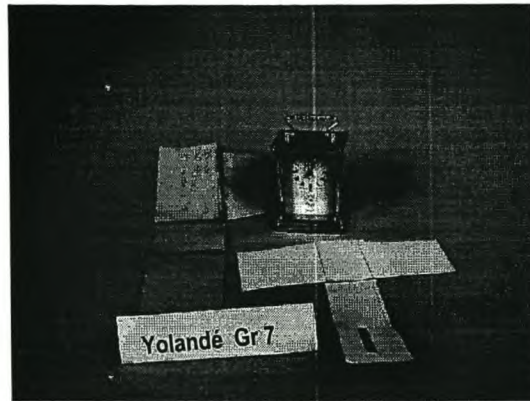
Lara (Graad 1, Skool B) ontwerp ‘n net met vyf dele simmetries in die middel van die vel karton. Dan knip sy die groot vierkant uit wat die dele omsluit. Sonder huiwering draai sy die karton om en vou dit in die middel van die lang as van die net en dan in die middel van die kort as. Sy vou die vel karton oop en druk verbaas met haar hand op die kruispunt van die voulyne, terwyl sy die een kant van die vel karton vertikaal hou. Sy sit ‘n ander stuk karton onder die eerste een neer en druk weer met haar vuis op die kruispunt van die voulyne. Dan knip sy die karton middeldeur op een van die voulyne (sien bylaag 3.4).

- beperkende konstruksies in 3D

Die leerling ondervind probleme om die twee-dimensionele dele van die houersal tot ‘n drie-dimensionele geheel saam te voeg, en moet dit voortdurend, oormatig in drie dimensies modelleer en heg om die posisie van die vertikale vlakke te bepaal. Wanneer hulle die dele plat neersit, verloor hulle begrip van die oriëntasie in drie dimensies. Dele wat ontwerp is vir sekere posisies in die struktuur van die houersal word byvoorbeeld dan gedraai, sodat dit nie meer pas nie. Hierdie

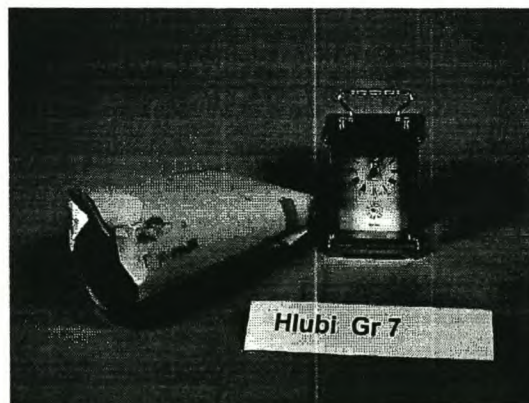
beperkende konstruksies het gepaard gegaan met rigiede hantering van die intrinsieke aard van die verwysingsvoorwerp.

Yolande (Graad 7, Skool D) hou die horlosie regop en dui met handbewegings die posisies van die vlakke aan wat sy geteken het. Sy sukkel herhaalde kere om die oriëntasie van die vlakke te behou in 2D.

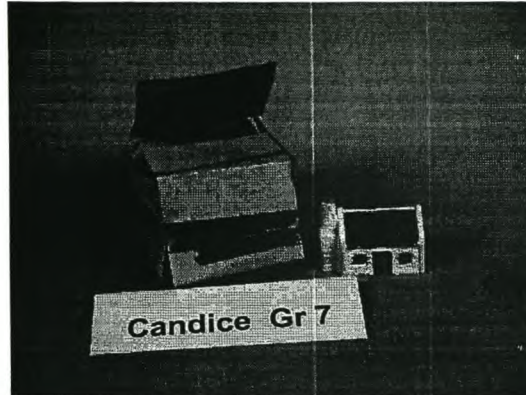


Nog 'n beperkende konstruksie is gevind by kinders wat geheelstrategieë gevolg het. Hulle druk nie duidelike voulyne in die karton nie, sodat die struktuur van die houer in drie dimensies verlore gaan en die houer gerond lyk. 'n Verwante beperkende konstruksie is by kinders wat deelstrategieë gevolg het, gevind. Hulle heg nie die vlakke van die houer sodat duidelike lyne tussen die vlakke vorm nie. Die houers lyk gerond, of daar is groot gapings tussen die vlakke. Byvoorbeeld:

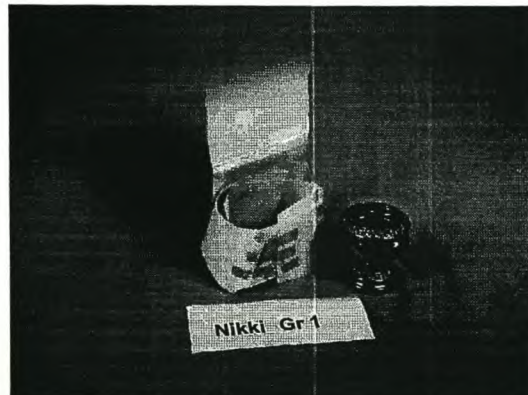
Hlubi (Graad 7, Skool B) sit die horlosie plat neer op die vel karton en vou die linker-en regterkante van die vel karton oor die horlosie. Sy maak seker dat sy die oriëntasie van die horlosie ten opsigte van die karton behou en knip die karton kleiner om te pas. By die openinge knip sy die karton aan die bokant weg en vou die onderkant boontoe. Sy druk-druk gedurig die karton plat, maar vorm nie voulyne nie. Sy eindig met 'n ongestruktureerde houer.



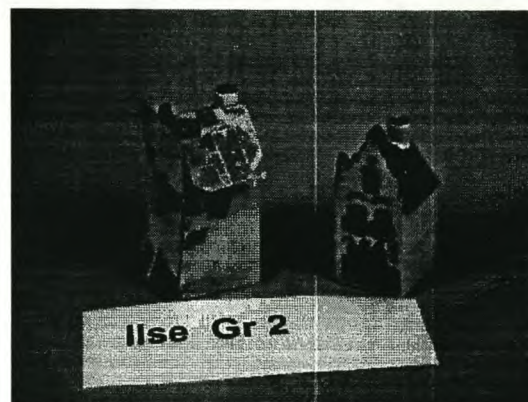
Candice (Graad 7, Skool B) ontwerp 'n kruis sonder meting en knip dit uit. Sy trek die vertikale vlakke boontoe, sonder om voulyne te maak rondom die basis, sodat die vertikale vlakke gerond wegstaan van die huisie. Sy druk met haar hand op die karton en die huisie sodat die vertikale vlakke nog meer wegstaan en openinge tussen die vlakke vorm. Sy draai alles met kleefband vas.



Nikki (Graad1, Skool D) druk geen voulyne in nie.



Ilse (Graad 3, Skool D) kantel die huisie om dele te maak en plak dit aan die huisie vas.



Soortgelyke gebrek aan integrasie van die rande van figure het voorgekom terwyl die kinders vlakke vir die houer in 2D ontwerp het. Party kinders het nie die kante van die karton as sye van

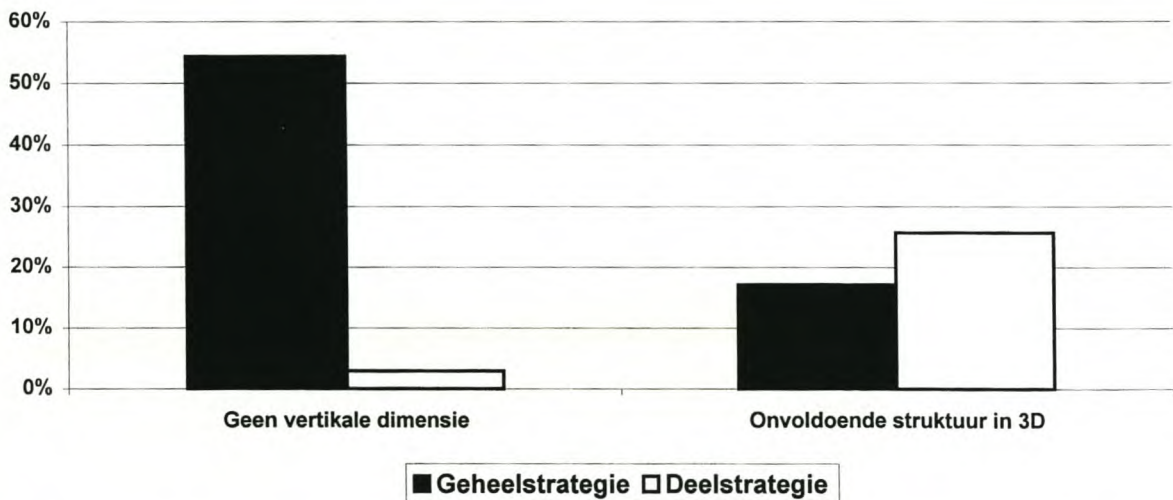
2D figure wat hulle geknip het beskou nie, of hulle moes die rande tussen die vlakke van hulle houers eers losknip en weer vasplak voor dit deel gevorm het van die houer. Byvoorbeeld:

Ayesha (Graad 3, Skool B) teken 'n reghoek teen die onderste kant van die karton, omtrent 3mm weg van die kant. Sy gebruik nie die kant van die vel karton as 'n sy vir die reghoek nie.

Shane (Graad 3, Skool C) teken met sy potlood en liniaal 'n reghoek en knip dit uit. Hy gebruik die reghoek as gids om direk langsaan nog een uit te knip. Hy plak die twee reghoeke aan hulle lang sye aan mekaar vas, sodat die twee reghoeke presies weer in die opening kan pas waar hy hulle uitgeknip het. Dan gebruik hy weer een van die reghoeke om 'n derde een af te teken en uit te knip en vas te heg asof hy die reghoeke nooit apart geknip het nie.

5.7.1 Bespreking

Figuur 5.30. REDES VIR MISLUKKING (n=35)



In die oorgrote meerderheid gevalle van mislukking was die rede die onvermoë om die vertikale vlakke te vervaardig. Hierdie probleem het ook meestal voorgekom onder kinders wat geheelstrategieë gevolg het. Die grootste rede vir mislukking vir kinders wat deelstrategieë gevolg het, was gebrek aan sintese en struktuur in 3D.

5.7.2 Dimensionele voorkeur

Sommige leerlinge het begin deur die laterale, vertikale vlakke van die houer te vervaardig en afgesluit deur die bo-en onderkante toe te maak. Uit 'n gesprek met 'n volwassene (Anne) wat dieselfde voorkeur getoon het toe sy 'n houer moes maak, blyk dit dat sy die vertikale rande van 'n houer so wil vorm, eerder as die vertikale vlakke (Figuur 5.31).

Figuur 5.31

ANNE SE VOORKEUR VIR DIE VERTIKALE DIMENSIE VAN DIE HOUER

Die A4 papier lê in landskapposisie voor haar. Sy vou die papier in die helfte om die y-as. Dan vou sy weer die papier oop en vou die linker-en regterkante sodat die kante van die papier op die middellyn ontmoet. Sy sit die vel papier soos 'n toe geut regop voor haar neer.

Navorsers: "Can you tell me why you decided to fold?"

Anne: " Well, I know I need four lines up like that."

Ander leerlinge het begin deur die onderkant van die houer as basis te neem en eerste te vervaardig, en dan die laterale vlakke te vervaardig. Vir ander leerlinge het dit nie saak gemaak om die gekose basis as laterale vlak te sien, of andersom, gedurende die konstruksieproses nie.

In die volgende hoofstuk sal deduktiewe gevolgtrekkings uit die studie gemaak word oor betekenisgewing, ruimtelike berging, ruimtelike denke en ruimtelike produkte met betrekking tot die geometrisering van 3D houers.

HOOFSTUK 6

GEVOLGTREKKINGS EN AANBEVELINGS

6.1 Inleiding

Hierdie ondersoek het in die volgende belangrike opsigte verskil van vorige navorsing oor kinders se begrip van 3D vorms:

- kinders se intuïtiewe begrip van die vorm en struktuur van *alledaagse 3D houers* is as uitgangspunt geneem
- kinders kon nie houers namaak op grond van beskikbare voorwerpe van vergelykbare vorm en struktuur nie, en moes dus vorm- en struktureienskappe van houers uit hulle geheue bereik
- kinders se betekenisgewing en probleemoplossingsprosesse is ontleed in samehang met die ruimtelike produk wat hulle vervaardig het
- die medium waarin die ruimtelike denke ge-ekspliseer is, was onafhanklik van kennis van konvensies

Die ondersoek het duidelik aan die lig gebring dat aspekte van ruimtelike begrip, wat voorheen geïnterpreteer is as bloot afhanklik van die kennis van konvensies, verder nagevors moet word in ander voorstellende media as tekeninge. Alhoewel daar instemming onder navorsers is dat verskillende media verskillende ruimtelike aspekte na vore dwing, is kinders se begrip van 3D voorwerpe tot dusver hoofsaaklik vanuit hulle tekeninge geëvalueer. Selfs waar kinders deur fisiese hantering van 3D vorms nette kon ontwerp, is hulle ontwerpe geïnterpreteer op grond van indelings wat op tekeninge van nette berus. Hierdie studie het verder die belangrikheid beklemtoon dat navorsing oor ruimtelike begrip ook ontleding van kinders se voorstellingsprosedures (as aanduiding van hulle ruimtelike denke) moet insluit, in teenstelling met die bestudering van tekeninge as klaar produkte.

Die taak wat gebruik is vir die navorsing het bevestig dat meetkundekonsepte uit *morsige* primitiewe begrip ontwikkel, en die ontwikkeling nie 'n netjiese lineêre verloop toon nie. Die verskil tussen enersyds gekontroleerde eksperimentele navorsing oor ruimtelike vermoë en andersyds ruimtelike denke in die skoolsituasie het duidelik na vore gekom. Uit die aard van hierdie navorsing is dit onmoontlik om uitsprake te maak oor kinders se ruimtelike vermoë volgens die bevindings wat in sielkundenavorsing oor ruimtelike vermoë gedoen is. Die gevolgtrekkings en aanbevelings wat vervolgens bespreek word, is egter daarop gerig om sin te

maak van kinders se betekenis, metodes en denke met die oog op aanvangsmetkunde-onderrig, en is gebaseer op die navorsing wat in hierdie studie gerapporteer is.

6.2 Betekenisgewing

Soos aangetoon in paragraaf 2.1.2 word ruimtelike denke gebruik met 'n bepaalde betekenisdoelwit. Uit die kinders se optrede en die vorm van die voltooiende houers was dit duidelik dat hulle betekenis toegeken het aan die taak wat telkens binne een van Cassirer se betekenisruimtes geplaas kon word. Aan die een kant van die betekenispektrum is die kinders wat huisies (met dakke, vensters en skoorstene) gemaak het vir voorwerpe wat hulle daartoe geleen het soos die voëltjie en die trolpop. Hierdie kinders het in verskillende mates daarin geslaag om drie-dimensionele struktuur aan hulle houers te gee, maar het geregresseer in terme van die opdrag. Nie een van hierdie kinders het hulle houers as *bokse* beskou nie, en het dus persoonlike, mitiese betekenis aan die taak en die houer toegeken. Mitiese betekenisgewing in hierdie ondersoek was beperk tot Graad 1 en 2-kinders. Die verband tussen betekenisgewing en Van Hiele se denkvlakke word later bespreek.

Die meeste kinders het probeer om standaard, algemene *bokse* te maak en het voorstellende betekenis aan die taak toegeken. Volgens Olson en Bialystok (sien hoofstuk 2) is 'n konsep 'n strukturele beskrywing waaraan betekenis toegeken is. Twee verskillende betekenis wat aan die strukturele beskrywing van 'n *boks* toegeken is, kon onderskei word:

Strategieë GAA, GA, GB en GC, asook DAA, DA en DC (sien paragrawe 5.3.1 en 5.3.2) dui op 'n betekenis van 'n *houer as bedekking* vir 'n voorwerp. Hierdie betekenis word ook bevestig deur die feit dat kinders bereid was om struktuur prys te gee ter wille van die doelwit om die voorwerp te bedek. Hierdie strategieë het dan ook oorwegend gepaard gegaan met voorwerpfokus.

'n Tweede betekenis wat aan die strukturele beskrywing van 'n *boks* toegeken is, is die van *houer as iets wat 'n voorwerp ontvang*. Die groot getal oop skinkborde (wat voortgespruit het uit GE strategieë en DB strategieë) en houers sonder deksels bevestig hierdie betekenis. Kinders wat hierdie betekenis toegeken het, het die basis van die houer eerste vervaardig. Dit het daartoe gelei dat 'n vaste beginpunt geïdentifiseer is, waarheen 'n kind gedurig kon terugkeer om te oriënteer, en het dus die probleemoplossingsproses vergemaklik.

Die integrasie van hierdie twee betekenis is kenmerkend van 'n volwassene se begrip van 'n houër, en kinders wat goedgestruktureerde houers gemaak het waarvan die vertikale vlakke hoog genoeg is om die voorwerp te bedek, het skynbaar die twee betekenis geïntegreer. Sulke houers was die produkte van strategieë GD, GE en GF asook DD, DE en DF. Die laagste vlak van integrasie van die twee betekenis is getoon deur kinders wat hulle vlak, oop skinkborde dubbeld gevou het, sodat die een helfte 'n deksel gevorm het. Hierdie houër is byvoorbeeld as 'n *suitcase* beskryf.

Voorstellende betekenisgewing van 'n konkrete aard was ook sigbaar by kinders wat nie die rande van die vlakke van hulle houers geïntegreer het nie, of die rande van die karton as sye vir die vlakke wat hulle gemaak het, beskou het nie (sien paragraaf 5.7). Die kinders se hantering van die grense van die vlakke wat hulle ontwerp het, dui daarop dat hulle aan die rande van vorms (geteken of uitgeknipt) as voorwerpe dink, wat slegs een plek op 'n slag kan inneem. Vurpillot (1964 in Montangero 1976) het dieselfde afleiding gemaak uit kinders se tekeninge. Montangero (1976:103) beskryf haar bevinding soos volg:

“Moreover, one line cannot belong simultaneously to two figures. In summary, each figure is treated as a material object, rather as if it were a sheet of metal, constituted by both lines and enclosed areas. The intersection of lines is beyond the the child's comprehension since he interprets it as the super-imposition of two material objects.”

Montangero sê verder dat hierdie tendens vir sommige probleme selfs by agtjarige kinders gevind word. Dieselfde tendens is deur Van Niekerk (1997:179) gevind in 'n ondersoek na kinders se tekeninge van blokstapels. Die kinders het vooraansigte van die blokstapels geteken, maar die individuele komponente is losstaande aangetoon. Outhred en Mitchelmore (2000:150) het in 'n ondersoek na kinders se intuïtiewe begrip van oppervlakte ook hierdie tendens gevind, naamlik dat kinders losstaande vierkante teken om aan te toon hoe 'n bepaalde oppervlak gevul kan word deur 'n gegewe vierkant. In beide hierdie gevalle was die fisiese voorwerpe beskikbaar vir waarneming en/of manipulering, sodat dit die kind se bedoeling kon wees om die fisiese situasie so getrou moontlik weer te gee. Volgens Outhred en Mitchelmore moet kinders die konvensie aanleer dat saamvallende rande deur 'n enkele lyn voorgestel word. In hierdie navorser se ondersoek moes die kinders die vlakke vanuit 'n denkbeeld maak, en was daar nie 'n houër beskikbaar wat fisiese nabootsing kon uitlok nie. Dit was ook nie nodig om tekenkonvensies te ken nie. Die rande tussen die vlakke is nogtans deur sommige kinders as fisiese entiteite gekonstrueer, sodat dit lyk asof meer as die aanleer van konvensies hier ter sprake is.

Die kinders se betekenisgewing bevestig dat hulle houers produkte van voorstellende ruimte is. Die houers is oorwegend voorstellings van kinders se begrip van die vorm en struktuur van voorheen waargenome houers, en nie van abstrakte meetkundige vorms nie. In hoofstuk 3 is aangetoon dat voorstellende betekenisgewing 'n minimumvereiste is vir aanvangsmeetkunde, aangesien houers dan as denkobjekte beskou kan word. Daardie vorm- en struktuurverbande van die strukturele beskrywing van 'n houer wat deur die kinders ge-ekspliseer is in die voorstelling, in ag genome die betekenis wat toegeken is, kan dus in aanvangsmeetkunde gebruik word met die oog op horisontale geometrisering. Vir kinders wat geen struktuur of vorm kon ekspliseer nie (GAA, GA, en DAA strategieë) is houers nie meetkundige denkobjekte nie, en moet hulle houers fisies hanteer in 'n verskeidenheid situasies om houers as denkobjekte te vestig.

6.3 Ruimtelike berging van 3D houers

Uit die kinders se reaksie tydens taakgewing was dit duidelik dat hulle wel oor geheueinligting van houers of *bokse* beskik. Volgens Kosslyn (sien hoofstuk 2) verskil die inhoud van die langtermyngeheue van die van die korttermyn- of werksgeheue. Inligting in die langtermyngeheue vervat wel vorm- en struktuurverbande, maar die verbande wat relevant is vir die taak, moet deur denkbeeldontwikkeling vir die werksgeheue toeganklik gemaak word. Herzowitz (1989, in Clements en Battista 1992:443) vergelyk die skep van 'n prototipiese denkbeeld met denke op Van Hiele se voor-meetkundige denkvlak. Op die voor-meetkundige denkvlak word vorms in geheel waargeneem en herken, wat ook waar is van prototipiese denkbeelde. Sommige kinders, wat tydens die taakgewing geen probleme getoon het nie, en entoesiasies van houers as *bokse* gepraat het, kon skynbaar nie toereikende denkbeeldskepping doen nie (GAA, DAA, GA en DA strategieë). Om toereikend te wees vir die taak, moes die kinders vorm-en struktureienskappe uit die denkbeeld kon bereik. Dit is dus moontlik dat voorwerpwaarneming (en dus statiese voorwerpdenkbeelding) by hierdie kinders nog vormwaarneming oorheers (sien Olson en Bialystok se teorie in hoofstuk 2). Eers wanneer kinders vorm uit voorwerpe abstraheer kan aanvangsmeetkunde-onderrig sinvol wees.

Ruimtelik-meetkundige intuïesies is in hoofstuk 3 ook as onbewuste bergingsinhoud aangedui. Verskeie primêre intuïesies was waarneembaar wat in konflik staan met meetkundige intuïesies. Kinders se hantering van die rande van die vlakke wat in paragraaf 6.2 bespreek is, is een voorbeeld. 'n Verdere beperkende intuïsie was duidelik uit kinders se optrede asof hulle glo dat hulle twee-dimensionele tekening van die voorwerp as geheel in 'n houer gaan verander as hulle

dit uitknip (sien paragraaf 5.7). Piaget en Inhelder (1956:278) rapporteer dieselfde optrede by kinders wat die denkbeeldige ontvouing van 'n silinder moes teken. Hulle bespreek dit soos volg:

“Yet when it is a question of imagining the surfaces developed, all these children are limited to reproducing their original drawings of the intact solid, whatever the shape. What is more, they even expect to be able to cut them out ... and fold them to reproduce the object complete with all its sides!”

Piaget en Inhelder (1956:279) se verklaring vir hierdie optrede is dat die kinders slegs 'n topologiese voorstelling maak en dat hulle mank gaan aan ondervinding van praktiese vou en ontvouing. In hierdie ondersoek is die kinders egter nie gevra om 'n ontvouing te verbeeld nie, alhoewel hulle vry was om van sulke denkvoorstellings gebruik te maak. Die eienskappe van die taak het hulle verder vry gelaat om gebruik te maak van praktiese knip, vou en ontvouing van die karton. Die kinders wat suksesvol was, het dan ook van sulke aktiwiteite gebruik gemaak en die uitkoms telkens geëvalueer ten opsigte van hulle denkbeeld van 'n houer. Piaget en Inhelder se verklaring is toepaslik vir gevalle soos Elizabeth en Adam (paragraaf 5.7), maar skiet tekort vir gevalle soos Daniel en Dale. Daniel en Dale se uitsluitlike fokus op die verwysingsvoorwerp dui op 'n dieper intuïsie wat nie deur hierdie navorsing verklaar kan word nie.

Kinders se antisiperende intuïesies soos uit hulle optrede afgelei kan word, dui daarop dat die transponering van denkvoorstellings tussen twee en drie dimensies vir hulle probleme veroorsaak. Volgens Wheatley en Cobb (1990:169) gaan antisiperende intuïesies gepaard met die transformasie van denkbeelde. Dus dui die geval van Lara (paragraaf 5.7) wat 'n net met vyf dele ontwerp het, maar dit nie kon knip en vou om weer 'n 3D houer te maak nie, daarop dat daar 'n verskil kan wees in die vermoë om denkbeelding vanaf 3D na 2D te doen en die teenoorgestelde proses van 2D na 3D.

Die kinders se hantering van die liniaal as 'n *straight edge* om vas te stel of lyne ewewydig en vertikale vlakke ewe hoog is, dui daarop dat intuïtiewe begrip van parallelle vlakke en lyne moontlik op parallelle translasie van aan die hand van so 'n liniaal berus. Dit is ook interessant dat alhoewel van die graad 7-kinders gradeboë by hulle gehad het, niemand hoeke gemeet het nie, maar dat hulle regthoeke bewustelik geskep het deur loodregte lyne te skep. Dit mag beteken dat die intuïtiewe begrip van die grootte van 'n regthoek op loodregte lyne berus.

Intuïesies oor die gebruik van meting het interessante tendense getoon. Die oorgrote meerderheid kinders was tevrede met hanteer-en-skat meting, ten spyte van die beskikbaarheid van 'n liniaal as meetinstrument. Soos aangetoon in hoofstuk 2, kan daar nie afgelei word dat hulle nie in staat is

om meer akkuraat, dus objektief, te meet nie. Die feit dat gebrek aan akkurate meting hulle dikwels in die moeilikheid gebring het, en kinders bereid was om beplande vorm en struktuur prys te gee eerder as om objektief te meet, dui egter daarop dat hulle nie meting met 'n standaard eenheid as 'n bruikbare konsep beskou het in die oplos van die probleem nie. Meting word egter vanaf Graad 1 onderrig, en dit is vreemd dat die kinders dit nie as 'n bruikbare vaardigheid beskou het nie.

Die kinders wat klokkies as verwysingsvoorwerpe gekies het, en wel met die liniaal gemeet het, het die skuinshoogte van die klokke gemeet in plaas van die loodregte hoogte. In die konteks van die taak het die meetfout egter geen probleme opgelewer nie, aangesien die skuinshoogte groter is as die loodregte hoogte en die klokke beslis in die houer sou pas. Dit bevestig Piaget en Inhelder (1956) se beskouing dat die abstraksie van 'n drie-dimensionele euklidiese raamwerk meting vooraf moet gaan. Om hierdie primitiewe intuïsie aan te spreek sou 'n taak wat die vertikale hoogte van 'n houer vergelyk met die skuinshoogte van die klokke moontlik gepas wees.

Intuïsie oor volume het ook na vore gekom. Soos aangetoon in hoofstuk 2, het Piaget en Inhelder gevind dat die nette wat kinders vir 3D geometriese vorms teken, kleiner is as die 3D voorwerp. Hulle het dit verduidelik aan die hand van die kind se aanvoeling dat volume verlore gaan wanneer 2D nette geteken word. In dié ondersoek is egter gevind dat die houer wat kinders uit die vel karton gemaak het in die meeste gevalle veels te groot was vir die verwysingsvoorwerp. Analoog aan Piaget en Inhelder se verklaring, kan dus gesê word dat kinders 'n aanvoeling het dat volume moet bykom wanneer 'n 3D voorwerp uit 2D materiaal gemaak moet word. Volgens Piaget en Inhelder neem grootteskatting af in akkuraatheid terwyl die kind besig is om sy ruimtelike denke te struktureer volgens 'n 3D euklidiese raamwerk. Wanneer hierdie raamwerk gevestig is, neem grootteskatting weer in akkuraatheid toe. In hierdie navorsing is egter gevind dat daar 'n verband is tussen die kinders se fokus tydens die probleemoplossing en die grootte van die houer wat hulle gemaak het. Wanneer kinders op die verwysingsvoorwerp gefokus het, was die houer gewoonlik te klein, terwyl materiaal fokus en denkbeeld fokus gelei het tot houer wat te groot is. Slegs geïntegreerde fokus het deurgaans gelei tot goeie passing tussen die houer en die verwysingsvoorwerp. Aangesien geïntegreerde fokus eers kenmerkend was van die Graad 7-kindere, weerspreek die bevindinge dus nie Piaget en Inhelder se afleidings nie. Dit sal egter interessant wees om navorsing te doen oor kinders se begrip van die verband tussen interne volume van houer en die oppervlakte van die net van die houer.

Op grond van die voorafgaande bespreking van ruimtelike berging wat deur die kinders in die ondersoek gebruik is, ondersteun die navorser Yakimanskya (1991:27) se siening dat die oplos van probleme op grond van denkbeelde wat uit geheueinhoude geskep word, uiters belangrik is vir die ontwikkeling van ruimtelike denke.

6.4 Ruimtelike denke oor 3D houers

Dit is duidelik dat kinders se vaardigheid met denkbeelding (dit is die bewustelike manipulerings van denkbeelde) hulle oplossing van die probleem bepaal het. Dit ondersteun Yakimanskya en Mitchelmore se siening dat denkbeelding sentraal staan in die ontwikkeling van meetkundige denke (sien paragraaf 3.1.1). Aan die een kant van die vaardigheidspektrum was kinders wie se handeling lukraak was en nie antisipasie op grond van denkbeelding getoon het nie. Oormatige fisiese hantering van die materiaal en die empiriese verwysingsvoorwerp het hulle oplossingsprosesse gekenmerk. Gray, Pinto, Pitta en Tall (1999:122) bespreek swak presteerders se hantering van elementêre getalkombinasies op 'n soortgelyke wyse. Hulle denkvoorstellings was nou verweef met die prosedures wat hulle gevolg het om bewerkinge uit te voer. Van die swak presteerders sê Grey et al (1999:122) "...action was the dominant level of operating...". Aan die anderkant van die spektrum lê die kinders wat houers *ontwerp* het, en van tekening, dit wil sê operasionele diagramme gebruik gemaak het. Hulle ontwerpe het antisipasie getoon op grond van 'n denkbeeld van die houer wat hulle wou maak. Hulle het hulle dus van onmiddellike fisiese optrede weerhou en eers gereflekteer op die moontlike handeling wat suksesvol sou wees. Van Niekerk (1997:224) beskryf 'n soortgelyke onderskeid tussen *mechanical* en *mental-visual* strategieë. Tussen die twee uiterstes is die kinders wat wel met antisiperende handeling begin het, maar van stryk af gebring is deur verskillende faktore, wat vir die ondersoek as verskillende fokusse beskryf is (sien hoofstuk 5). In hierdie verband verwys Bishop (1983a:182) na Krutetskii (1976) se onderskeid tussen meer bekwame leerlinge wat die elemente of eise van 'n ruimtelike probleem situasie kan integreer en minder bekwame leerlinge wat vasgevang word in die detail van die probleem. In hierdie ondersoek het onvoldoende of statiese denkbeelding sowel as fisiese faktore soos die eienskappe van die karton of die verwysingsvoorwerp, kinders van stryk af gebring.

Die probleem wat leerlinge soos Yolande (paragraaf 5.7) gehad het om om struktuur te behou in 3D, of om tred te hou met die verandering in oriëntasie van die verwysingsvoorwerp of die houer terwyl hulle dit maak, dui daarop dat die kinders sukkel om die transformasie van denkbeelde in die korttermyngeheue te beheer. Soos Kosslyn aangetoon het (sien paragraaf 2.2.1.2) kan die

korttermyngeheue oorlaai word, en behoort die kapasiteit van die korttermyn deur oefening vergroot te word. Die organisasie van hierdie leerlinge se handeling het egter bygedra tot die moontlike oorlading van die korttermyngeheue. As hulle meer georden te werk gegaan het, en byvoorbeeld die oriëntasie van die verwysingsvoorwerp, of die basis, invariant gehou het terwyl hulle werk, sou die kans op sukses vergroot het. Dit is dus 'n aanduiding dat meer as vaardige denkbeelding nodig is vir die oplos van 'n komplekse taak. Piaget se beskrywing van sub-logiese denke en logies-wiskundige denke (sien figuur 2.3) kom hier te pas. Die strukturele verbande tussen die vlakke en die houer as geheel is deur middel van denkbeelding en sub-logiese denke bereik, maar weens gebrek aan die ordening van hulle handeling in tyd het die proses gefaal. Die mate waartoe die kinders die vlakke wat hulle vervaardig het as diskrete voorwerpe beskou het, los van die geheel van die houer, kon veroorsaak het dat hulle meer van logies-wiskundige denke, en veral reeksordening gebruik moes maak om die struktuur van die houer te bereik. Dit sou impliseer dat kinders wat deelstrategieë gevolg het, tydens die sintese van die vlakke tot 'n houer meer van logies-wiskundige denke gebruik gemaak het as kinders wat geheelstrategieë gevolg het (sien ook Montangero 1976:101). Dit was egter nie in hierdie ondersoek moontlik om verder onderskeid te tref tussen die gebruik van logies-wiskundige denke en sub-logiese denke nie.

Smock (1976:49) beskryf kinders se begrip van die vorm van voorwerpe as operasioneel wanneer hulle vorms vinnig en akkuraat teken en die tekeninge antisipasies vertoon op grond van denkbeelde. Kinders wat GC, GD, GE en GF strategieë asook DB, DC, DD, DE en DF strategieë gebruik het, se begrip van die vorm en struktuur van drie-dimensionele houers kan toenemend as operasioneel beskou word. Dit dui dus op 'n moontlike ontwikkelingsverloop ten opsigte van die verskillende strategieë.

Smock (1976:52) sê ook dat kinders se perseptuele konstruksies terwyl hulle met die taak besig is, afhanklik is van operasionele denke. Dit beteken dat kinders se gebergde begrip van houers, wat moontlik bloot op vorige waarneming berus, nie noodwendig 'n groot invloed op hulle konstruksies het nie. Hulle konstrueer saam met die ruimtelike produk nuwe denke oor drie-dimensionele houers. Hierdie beskrywing is van pas vir die wyse waarop driehoekige prisma's tot stand gekom het as gevolg van die rol van swaartekrag tydens die konstruksieproses. Die belemmerende rol wat voorwerpfokus in die konstruksieproses gespeel het, kan verklaar word aan die hand van die sterk visuele vormeienskappe van die betrokke voorwerp, wat die ontwikkelende operasionele denke, soos in die denkbeelding vervat, oorheers het. Die kinders wat voorwerpfokus getoon het, was dus nie in staat om weg te breek van die perseptuele eienskappe van die voorwerp nie.

Kinders wat nie verder kon gaan as om 'n vorm uit die karton te sny en dit dan te vervorm nie (of al die kinders wat onsuksesvol was) kon moontlik slegs van figuratiewe denke of statiese denkbeelding gebruik maak (sien hoofstuk 2). Montangero (1976:100) se beskrywing van figuratiewe denke as denke wat daarop gerig is om 'n aspek van 'n voorwerp na te boots (in hierdie geval 'n vormeienskap) is gepas. Hierteenoor beskryf Montangero operasionele denke as denke wat daarop gerig is om aspekte van die voorwerp te transformeer. Die elementêre vorm van operasionele denke word gekenmerk deur fisiese handeling, terwyl gevorderde operasionele denke deur denkoperasies wat omkeerbaar is, gekenmerk word. Die ontwerp van nete dui op gevorderde operasionele denke met betrekking tot die begrip van 3D houers. Dit impliseer dat die kinders deur middel van gevorderde dinamiese denkbeelding 'n houer kon analiseer in sy 2D dele en deurgaans die sintese van die struktuur van die houer kon behou. Operasionele denke impliseer ook dat die kinders in staat was om die temporale volgorde van handeling te konstrueer. Tussen die elementêre operasionele denke waar kinders op grond van oormatige 3D modellering te werk moes gaan en die gevorderde operasionele denke, lê 'n reeks oorgangshandeling, wat toon dat vorm- en struktuurverbande toenemend ge-ekspliseer word.

6.4.1 Eksplisering van vormeienskappe

In hoofstuk 3 is aangetoon dat vormeienskappe van voorwerpe benewens die visuele voorkoms ook kwantitatiewe verbande soos grootte en proporsie insluit. Dus sal die eksplisering van vormeienskappe van 'n houer behels dat kinders bewus word van, en in staat sal wees om die visuele voorkoms, in ag genome grootte en proporsie, van 'n houer voor te stel in 'n medium soos taal, tekeninge of modelle. In hierdie ondersoek was vormeienskappe van 3D houers in verskillende mates van sukses en volledigheid voorgestel. Volgens Pallascio, Allaire en Mongeau (1993) behels die waarneming van voorwerpe (werklik of denkbeeldig) met die oog op probleemoplossing, analitiese denke. Sommige kinders kon nie die denkbeeld wat hulle van 'n houer geskep het volledig analiseer nie en het byvoorbeeld 'n sirkel of vierkant uitgeknipt, en nie geweet hoe om verder te gaan nie. Soos reeds aangetoon mag dit beteken dat hierdie kinders beperk was tot statiese denkbeelding. Met die oog op die eksplisering van vorm is dit dan belangrik om vas te stel watter vorms oorheersend was, selfs in statiese denkbeelding. Kinders se primitiewe vormherkenning en -voorstelling was aan die een kant gerig op die visuele vorm van die verwysingsvoorwerp en hierdie kinders het die kontoere van die basis van die verwysingsvoorwerp nagegetrek en uitgeknipt. Sommige kinders het die kontoer van die vooraansig van die verwysingsvoorwerp nagegetrek (sien bylaag 2.2). Wanneer die vormeksplisering vanuit 'n denkbeeld geskied het, was die vorms hoofsaaklik reghoeke van verskillende proporsies en sirkels.

Dit was duidelik uit strategieë soos GAA en DAA, waar net een of twee reghoeke of sirkels geknip is en gevou of op mekaar vasgeplak is. Wat die vorm van die houer as geheel betref, is die vorm wat meestal voorgestel is, reghoekige prisma's van verskillende proporsies. Die voorstelling van vorm met behulp van karton stem ooreen met kinders se taalbeskrywings van vorm en hulle handbewegings om vorm uit te beeld. Die kinders het verwys na *square boxes* (paragraaf 5.2.1) en reghoekige prisma's met hulle hande gewys (sien Adam se beskrywing in paragraaf 5.7). Driehoekige prisma's was deurgaans toevallige vorms (sien paragraaf 5.5.1) terwyl silinders vermoedelik ook bloot uit toerolhandelinge ontstaan het.

Soos reeds aangetoon was gemete akkuraatheid nie vir die meeste kinders 'n belangrike faktor nie, en het die grootte van die houer selde ooreengekom met die grootte van die verwysingsvoorwerp. Die feit dat soveel GE en DC strategieë gevolg is wat tot vlak, oop skinkborde gelei het, dui daarop dat kinders die reghoekige vorm van die basis van 'n denkbeeldige houer kon ekspliseer, maar dat die eise wat eksplisering van struktureienskappe gestel het, die eis om die ander vlakke in proporsie te ontwerp, oorheers het.

6.4.2 Eksplisering van struktureienskappe

Die eksplisering van struktureienskappe behels die kwalitatiewe analise en sintese van topologiese, projektiewe, affiene of euklidiese eienskappe (Pallascio et al, 1993:9). In hierdie ondersoek was die kwalitatiewe analise en sintese van die verbande tussen die verskillende vlakke en die geheel oorheersend. Kinders se voorstellings van die vormeienskappe van 'n *boks* het verskille getoon in die mate waartoe hulle in staat was om die struktuur te analiseer, dus het struktureienskappe die vormeienskappe oorheers. In hierdie verband kan houer wat voortgespruit het uit GAA en GA strategieë struktureel as topologiese houer beskryf word. Uit beide die geheelstrategieë en die deelstrategieë was dit duidelik dat daardie kinders wat 'n basis vir die houer kon identifiseer, meerendeels suksesvol was. Dit stem ooreen met Piaget (1956) se beskrywing van sentrerings en die identifisering van 'n beginpunt waarheen daar voortdurend teruggekeer kan word.

Probleme met die eksplisering van strukturele verbande het aanleiding gegee tot mislukte houer. Uit die vorm van die houer en die optrede van die kinders tydens probleemoplossing was dit duidelik dat daar eensyds probleme was om struktuur te analiseer en andersyds om struktuur te integreer. Kinders wat probleme gehad het om struktuur te analiseer, het die

verwysingsvoorwerpe slegs toegerol of toegefrommel of hulle was nie in staat om vertikale vlakke te maak nie. Kinders wat probleme gehad het om struktuur te integreer, het nie voulyne ingedruk nie of die vlakke duidelik en doelbewus aanmekaar geheg om rande te vorm nie. Hier tree egter 'n komplikasie in. Sommige kinders wat ooglopend in staat was om struktuur te integreer, maar onakkuraat gemeet het, was bereid om die struktuur prys te gee, ter wille daarvan om die houer te sluit (sien bylaes 2.6 en 3.1). Dit mag wees as gevolg van betekenisgewing (sien paragraaf 6.2) of bereidheid om meer buigsaam om te gaan met die strukturele beskrywing van 'n houer.

Die mees algemene primitiewe *boks* wat in hierdie studie geïdentifiseer is, is die vlak, oop skinkbord. Dit is ook duidelik uit hierdie navorsing dat die kinders wat skinkborde gemaak het wel bewus is van vertikale vlakke, maar dat die probleem om vertikale vlakke te maak in hierdie medium die eis vir die vormeienskappe van grootte oorheers het.

Die twee hoofstrategieë wat in hierdie ondersoek geïdentifiseer is, naamlik geheelstrategieë en deelstrategieë, kan dui op persoonlike voorkeur in terme van struktuuranalise van 3D voorwerpe. Alhoewel deelstrategieë meer suksesvol was as geheelstrategieë, is dit moontlik om deur middel van geheelstrategieë by struktuuranalise en sintese van dieselfde gehalte as deelstrategieë uit te kom (sien Ryan se GF strategie in bylaag 1.7). Dit is ook duidelik uit die beskrywing van die strategievariasies dat daar 'n middelgrond is waar die geheel oorgaan na dele en die dele oorgaan na 'n geheel. Dit was slegs uit die kinders se optrede duidelik dat byvoorbeeld GC 'n geheelstrategie is en DC 'n deelstrategie. Wanneer die produkte onafhanklik van die kinders se handeling beskou word is daar min of geen verskil nie. 'n Ander strukturele voorkeur wat na vore gekom het is die voorkeur vir die vertikale vlakke teenoor voorkeur vir die basis of horisontale vlak (sien paragraaf 5.7.2). Kinders wat hierdie voorkeure getoon het was almal in staat om die vlakke tot 'n 3D geheel te integreer, sodat hierdie voorkeur moontlik bloot op betekenisgewing berus.

Oor die algemeen lyk dit asof die eksplisering van vormeienskappe van 3D houers die eksplisering van struktuurverbande vooruitloop. Vormverbande toon reeds euklidiese eienskappe (grootte, meting, intensionele hoekvoorstelling) terwyl die strukturele verbande nog maar topologies is: kinders teken en knip 'n vierkant uit, maar wil dit dan topologies vervorm deur rek en trek handeling. Selfs die deelstrategie (DE) wat daarop dui dat die kinders al 'n vaste beginpunt kon vind (projektief) word nog gevolg deur 'n topologiese rand rondom, wat as geheel vervorm word om vertikale vlakke te maak. Die indruk van voulyne (GD) dui op 'n oorgang tussen topologiese en projektief-euklidiese konstruksies, aangesien dit herhaalde sentrerings toon, en 'n organisasie

van die vlakke van die houer op grond van 'n (onsigbare) drie-dimensionele raamwerk rondom die verwysingsvoorwerp.

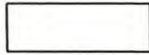
Kinders se spontane meting het hand aan hand gegaan met hulle vermoë om struktureienskappe van houers voor te stel. Die gebruik van hanteer-en-skat handelinge stem ooreen met Piaget se beskrywing van die begrip van die oordraagbaarheid van mate. Hulle het heen en weer beweeg tussen verskillende dele van die houer, of dele van die houer en die voorwerp wat as empiriese verwysing gedien het. Kinders wat van objektiewe meting met behulp van 'n liniaal gebruik gemaak het, was die kinders wat die struktuurverbande beter kon beheers en voorstel, oorwegend die kinders wat nette ontwerp het. In hierdie ondersoek lyk die verloop van eksplisering van ruimtelike eienskappe van alledaagse houers dus nou so:

Vormeienskappe → struktuur-eienskappe → metingseienskappe.

6.4.3 Denke oor 3D houers in terme van Van Hiele se denkvlakke

Soos in hoofstuk 3 (paragraaf 3.3.4.1) aangetoon, beskryf Van Hiele 'n voor-meetkundige denkvlak wat afgestem is op ruimtelike kennis deur waarneming. Kenmerkend van 'n kind se handelinge op hierdie vlak is dat voorwerpe as geheel gesien word en op grond van hulle voorkoms in geheel herken word. Verskeie navorsers (Clements en Battista, 1992; Clements, Swaminathan, Hannibal en Sarama, 1999) betoog dat hierdie beskrywing nie ruimte bied vir klein kinders se ruimtelike denke nie. Volgens Clements et al (1999:192) behoort die voor-meetkundige denkvlak herbeskryf te word as 'n vlak van sinkretiese, eerder as visuele denke. Hulle stel die benaming *voor-herkenning* vir die nuwe denkvlak voor. Clements et al toon aan dat klein kinders op die vlak van *voor-herkenning* slegs aandag gee aan 'n deelversameling van 'n figuur se visuele eienskappe en nie in staat is om soortgelyke figure te herken nie, of om tussen figure in 'n dieselfde klas te onderskei nie (ibid).

Hierdie navorser spekuleer egter dat Van Hiele met die vlak van *voor-meetkundige denke* bedoel het dat denke nie meetkundig is nie. Uit die betoog dat vormwaarneming en -voorstelling voorafgegaan word deur voorwerpwaarneming en persoonlike, mitiese betekenisgewing is dit dus logies dat kinders eers tot vormwaarneming en voorstellende betekenisgewing moet kom, voordat hulle meetkundige vorms as sodanig kan herken op grond van visuele voorkoms. 'n Denkeksperiment hieroor kan soos volg verloop: 'n Kind by wie voorwerpwaarneming en mitiese betekenisgewing oorheers, word die volgende figuur gewys:



Dan word die kind gevra om soortgelyke figure in 'n versameling te identifiseer. In die versameling is hierdie figuur:



Volgens die volwassene is die twee figure soortgelyk, maar volgens die kind is die eerste figuur 'n venster en die tweede figuur 'n deur. Daar is dus vir die kind geen rede om die figure met mekaar te verbind nie. Clements en Battista (1992:427) klassifiseer soortgelyke reaksies as denke op die visuele vlak:

“In identifying figures, they often use visual prototypes; students say that a given figure is a rectangle, for instance, because “it looks like a door.” They do not, however, attend to geometric properties or to characteristic traits of the class of figures represented...At this level, students’ reasoning is dominated by perception.”

Clements en Battista tref egter nie onderskeid tussen die betekenis van die waarneming nie en beskou beide voorwerp- en vormwaarneming as visuele waarneming op Van Hiele se visuele denkvlak.

Verder dui Van Hiele aan dat daar onderrigfases tussen die denkvlakke bestaan. Hierdie navorsers stel voor dat die onderrigfases ook in ag geneem word vanaf voorwerpwaarneming tot vormwaarneming. Uit die bespreking in paragraaf 3.3.4.4 is dit logies dat didaktiese begeleiding deur die fases sal lei tot die eksplisering van vorm uit alledaagse voorwerpe. Met betrekking tot 2D figure hoef daar dus geen verandering in die denkvlakke te kom nie, slegs bewustheid dat vormherkenning (visuele denkvlak) uit voorwerpherkenning moet ontwikkel deur doelgerigte aktiwiteit en reflektering. Om nog 'n vlak in te voer beteken dat voorwerpherkenning die onderwerp van meetkundige denke gemaak word, en dit lyk nie sinvol nie. Verdere navorsing wat kinders se betekenisruimtes in ag neem en op voorstelling in plaas van waarneming gerig is, is nodig om uitsluitel te verkry.

Met betrekking tot die meetkundige bestudering van drie-dimensionele houers is dit egter duidelik uit hierdie studie dat GAA, GA en DA strategieë en hulle gepaardgaande houers nie aanduidend is van denke op 'n (meetkundig) visuele vlak nie. Die navorsers postuleer dat kinders wat hierdie strategieë gevolg het egter nie sal sukkel om voorbeelde van gestruktureerde houers of *bokse* en gerolde karton of sakkies op sig van mekaar te onderskei nie. Denke op Van Hiele se voor-

meetkundige of visuele denkvlak impliseer dat die kinders 'n *boks* as geheel kan waarneem en herken en die kinders het immers self hulle onsuksesvolle houers as sodanig geëvalueer. Soos egter in hoofstuk 2 aangetoon is, het Piaget reeds daarop gewys dat waarneming van ruimtelike eienskappe vroeër ontwikkel as die voorstelling van ruimtelike eienskappe, hetsy in 'n denkbeeld of ekstern in 'n bepaalde medium. Van Hiele beskryf *vormwaarneming* in sy *voor-meetkundige denkvlak* en nie *vormvoorstelling* nie. Ook Herschkowitz (1989) wat denkbeelding in verband bring met Van Hiele se denkvlakke (paragraaf 3.3.4.5), verwys na die visuele *vergelyking* van die meetkundige idee ('n figuur wat waargeneem word) met die denkbeeld.

Hierdie ondersoek het ook aangedui dat die eksplisering van struktureienskappe van die 3D houer die eksplisering van vormeienskappe oorheers, terwyl struktuurvoorstelling juis 3D vormvoorstelling moontlik maak - houers wat nie 'n vertikale dimensie vertoon het nie, het nie soos bokse *gelyk* nie. Met betrekking tot die voorstelling van drie-dimensionele houers deur middel van 'n ruimtelike model, is dit dus nie voor die hand liggend om denke op grond van Van Hiele se denkvlakke te beskryf nie. Selfs GF en DF strategieë kan nie op 'n hoër vlak as Van Hiele se *vlak van meetkundige denke* (of Vlak 1-beskrywende denkvlak) beskryf word nie, alhoewel dit gesofistikeerde ruimtelik-meetkundige oplossings is. Dit is egter moontlik dat dieselfde fases in die leerproses deurgegaan moet word met die oog daarop om 'n volledige netwerk van verbande te lê, voordat denke en voorstellings van 3D voorwerpe as vormvoorstellings beoordeel kan word. Hierdie netwerk van verbande behoort voorstellings in verskillende media in te sluit, aangesien die eise van die media verskillende verbande eksplisiet maak.

6.5 3D houers as ruimtelike produkte

Die ondersoek het duidelik getoon dat alledaagse houers nie noodwendig vir kinders meetkundige denkobjekte is nie en dat vorm- en struktuurwaarneming van sulke houers nie as 'n gegewe aanvaar kan word nie. Die ondersoek het egter ook getoon dat houers uit die kinders se leefwêreld draers is van belangrike meetkundige konsepte wat deur onder andere modelbou aktiwiteite bereik kan word met die oog op meetkunde-onderrig. Die taak wat die kinders in hierdie ondersoek moes doen, kan egter nie as meetkunde beskou word nie. Die taak was ontwerp om vas te stel watter vorm- en struktureienskappe van alledaagse houers gebruik kan word met die oog op horisontale geometrisering, dit is, vir die oorgang van alledaagse ruimtelike denke na meetkundige denke.

Die feit dat so min kinders in hierdie studie nette ontwerp het (DE, DF en GE, GF strategieë) en dat die kinders wat wel nette ontwerp het hoofsaaklik in Graad 7 was, dui daarop dat die ontwerp van nette nie vir klein kinders intuïtief geanker is nie. Die ontwerp van nette vir meetkundige vorms behoort dus nie 'n aanvangsaktiwiteit vir klein kinders te wees nie. Die ontwerp van nette deur toedraai-aktiwiteite verberg die moontlike gebrek aan begrip van vertikale vlakke, aangesien die kinders die voorwerpe wat hulle toedraai, kan manipuleer. Dit is interessant dat sulke nette van reghoekige prisma's wat deur Van Niekerk (1997:232) as *wrong orientation* geklassifiseer word, juis in twee uit die drie voorbeelde mank gaan aan 'n vertikale vlak. Dit is verder ook moontlik dat sulke toedraai-aktiwiteite en gepaardgaande netontwerpe aan die hand van die meetkundige voorwerp daartoe lei dat die visualisering belemmer word deur die gelyktydige waarneming en fisiese hantering van die voorwerp. In hierdie verband is dit interessant om nette van 'n driehoekige prisma wat deur Van Niekerk (1997:253) as *incomplete geometrical* geklassifiseer word, aangesien sommige dele nie akkuraat op skaal geteken is nie, op grond van die konstruksieproses te beskou. Dit is moontlik dat *incomplete geometrical* nette 'n aanduiding is van meer toereikende denkbeelding en probleemoplossingsvaardighede, aangesien die manipulering van die voorwerp wat steurend inwerk, gelaat is en die vlak vryhand in die regte oriëntasie geteken is. Piaget en Inhelder (1967, aangehaal in Smock, 1976:69) sê egter tereg "[In manipulating] besides learning something about the object in the course of such an experiment, the child also learns something of the way actions are coordinated and how one determines another."

6.6 Ouderdoms-en geslagsverskille

Ouderdoms- en geslagsverskille is aangetref ten opsigte van die keuse van strategieë, sowel as die beïnvloedende faktore, naamlik fokus en meting. Hierdie ondersoek kan egter nie aantoon of die verskille beduidend is nie. Die doel van die ondersoek was om sulke verskille bloot te lê.

Die geslagsverskille wat in hierdie studie aangetref is, dui daarop dat die seuns oorwegend meer suksesvol was as die meisies, waarskynlik omdat die seuns meer daarin geslaag het om geïntegreerde fokus te bereik as die meisies. Wat akkuraatheid betref, het die meisies meer van objektiewe meting gebruik gemaak as die seuns. Die seuns het ook meer deelstrategieë gebruik as die meisies.

6.7 Gevolgtrekkings

Die belangrikste gevolgtrekkings van die studie word kortliks herhaal:

1. Kinders se intuïwe begrip van alledaagse houers kan nie sonder meer as meetkundige begrip beskou word nie.
2. Kinders se betekenisgewing, hetsy mities, voorstellend of wetenskaplik moet in ag geneem word wanneer ruimtelike probleme opgelos word. Voorstellende betekenis is die minimumvoorwaarde vir aanvangsmeetkunde-onderrig.
3. Die vorm-en struktureienskappe wat verskillende kinders uit alledaagse voorwerpe abstraheer, is nie noodwendig eenders nie, soos blyk uit die gebruik van geheel-en-deelstrategieë.
4. Die ontwikkeling van denkbeelding staan sentraal in die eksplisering van vorm- en struktureienskappe en die ontwikkeling van ruimtelik-meetkundige denke.
5. Ruimtelike produkte moet nie onafhanklik van die voorstellingsproses en betekenisgewing beskou word nie.
6. Kinders se netontwerpe is nie noodwendig gegrond op intuïtiewe kennis van die vorm en struktuur van 3D voorwerpe nie.
7. Kinders beskou nie noodwendig die rande van 'n drie-dimensionele voorwerp as die grense van die vlakke nie.
8. Kinders beskou nie noodwendig meting met 'n liniaal as 'n bruikbare vaardigheid nie.
9. Organisasie van aksies speel 'n belangrike rol in die oplos van 'n ruimtelik-meetkundige probleem en word gefasiliteer deur denkbeelding en beplanning deur middel van diagramme.

6.8 Aanbevelings

Die nut van hierdie studie met die oog op die beplanning van leersituasies vir aanvangsmeetkunde-onderrig is drieërlei. Eerstens is dit duidelik dat geen aktiwiteit los van moontlike betekenisgewing deur die kinders beskou kan word nie. Tweedens is dit duidelik dat denkbeelding sentraal moet staan in aktiwiteite wat beplan word, en derdens is dit duidelik dat kinders geleentheid moet kry om eie konstruksies van meetkundige konsepte te maak en dat hulle denkvoorkeure in ag geneem moet word.

Die volgende aanbevelings word gemaak:

6.8.1 Soorte ruimtelike voorstellings

Dit is nuttig om die onderskeid tussen ruimtelike berging, ruimtelike denke en ruimtelike produkte in gedagte te hou wanneer aanvangsmeetkunde onderrig word. Die onderskeid tussen die verskillende soorte voorstellings het duidelik na vore gekom in die ondersoek. Die kinders het geweet wat 'n houer is op grond van ruimtelike berging, maar hulle ruimtelike denke soos afgelei kan word uit hulle optrede dui nie deurgaans op begrip van die vorm-en struktureienskappe van 3D houers nie. Die verskillende strategieë wat hulle gekies het dui op verskille in hulle ruimtelike denke. Selfs die kinders wat suksesvolle ruimtelike produkte gemaak het, het nie noodwendig veralgemeenbare kennis van hulle eie houers nie, wat nog te sê van poliëders in die algemeen.

6.8.2 Soorte ruimtelike take

Ruimtelik-meetkundige take wat kwalitatiewe bestudering van verskillende vorm- en strukturele eienskappe van voorwerpe vereis, is nodig (sien ook Wirzup, 1976:93). Sulke take moet gebruik maak van verskillende media, om soveel moontlik verbande te ekspliseer.

Wanneer die doel is om struktuurverbande eksplisiet te maak, en veral die die voorstelling van vertikale vlakke, moet nie met die silindervormige voorwerpe begin word nie, aangesien die visuele voorkoms van die silinder skynbaar die konseptuele eienskappe oorheers. Tot in Graad 3 het kinders hoofsaaklik met rol-aksies gereageer wanneer voorwerpe met ronde basisse verpak moes word. Hierdie taak was nie geskik om die vormeienskappe van silinders eksplisiet te maak nie. Rol was te voor die handliggend. Om 'n silinder betekenisvol te bestudeer is akkurate meting nodig, anders is behels die maak van 'n silinder bloot toerol en die sluiting van die openinge met pasgemaakte vorms.

Sommige kinders het klaarblyklik rande voorgestel en vlakke verkry as gevolg van die eienskappe van die karton. Take waar kinders stokmodelle van drie-dimensionel voorwerpe moet maak, sal dus fokus op die strukturele samestelling van die rande van 'n houer, terwyl die vlakke verbeeld moet word. Die maak van verskillende 3D vorms uit klei kan die klem plaas op die skep van 'n drie-dimensionele verwysingsraamwerk waar die drie asse onderling loodreg moet wees om sukses te verseker. Vlakke word gevorm, sowel as rande wat outomaties geïntegreer is.

Die feit dat kinders nie die vlakke en lyne (rande) volledig kon abstraher en integreer nie, ondersteun die beskouing dat drie-dimensionele vorms as basiese ruimtelike elemente beskou moet

word en vlakke (oppervlakke), lynstukke en punte as abstraksies van drie-dimensionele voorwerpe. Die abstrahering van ruimtelike begrip aan die hand van take moet ook in hierdie volgorde geskied. Hierteenoor staan die formele benadering dat die basiese boustene van meetkundige figure punte is, waaruit lyne en vlakke ontwikkel (sien Montangero 1976:102).

Meting behoort in die eerste drie grade gerig te wees op vergelyking, passing en skatting en behoort nie oorheers te word deur objektiewe akkurate meting nie. As kinders nie die waarde van akkurate meting insien nie, en hulle onvoldoende skatting van meting is vir hulle aanvaarbaar, het onderrig wat akkurate meting oorbeklemtoon geen sin nie.

6.9 Verdere navorsing

Hierdie navorser wil graag aanbeveel dat verdere navorsing oor kinders se begrip van 3D vorms gedoen word aan die hand van begroonde teorie-ontwikkeling. Hierdie metode van data ontleding was uiters geskik om voorheen onbekende verbande bloot te lê met die oog op moontlike verdere navorsing. Navorsing oor kinders se eie ruimtelike konstruksies tydens die oplos van ruimtelik-meetkundige probleme, veral op die vlak van aanvangsmeetkunde, is skaars. Die navorser voorsien dat die gebruik van take wat ander transponering van ruimtelike inligting gebruik, byvoorbeeld van modelle na tekeninge op grond van denkbeelding, en ander media, byvoorbeeld stokmodelle, sal lei tot die blootlegging van nog inligting oor kinders se ruimtelik-meetkundige denke. Hiervoor is navorsing nodig wat onbevooroordeeld na die verskynsel kyk. In die woorde van Smock (1973:70): “Emphasis on transformation capability, microanalysis of behavior (i.e. logical action patterns) and open-ended response conditions all require a shift in our basic paradigm about experimentation.”

Vrae wat uit hierdie ondersoek na vore gekom het met die oog op verdere navorsing is:

- Hoe korreleer kinders se prestasie in toetse van visualiseringsvaardigheid met hulle keuse van strategieë?
- Kan kinders se tekeninge van ontvouings van meetkundige vorms ook aan die hand van geheelstrategieë en deelstrategieë bespreek word?
- Hoe lyk kinders se denke oor drie-dimensionele houers in ander kontekste in terme van Van Hiele se denkvlakke?
- Hoe ontwikkel kinders se begrip van vlakke en rande van houers as meetkundige eerder as fisiese entiteite?

- Wat veroorsaak die intuïsie dat 'n 2D tekening in 'n 3D houer sal verander as dit uitgeknipt word?
- Is denkbeelding van 3D na 2D makliker as denkbeelding van 2D na 3D?
- Wat is kinders se intuïsie oor die verband tussen interne volume en oppervlakte?
- Is geslagsverskille ten opsigte van geheelstrategieë en deelstrategieë beduidend?

6.10 Tekortkomings

Die vraag het telkens by die navorser opgekom of kinders wat suksesvolle houers gemaak het noodwendig nette sal kan ontwerp, of konseptuele begrip van die strukturele verbande van soortgelyke houers in die algemeen het. Die navorser is van mening dat konseptuele begrip slegs geëvalueer kan word uit die kinders se eie ontwerpe, dus antisiperende diagramme van die houers wat hulle bou, of reflekterende diagramme van die houers wat hulle gebou het. Die navorser beskou dus die bou van modelle as aanduiding van voorstellende denke en tekeninge (onder andere netontwerpe) as aanduiding van konseptuele denke. Dit is 'n tekortkoming dat die kinders in die ondersoek nie gevra is om na afloop van die probleemoplossing diagramme te teken van hulle houers nie.

Hierdie studie kon ook nie voorsiening maak vir reflekterende abstraksie van die kinders nie. Taal is 'n belemmerende faktor gevind in die kort tyd wat tot die navorser se beskikking was. Kinders kon wel hulle praktiese prosedures beskryf, maar nie hulle denke en denkbeelding nie.

Kulturele verskille word in die literatuur as 'n belangrike beïnvloedende faktor vir meetkundige denke aangetoon. Hierdie studie kon egter nie kulturele verskille aanspreek nie.

6.11 Slotsom

Die eis dat aanvangsmeetkunde-onderrig in die leefwêreld van die kind moet begin, kan nie ligweg geïnterpreteer word nie, aangesien voorwerpe en ruimtelike situasies uit die kind se leefwêreld nie noodwendig vir hulle meetkundige denkobjekte is nie. Voordat aanvangsmeetkunde-onderrig sinvol gedoen kan word, moet kinders eers tot vormwaarneming en -voorstelling kom deur middel van doelgerigte aktiwiteite. Hierdie aktiwiteite moet denkbeelding behels.

BRONNELYS

- Acredolo, LP. 1981. Small- and large-scale spatial concepts in infancy and childhood. In LS Liben & AH Patterson, *Spatial representation and behavior across the life span*. New York: Academic Press, 1981: 63-81.
- Beaton, AE, Mullis, IVS, O'Martin, M, Gonzalez, EJ, Kelly, DL & Smith, TA. 1996. *Mathematics achievement in the middle school years: IEA's third international mathematics and science study*. Center for the Study of Testing, Evaluation and Educational Policy. Boston College.
- Berthelot, R & Salin, MH. 1994. Common spatial representations and their effect on teaching and learning of space and geometry. In JP da Ponte & JF Matos (eds.), *Proceedings of the Eighteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Vol. 2 (pp. 72-79). Lisbon, Portugal.
- Bishop, AJ. 1980. Spatial abilities and mathematics education – a review. *Educational Studies in Mathematics*, (2): 257–269.
- Bishop, AJ. 1983a. Space and geometry. In R Lesh & M Landau (eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes*. New York: Academic Press, 1983: 175-205.
- Bishop, AJ. 1983b. Spatial abilities and mathematical thinking. In M Zweng (ed.), *Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education* (pp.176–178). Boston: Birkhäuser.
- Bishop, AJ. 1985. *The social psychology of mathematics education*. In L Streefland (ed.), *Proceedings of the Ninth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Vol. 2 (pp. 1-13). Utrecht, Holland.
- Brown, DL & Presmeg, NC. 1993. Types of imagery used by elementary and secondary school students in mathematical reasoning. In I Hirabashi et al (ed.), *Proceedings of the Seventeenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Vol. 2 (pp. 137-144). Tsukuba, Japan.
- Burger, WF. 1985. Geometry. *Arithmetic Teacher*, 32(6): 52-56.
- Carpenter, PA. & Just, MA. 1992. Spatial ability: An information processing approach to psychometrics. In RJ Sternberg (ed.), *Advances in the psychology of human intelligence Volume 3*. Hillsdale, NJ:Erlbaum, 1992: 221-253.
- Cassirer, E. 1944. *An essay on man*. New Haven: Yale University Press.
- Cassirer, E. 1955. *The philosophy of symbolic forms. Volume two: Mythical thought*. New Haven and London: Yale University Press.
- Cassirer, E. 1957. *The philosophy of symbolic forms. Volume three: The phenomenology of knowledge*. New Haven and London: Yale University Press.
- Charmaz, K. 1983. The grounded theory method: An explication and interpretation. In R Emerson (ed.), *Contemporary field research*. Boston: Little, Brown: 109-126.

- Clements, DH & Battista, MT. 1992. Geometry and spatial reasoning. In DA Grouws (ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan/NCTM, 1992: 420–463.
- Clements, DH, Swaminathan, S, Hannibal, MAZ & Sarama, J. 1999. Young children's concepts of shape. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2): 192-212.
- Clements, MA. 1983. The question of how spatial ability is defined, and its relevance to mathematics education. *Zentralblatt für die Didaktik der Mathematik*, 15(1): 8–18.
- Cobb, P & Steffe, LP. 1983. The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(2): 83–94.
- Confrey, J. 1993. Forging a revised theory of intellectual development: Piaget, Vygotski and beyond. A paper presented to the Canadian Mathematics Education Study Group, May 28-31, 1993. Toronto, Canada.
- Cooper, M & Sweller, J. 1989. Secondary school students' representation of solids. *Journal for research in Mathematics Education*, 20(2): 202–212.
- Curriculum Council, Curriculum framework – mathematics. Hyperlink [<http://www.curriculum.wa.edu.au/pages/framework/framework08b15.htm>], 25 November 2000.
- De Moor, E. 1991. Geometry instruction in the Netherlands (ages 4 – 14): The realistic approach. In L Streefland (ed.), *Realistic mathematics education in Primary school: On the occasion of the opening of the Freudenthal Institute*. Culemborg: Technipress, 1991: 119–138.
- Del Grande, J. 1983. Space as a model for elementary school geometry. In M Zweng, T Green, J Kilpatrick, H Pollak & M Suydam (eds.), *Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education* (pp.163-165). Boston: Birkhäuser.
- Dickson, L, Brown, M & Gibson, O. 1984. *Children learning mathematics: A teacher's guide to recent research*. Great Britain: Holt, Rinehart & Winston.
- Egsgard, JC. 1969. Some ideas in geometry that can be taught from K–6. *Educational Studies in Mathematics*, (2): 479–495.
- Eliot, J. 1987. *Models of psychological space*. New York: Springer Verlag.
- Fischbein, E. 1993. The notion of figural concept. *Educational Studies in Mathematics*, (24): 139-162.
- Fischbein, E. 1987. *Intuition in science and mathematics*. Dordrecht, Holland: Reidel.
- Freudenthal, H. 1973. *Mathematics as an educational task*. Dordrecht, Holland: Reidel.
- Freudenthal, H. 1983. *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht, Holland: Reidel.

- Freudenthal, H. 1991. *Revisiting mathematics education. China lectures*. Dordrecht: Kluwer.
- Freudenthal Instituut. 1992. *Achtergronden van het nieuwe leerplan Wiskunde 12–16, Band 2*. SLO Enschede.
- Gagatsis, A. & Patronis, T. 1990. Using geometrical models in a process of reflective thinking in learning and teaching mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 21(1): 29–54.
- Ginsburg, HP, Kossan, NE, Schwarz, R & Swanson, D. 1983. Protocol methods in research on mathematical thinking. In HP Ginsburg (ed.), *The development of mathematical thinking*. New York: Academic Press, 1983: 7-47.
- Glaser, B. 1978. *Theoretical sensitivity*. Mill Valley, California: Sociology Press.
- Glenn, JA (ed.) 1979. *Children learning geometry. Foundation activities in shape. A handbook for teachers*. London: Harper & Row.
- Guanella, FM. 1934. Blockbuilding activities of young children. In RS Woodworth (ed.), *Archives of Psychology*: 1934:174.
- Gutiérrez, A & Jaime, A. 1993. An analysis of the students' use of mental images when making or imagining movements of polyhedra. In I Hirabashi et al (eds.), *Proceedings of the Seventeenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Vol. 2 (pp.153-160). Tsukuba, Japan.
- Gutiérrez, A. 1996. Visualization in 3-Dimensional geometry: In search of a framework. In L Puig & A Gutiérrez (eds.), *Proceedings of the Twentieth Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Vol. 1 (pp.3-19). Valencia, Spain.
- Gravemeijer, K & Kraemer, J. 1984. *Met het oog op ruimte: Een meetkundige wereldoriëntatie*. Tilburg: Zwijzen.
- Gray, E, Pinto, M, Demetra, P & Tall, D. 1999. Knowledge construction and diverging thinking in elementary and advanced mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, (38): 111-133.
- Grové, MC. 1984. *Skoolgereedheid: 'n Inleidende studie*. Pretoria: Butterworth.
- Grunbaum, B. 1983. *Shouldn't we teach geometry?* In M Zweng (ed.), *Proceedings of the Fourth International Congress on mathematical education*, (pp.165-167). Boston. Birkhäuser.
- Hershckowitz, R. 1989. Visualization in geometry. Two sides of the coin. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, (11): 61-76.
- Hiebert, J, Carpenter, TP, Fennema, E, Fuson, KC, Murray, H, Olivier, A & Human, P. 1999. *Making sense. Teaching and learning mathematics with understanding*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Hiebert, J & Carpenter, TP. 1992. Learning and teaching with understanding. In DA Grouws (ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. Macmillan: New York: 65-97.

- Hoffer, A. 1981. Geometry is more than proof. *Mathematics teacher*, January 1981: 11–18.
- Hoffer, A. 1983. Van Hiele based research. In R Lesh & M Landau (eds.), *Acquisition of mathematical concepts and processes*. New York: Academic Press, 1983: 205–227.
- Howie, SJ & Hughes, CA. 1998. *Mathematics and science literacy of final-year school students in South Africa*. Pretoria: Human Sciences Research Council.
- Jacobs, JK, Kawanaka, T & Stigler, JW. 1999. Integrating qualitative and quantitative approaches to the analysis of video data on classroom teaching. *International Journal of Educational Research* (31): 717–724.
- Kosslyn, SM. 1983. *Ghosts in the mind's machine: Creating and using images in the brain*. New York: W.W. Norton.
- Kouba, VL, Brown, CA, Carpenter, TP, Linquist, MM, Silver, EA & Swafford, JO. 1988. Results of the fourth NAEP assessment of mathematics: Measurement, geometry, data interpretation, attitudes and other topics. *Arithmetic Teacher*, 35(9), 10–16.
- Krutetski, VA. 1976. *The psychology of mathematical abilities in school children*. Chicago. University of Chicago Press.
- Lehrer, R, Jacobson, C, Kemeny, V & Strom, D. 1999. Building on children's intuition to develop mathematical understanding of space. In E Fennema & TA Romberg (eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum, 1999: 63-87.
- Liben, LS. 1981. Spatial representation and behavior: Multiple perspectives. In LS Liben & AH Patterson. *Spatial representation and behavior across the life span*. New York, NY: Academic Press, 1981: 3-32.
- Lohman, DF. 1979. Spatial Ability: A review and reanalysis of the correlation literature. (Technical Report No.8) Stanford University. Aptitude research project, School of Education.
- Lunkenbein, D. 1983. Observations concerning the child's concept of space and its consequences for the teaching of geometry to younger children. In M Zweng (ed.), *Proceedings of the Fourth International Congress on mathematical education*, (pp.172-174). Boston: Birkhäuser.
- Lesh, R. 1979. Some trends in research and the acquisition and use of space and geometry concepts. *Critical Reviews in Mathematics Education, Materialien und Studien*, Insitut für Didatik der Mathematik der Universität Bielefeld, Band 9: 46-83.
- Mansfield, DH & Scott, J. 1990. Young children solving spatial problems. In G Booker, P Cobb & TN Mendicuti (eds.), *Proceedings of the Fourteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2 (pp. 275–282). Mexico City, Mexico.

- Markopoulos, C & Potari, D. 1999. Forming relationships in three-dimensional geometry through dynamic environments. In O Zaslavsky (ed.), *Proceedings of the Twenty-third International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Vol. 3 (pp.273-280). Haifa, Israel.
- Martin, JL. 1976. An analysis of some of Piaget's topological tasks from a mathematical point of view. *Journal for Research in Mathematics Education*, 7(1): 8–24.
- Mitchelmore, MC. 1980. Three-dimensional drawing in three cultures. *Educational studies in Mathematics* (11): 205–216. Dordrecht, Holland: Reidel.
- Mitchelmore, MC. 1984. Spatial ability and geometry teaching in Jamaica. In R Morris (ed.), *Studies in Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 135-143). UNESCO.
- Montangero, J. 1976. Recent research on the child's conception of space and geometry in Geneva: Research work on spatial concepts at the international center for genetic epistemology. In JL Martin (ed.), *Space and Geometry. Papers from a research workshop*. ERIC Center for Science, Mathematics and Environmental Education, College of Education. The Ohio State University. Columbus, Ohio, 1976: 99-128.
- Murray, H, Olivier, A & Human, P. 1993. Voluntary interaction groups for problem-centred learning. In I Hirabayashi, N Nohda, K Shigematsu & F Lin (eds.), *Proceedings of the Seventeenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Vol 2 (pp.73–80). Tsukuba, Japan.
- Murray, H. 2000. In-depth assessment of children's mathematical reasoning. Paper presented for Working Group for Action 1: Mathematics Education in Pre-and Primary School, Ninth International Congress of Mathematical Education, 31 July–6 August 2000, Tokyo/Makuhari, Japan.
- Nasionale Onderwys Departement. 1997. Curriculum 2005. October 1997.
- National Council of Teachers of Mathematics: Standards for school mathematics. Hyperlink [<http://standards.nctm.org/document/chapter3/geom.html>]. 30 Oktober 2000.
- Olson, DR. 1970. *The child psychology series: The child's acquisition of diagonality*. New York: Academic Press.
- Olson, DR & Bialystok, E. 1983. *Spatial cognition: The structure and development of mental representations of spatial relations*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Otte, M. 1992. Intuition and logic in mathematics. In DF Robitaille, DH Wheeler & C Kieran (eds.), *Selected Lectures from the Seventh International Congress on Mathematical Education*. Sainte-Foy: Les Presses de l'université Laval: 282-287.
- Outhred, LN & Mitchelmore, MC. 2000. Young children's intuitive understanding of rectangular area measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(2): 144-167.
- Pallascio, R, Allaire, R & Mongeau, P. 1993. The development of spatial competencies through alternating analytic and synthetic activities. *For the Learning of Mathematics*, 13(3): 8–15.

- Peat, DF. 1994. *Blackfoot physics: A journey into the native American universe*. London: Clays.
- Pellerey, M. 1984. Aspects of visualization in the teaching of geometry, and reflections on a case: symmetry in primary school. In R Morris. (ed.), *Studies in mathematics education. The mathematical education of primary-school teachers*. Vol. 3 (pp.129-134). United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization.
- Piaget, J & Inhelder, B. 1956. *The child's conception of space*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Piaget, J, Inhelder, B & Szeminska, A. 1960. *The child's conception of geometry*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Pinker, S. 1998. *How the mind works*. London: Penguin.
- Plunkett, SP. 1979. Diagrams. *Mathematical Education for Teaching*, 3(4): 3-15.
- Potari, D. & Spiliotopoulou, V. 1992. Children's representations of the development of solids. *For the learning of Mathematics*, 12(1):38-46.
- Potari, D. & Triadafillidis, TA. 1997. Studying children's argumentation by incorporating different representational media. In E Pekhonen (ed.), *Proceedings of the Twenty-first International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4 (pp.230-237). Lahti: University of Helsinki.
- Reifel, S. 1984. Block constructions: Children's developmental landmarks in representation of space. *Young children*, 40(1): 61-67.
- RGN. 1984. Junior Suid-Afrikaanse Individuele Skale (JSAIS) Raad vir Geesteswetenskaplike Navorsing.
- Sheikh, AA & Sheikh, KS. 1985. Imagery in education. *Imagery and human development series (Vol.2)*. Farmingdale, New York: Baywood.
- Shepard, RN. 1975. Form, formation and transformation of internal representations. In R Solso (ed.), *Information processing and cognition: The Loyola symposium*. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 1975: 87-122.
- Shepard, RN & Cooper, LA. 1982. *Mental images and their transformations*. Cambridge: MIT Press.
- Shuster, S. 1975. On the teaching of geometry: a potpourri. *Euclides* (50): 167-176.
- Simon, MA. 1989. Intuitive understanding in geometry: The third leg. *School science and mathematics*, (5): 373-379.
- Smock, CD. 1976. Piaget's thinking about the development of space concepts and geometry. In JL Martin (ed.), *Space and Geometry. Papers from a research workshop* (pp.31-74). ERIC Center for Science, Mathematics and Environmental Education, College of Education. The Ohio State University. August 1976.

- Snyman, JJ. 1984. 'n Strategie vir probleemoplossing in meetkunde-onderrig. *Spectrum*, 22(2): 33-37.
- Strauss, A. & Corbin, J. 1990. *Basics of qualitative research. Grounded theory procedures and techniques*. London: Sage.
- Treffers, A. 1987. *Three dimensions: a model of goal and theory description in mathematics instruction: The Wiskobas project*. Dordrecht: Reidel.
- Usiskin, Z. 1987. Resolving the continuous dilemmas in school geometry. In MM Lidquist & AP Schulte (eds.), *Learning and teaching geometry, K – 12: 1987 Yearbook*, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics: 17–31.
- Van Hiele-Geldof, D. 1958. De didaktiek van de meetkunde in het begin van het tweede leerjaar van het V.H.M.O. De overgang naar het tweede denkniveau. *Euklides*: 233–255.
- Van Hiele, PM. 1959. Development and learning process. A study of some aspects of Piaget's psychology in relation with the didactics of mathematics. *Acta Paedagogica ultrajectina*. Groningen: J.B. Wolters.
- Van Hiele, PM. 1960. *De niveaustruktuur in de argumentatie*. Het Nieuwe Lyceum Bilthoven.
- Van Hiele, PM. 1982. Fasen en stadia in de ontwikkeling van het denken bij kinderen, zoals die door Piaget worden geconstateerd, vergeleken met de denkniveaus geïntroduceerd door Van Hiele. *Pedagogisch Tijdschrift Forum voor Opvoedkunde*, 7(5): 207–218.
- Van Hiele, PM. 1984. De ontwikkeling van wiskundige grondbegrippen. *Pedagogisch Tijdschrift Forum voor Opvoedkunde*, 9(6): 309-314.
- Van Hiele, PM. 1986. *Structure and insight. A theory of mathematics education*. London: Academic Press.
- Van Niekerk, HM. 1997. A subject didactical analysis of the development of the spatial knowledge of young children through a problem-centred approach to mathematics teaching and learning. Unpublished PhD dissertation, University of Potchefstroom, Potchefstroom.
- Walker Mayberry, J. 1981. An investigation of the Van Hiele levels of geometric thought in undergraduate preservice teachers. Unpublished PhD dissertation, University of Georgia, Athens, Georgia.
- Wheatley, G. & Cobb, P. 1990. Analysis of young children's spatial constructions. In LP Steffe. & T Wood (eds.), *Transforming children's mathematics education: International perspectives*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1990: 161-173.
- Wheatley, GH. 1991. Constructivist perspectives on science and mathematics learning. *Science Education*, 75(1): 9–21.
- Wirzup, I. 1976. Breakthroughs in the psychology of learning and teaching geometry. In JL Martin (ed.), *Space and Geometry: Papers from a research workshop* (pp.75-97). Columbus OH: ERIC centre for Science, Mathematics and Environmental Education.

Yackel, E & Wheatley, GH. 1990. Promoting visual imagery in young people. *Arithmetic teacher*, 37(6): 52–58.

Yakimanskya, IS. 1991. The development of spatial thinking in school children. In PS Wilson & EJ Davis (eds.), *Survey of applied Soviet research in school mathematics education*. University of Chicago.

BYLAAG 1: VOORBEELDE VAN GEHEELSTRATEGIEË

Bylaag1.1 VOORBEELD VAN GEHEELSTRATEGIE MET WISSELENDE FOKUS

STRATEGIE: (GE→) GAA

DOGTER (Tania)

GRAAD 3 Skool C

VERWYSINGSVOORWERP: Voëltjie



1. Die vel karton lê in landskapposisie voor haar. Sy plaas die voëltjie op die regter onderkantste hoek, naaste aan haar, en trek die kant van die karton op en om die voëltjie.
2. Dan trek sy met potlood en liniaal 'n lang vertikale lyn langs die voëltjie, en voltooi 'n groot reghoek met 'n horisontale lyn na die kant van die karton toe. Sy knip die reghoek uit.
3. Sy hou die reghoek ook in landskapposisie voor haar en vou dan eers die linkerkant, dan die regterkant oor na die middel toe, sodat sy drie ongeveer ewegroot blokke skep. Terwyl die drie blokke bo-op mekaar lê, vou sy vier smal vertikale vlakke rondom. Sy vou eers aan die kort sy naaste aan haar, draai dan die karton sodat die teenoorstaande kort sy naaste aan haar is, vou die sy, en herhaal die proses vir die lang sye.
4. Dan vou sy die reghoek heeltemal oop, en vou smal vlakke binnetoe aan die kort sye van die reghoek. Sy vou al vier die hoeke van die karton binne toe, sodat die hoeklyne aan mekaar raak, soos die punt van 'n papiervliegtuig. Sy kyk rond, plaas dan die voëltjie in die middel van die afgeknotte reghoek.

5. Sy hou die kante met die ingevoude hoeke, vertikaal aan haar linker-en regterkante om die voëltjie. Die smal vlakke wat sy in (4) gevorm het staan ook boontoe.
6. Sy haal die voëltjie af, en vou die skerp punte wat deur die ingevoude hoeke gevorm is na binne, sodat al die vertikale vlakke weer horisontale randte het. Sy plak die ingevoude punte vas. Die smal vertikale vlakke wat sy in (4) gevorm het gaan verlore in die proses. Sy druk weer die smal vlakke regop en probeer nou lank om die vier hoeke vorm, maar die karton is te dik gevou.
7. Sy vou die hele struktuur weer oop, sodat sy met die oorspronklike reghoek voor haar sit. Dan vou sy weer vier smal vertikale vlakke en plak die hoeke vas, sodat sy 'n lang, smal, oop, vlak skinkbord vorm. Sy plaas die voëltjie op die skinkbord. Sy knip 'n reghoek uit die oorskiet karton en knip dit in drie kleiner stukke. Dan sit sy die kleiner stukke neer en tel die skinkbord met die voëltjie op. Sy vou een helfte van die skinkbord bo-oor die voëltjie om 'n deksel te vorm. Dan vou sy die skinkbord weer oop.
8. Sy tel een van die klein reghoeke wat sy in (7) geknip het op en hou dit vertikaal aan die binnekant van die een kort sy van die skinkbord. Dan sit sy die skinkbord voor haar neer en knip nog 'n reghoek uit die oorskiet karton. Sy meet nie, maar eindig met 'n reghoek wat net effens kleiner as die basis van die skinkbord is.
9. Sy hou die reghoek wat sy in (8) geknip het, vertikaal teen die binnekant van die lang sy van die skinkbord verste van haar. Sy vou die reghoek weg van haar, sodat 'n voulyn vorm op die hoogte van die rand van die skinkbord. Sy sit die skinkbord neer en druk die voulyn in die reghoek deeglik in. Dan haak sy die reghoek aan een lang kant van die skinkbord. Sy haak egter die reghoek verkeerde kant toe aan, sodat die dekselgedeelte weg van die skinkbord staan, in plaas daarvan om 'n deksel vir die skinkbord te vorm.

10. Sy probeer nou die dekselgedeelte van bo-af op die skinkbord plaas, maar dit is te klein en sak weg in die skinkbord. Sy haal dit uit en werk weer met die skinkbord. Sy knip die vertikale vlak aan die een kort sy van die skinkbord af, en vou dan die helfte van die skinkbord bo-oor die ander helfte om 'n deksel te vorm. By die voulyn wat nou die deksel van die onderste deel van die skinkbord skei, probeer sy hoeke vorm, om 'n vertikale dimensie te verkry. Sy laat dit vaar en knip die ander vertikale vlak aan die teenoorstaande kort kant van die skinkbord ook af.

11. Sy het nou weer net 'n plat reghoek voor haar en begin weer die hoeke na binne vou. Sy vou die een paar teenoorstaande vlakke vertikaal, en plak die boonste randte teenmekaar sodat dit min of meer 'n driehoekige prisma met oop punte vorm. Sy snipper aan die oop punte en plaas die voëltjie binne-in. Sy sukkel om die oop punte van die drie-hoekige prisma toe te druk, laat vaar dit en knip dan nog 'n groterige reghoek uit die afvalkarton.

12. Sy hou die reghoek in haar handpalms sodat dit 'n geronde geut vorm. Sy bekyk die geut, en hou dan die boonste randte teen mekaar vas. Sy hou die struktuur met die een oop punt op die grond en plaas die voëltjie van bo-af binne-in die struktuur. Terwyl sy nog steeds die randte teenmekaar hou, keer sy die struktuur om, sodat die oop punte nou langs die kante is. Sy draai die voëltjie ook om, sodat dit regop relatief tot die omgekeerde struktuur is. Dan sit sy en rondkyk.

13. Sy plak die boonste randte van die geronde geut aanmekaar vas, met die voëltjie nog steeds binne-in. Dan plak sy die een oop kant se randte ook aanmekaar vas. Die voëltjie val aan die ander kant uit. Sy plaas dit terug en probeer die randte van die oorblywende oop kant ook aanmekaar vasplak. Sy kry egter nie die randte teenmekaar nie, en haal die voëltjie uit. Sy plak die lang randte stewiger vas en plaas weer die voëltjie binne-in. Sy probeer weer die randte van die oorblywende oop kant teenmekaar trek, maar sonder sukses.

14. Sy neem 'n reghoekige afvalstuk karton en plak dit bo-oor die opening. Sy bekyk haar houer van alle kante.

OPSOMMING

STRATEGIE: Tania volg heelyd 'n geheelstrategie waar sy probeer om 'n enkele stuk karton te vervorm. Sy probeer om 'n skinkbord tipe houer te maak, maar kry nie vertikale vlakke gemaak nie. Sy vou uiteindelik 'n koevert.

FOKUS: Haar fokus wissel tussen die denkbeeld van 'n houer met vertikale vlakke en die material wat nie wil vervorm soos sy dit wil hê nie. Sy modelleer telkens vertikale vlakke.

METING: Sy meet gladnie.

VORM VAN HOUER: Onsuksesvol. 'n Plat koevert.

FAKTORE WAT AANLEIDING GEE TOT MISLUKKING: Sy kan nie vertikale vlakke maak nie. Sy analiseer nie dele nie.

ONDERHOUD:

Sy noem die tweede houer 'n sakkie:

“...’n sakkie gemaak, en toe sit ek die ... voëltjie binne-in. Toe knip ek 'n stukkie karton....en plak dit bo-op sodat die sakkie kan toekom.”

Bylaag 1.2 VOORBEELD VAN GEHEELSTRATEGIE MET VOORWERPFOKUS

STRATEGIE: GA

DOGTER (Ayesha)

GRAAD 3 Skool B

VERWYSINGSVOORWERP: Huisie



1. Die vel karton lê in portretposisie voor haar. Sy kyk onderlangs na Claire langs haar en tel dan die rand van die karton naaste aan haar op. Sy laat sak dit weer en kyk wat Claire doen. Na aanleiding van Claire neem sy haar liniaal en potlood en trek huiwerig 'n vertikale lyn aan die linker onderkant van die karton, ongeveer 3mm van die linkerste rand van die karton af.
2. Sy voltooi 'n reghoek wat dwars oor die onderste deel van die karton strek en ongeveer 20cm breed is. Sy gebruik nie die onderste rand van die karton as 'n sy van die reghoek nie. Sy knip die reghoek uit.
3. Sy sit die huisie op die karton neer, sodat die lengte van die huisie ooreenkom met die lengte van die reghoek. Dan sit sy die saak en bekyk, roteer die huisie 90 grade, maar draai dit dadelik weer terug.
4. Met die huisie nog op die reghoek, trek sy liniaalbreedte lyne eers aan die kort sye van die reghoek (links en regs van haar) en dan aan die lang sye. Dan sit sy weer en kyk na haar werk.
5. Sy ignoreer die lyne wat sy getrek het en vou die linkerkant van die reghoek teenaan en bo-oor die huisie. Sy druk die karton vas op die huisie, maar vou dit dan weer oop. Dan vou sy weer die linkerkant van die reghoek teenaan en bo-oor die huisie, en daarna die regterkant van die reghoek. Sy druk nie voulyne in nie, sodat die huisie nou toegerol is in die reghoek.

6. Wanneer sy die reghoek laat los, gaan die rol oop as gevolg van die rigiditeit van die karton. In die hantering draai die huisie sodat dit nou oor die breedte van die reghoek staan. Sy tel die huisie en die reghoek op en draai die huisie styf toe in die reghoek. Die reghoek is te lank en sy druk die dele wat oorvleuel slordig plat. Sy plak die rol vas met kleefband. Sy druk die oop punte van die rol plat en plak dit vas.

OPSOMMING

STRATEGIE: Sy kan nie die dele bereik nie, alhoewel sy aan die begin die dogter aan haar regterkant navolg en smal rande rondom die uitgeknipte reghoek teken. Daarna regresseer sy en draai die huisie toe.

METING: Geen meting nie.

FOKUS: Sy fokus hoofsaaklik op die verwysingsvoorwerp en haar oorheersende behoefte is skynbaar om die huisie te bedek.

VORM VAN HOUER: Onsuksesvol toegerol.

FAKTORE WAT AANLEIDING GEE TOT MISLUKKING: Sy is skynbaar nie in staat om haar idee van 'n houer te ontleed nie. Dit bly 'n sinkretiese geheel.

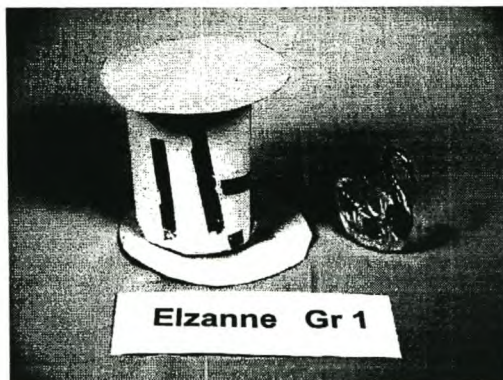
Bylaag 1.3 VOORBEELD VAN GEHEELSTRATEGIE MET MATERIAALFOKUS

STRATEGIE: GB

DOGTER (Elzanne)

GRAAD 1 Skool D

VERWYSINGSVOORWERP: Swaan



1. Die karton lê in portretposisie voor haar. Sy sit die swaan in die middel van die vel karton neer, sodat dit na regs kyk. Sy sit lank en rondkyk. Dan trek sy met haar potlood en liniaal 'n lyn dwarsoor die vel karton, omtrent 5cm van die onderste rand af.

Sy vra: "Tannie moet ons dit uitknip?"

Navorsers: "Ja, jy het mos 'n skêr. Jy kan enigiets doen wat jy moet om 'n boks te maak."

Sy wil begin om op die lyn te knip en vra:

"Tannie, en as die boks lelik is?"

Navorsers: "Dan is dit nog 'n boks."

Elzanne: "En as dit nie soos 'n boks lyk nie?"

Navorsers: "Dink mooi, dan sal jou kop jou help om 'n boks te maak."

Dan knip sy 'n strook karton af op die potloodlyn.

2. Sy knip nog 'n strook af, omtrent ewe breed as die eerste strook. Sy vou die oorblywende stuk karton in die breedte, sodat die een deel omtrent die helfte so breed soos die ander deel is. Sy trek 'n potloodlyn op die voulyn. Sy sit die karton op die vloer neer. Die een vlak staan skuins boontoe as gevolg van die rigiditeit van die karton.

- | |
|---|
| <p>3. Sy sit die swaan op die voulyn neer, in die middel van die karton. Dan lig sy die deel van die karton wat plat lê op en hou haar hand onder die karton, teen die swaan. Sy sê: “Magdel, my boksie gaan so ‘n klein, maer dingetjie wees.”</p> <p>Dan haal sy die swaan van die karton af en vou die karton sodat sy ‘n smal geut vorm, omtrent net so breed as die swaan. Sy sit die swaan in die geut en hou die kante vertikaal.</p> |
| <p>4. Sy haal die swaan uit en knip die een vertikale vlak van die geut smaller, sodat die vertikale vlakke omtrent ewe hoog is. Sy sit weer die swaan in die geut.</p> |
| <p>5. Sy draai die geut sodat die een oop punt na haar toe wys en vou die derde vertikale vlak versigtig in. Dit pla haar dat die geut so smal is. Die geut vou oop as sy die derde vertikale vlak invou. Sy draai die karton en vou die teenoorgestelde kant ook. Omdat die geut so smal is, en die material rigied, kan sy net een paar vertikale vlakke op ‘n slag vorm.</p> <p>Sy vra: “Tannie, moet ons dit heeltemal toeplak?”</p> <p>Navorsers: “Mmm, jy moet ‘n boksie maak.”</p> |
| <p>6. Dan knip sy ‘n spleet op die een voulyn, sodat sy die vertikale vlak makliker kan modeleer. Dan knip sy die karton tussen die voulyne van die smal geut en die voulyne van die ander paar vlakke, weg. Sy vernietig dus die vertikale vlakke aan die smal punte van die geut. Sy sit lank en rondkyk.</p> |
| <p>7. Dan knip sy die een kant van die geut heeltemal af. Sy sit en rondkyk. Die deel van die karton wat sy oorhet, vorm ‘n breë, vlak geut as gevolg van vorige voulyne. Sy plak ‘n stukkie karton oor die oop kant van die een hoek, sodat die geut se een sy nou vertikaal vas is aan die basis van die geut. Sy wil dit by die ander hoek ook doen, maar Magdel vra met ‘n handbeweging oor die oop kant van die geut of sy dit wil toe hê. Elzanne knik.</p> |
| <p>8. Sy plak die swaan in die middel van die geut vas en rol dan die karton om die swaan. Sy knip lukraak ‘n sirkel uit ‘n stuk afvalkarton en sit dit bo-op die toegedraaide swaan.</p> <p>Sy lag: “Myne is nie ‘n boksie nie, dis ‘n sampioen.” Dan knip sy nog ‘n sirkel en heg dit aan die onderkant van die buis vas.</p> |

OPSOMMING

STRATEGIE: Sy begin om 'n geut te maak, maar die karton kortwiek haar. Sy draai die voorwerp op die ou end toe en vervaardig sluitstukke vir die punte.

FOKUS: Haar aandag is vasgevang deur die probleme wat die materiaal veroorsaak. Die eienskappe van die materiaal bepaal elke volgende stap.

METING: Geen meting.

VORM VAN DIE HOUER: Onsuksesvol, aangesien die dele nie geïntegreer is nie. Die houer is silindries.

Bylaag 1.4 VOORBEELD VAN GEHEELSTRATEGIE MET GEÏNTEGREERDE FOKUS

STRATEGIE: GC

DOGTER (Dominique)

GRAAD 7 Skool B

VERWYSINGSVOORWERP: Soutpot



1. Die vel karton lê in portretposisie voor haar. Sy trek 'n liniaalbreedte lyn aan die onderkant van die vel karton. Sy meet die hoogte van die soutpot teen die liniaal, en trek dan 'n lyn van die selfde lengte vertikaal teen die rand van die karton, van die onderste lyn af. Sy pas die soutpot plat teen die onderste rand om die lengte van die eerste lyn te vergelyk. Dan trek sy nog 'n vertikale lyn van onder af om 'n strook so breed as wat die soutpot lank is, te maak.
2. Sy knip op die lyn, 'n strook wat so breed is as wat die soutpot lank is. Sy knip die strook dieselfde lengte as die van die soutpot. Dan vou sy die deel wat sy losgeknipt het plat teen die karton en knip langs die omgevoude deel tot sy die einde van die deel bereik. Weer vou sy die losgeknipte deel plat om teen die karton en knip al langs die deel totdat sy die einde van die deel bereik.
3. Sy vou die vlakke oop en modelleer 'n horisontale bokant, 'n vertikale vlak en die basis wat nog deel van die groot vel karton is. Sy vou die vlakke weer in mekaar en vou die karton nog een keer plat om teen die vel karton. Sy knip langs die gevoude karton totdat sy die einde bereik. Dan knip sy na links aan die bokant van die strook gevoude karton om dit los van die res van die vel karton te knip.
4. Sy modelleer die strook vierkante in 'n geut met vier laterale vlakke. Dan plak sy die buitenste rande vas.

5. Sy knip die stuk karton los wat oorgebly het nadat sy die strook afgeknip het. Dit is ongeveer vierkantig en sy hou dit oor die bokant van die geut. Dan trek sy die omtrek van die geut se opening af op die oorskietkarton, en knip dit effens groter uit.

6. Sy vou die rande van die vierkante op die lyne van die opening wat sy afgetrek het. Dan knip sy die hoeke weg en plak die vertikale vlakke vas. Sy herhaal die proses om nog 'n sluitstuk vir die ander kant van die geut te maak.

OPSOMMING

STRATEGIE: Sy maak die laterale vlakke as 'n geheel en maak dan presiese sluitstukke.

FOKUS: Geïntegreerd.

METING: Objektiewe meting om die grootte van die eerste deel te bepaal, dan sinvolle hanteer-en-skat meting.

VORM VAN DIE HOUER: 'n Netjiese kubus.

Bylaag 1.5 VOORBEELD VAN GEHEELSTRATEGIE MET WISSELENDE FOKUS

STRATEGIE: GD

SEUN (Robin)

GRAAD 1 Skool B

VERWYSINGSVOORWERP: Horlosie



1. Die karton lê in portretposisie voor hom. Hy sit die horlosie eenkant en trek 'n liniaalbreedte lyn dwarsoor die karton aan die bokant. Dan trek hy 'n lyn van omtrent 15cm lank vertikaal aan die linkerkant van die vel karton. Hy sit en kyk wat die ander doen.
2. Die ander kinders vou almal. Hy draai die karton in landskapposisie en vou dit in derdes: eers die regterkant na binne toe, dan die linkerkant. Dan draai hy weer die karton 90 grade en vou 'n smal rand. Hy herhaal die proses aan die teenoorstaande kant van die karton. Die smal rande staan vertikaal. Hy bekyk dit en vou ook aan die ander twee kante van die karton sulke smal rande. Die karton is nou baie dik.
3. Hy vou die vel karton weer heeltemal oop en sit en dink. Hy trek die regterkant van die vel karton boontoe, maar laat sak dit weer. Hy is so onseker dat hy ander kinders na-aap en die hoeke aan die een kort sy van die vel karton binnetoe vou soos die punt van 'n papiervliegtuigie. Hy vou egter die punte weer uit.
4. Hy hou die vel karton in landskapposisie en knip 'n strook karton af van onder na bo, waarskynlik op een van die baie voulyne. Hy vou twee smal vertikale vlakke aan die lang sye van die strook karton.

5. Hy knip nog 'n strook van die vel karton af. Hierdie strook het reeds 'n voulyn aan die een kort kant, sodat 'n vlak ondertoe hang as hy dit vashou. Hy modelleer die tweede strook bo-oor die lang vlak geut wat hy in (4) gemaak het. Hy is tevrede dat dit die geut sal toemaak en plak dit so vas. Hy druk nog 'n voulyn aan die ander kort kant van die deksel, sodat dit ook 'n wye geut vorm wat die bokant en oop punte van die eerste geut bedek.

OPSOMMING

STRATEGIE: Hy vou die karton herhaaldelik en probeer vertikale vlakke vorm. As hy stroke afsny gee dit die indruk dat hy met 'n kleiner stuk wil werk. Hy maak die eerste geut doelgerig, maar die tweede geut op grond van die feit dat die een vlak toevallig vertikaal hang.

FOKUS: Sy fokus wissel tussen denkbeeld en material. Hy gee nooit weer enige gedagte aan die horlosie nie.

METING: Geen meting.

VORM VAN DIE HOUER: 'n Reghoekige prisma.

Bylaag 1.6 VOORBEELD VAN GEHEELSTRATEGIE MET VOORWERPFOKUS

STRATEGIE: GE

DOGTER: (Kay)

GRAAD 7 Skool B

VERWYSINGSVOORWERP: Horlosie



1. Die vel karton lê in portretposisie voor haar. Sy sit die horlosie regop, en omtrent 10cm van die onderste rand van die vel karton af neer. Die gesig van die horlosie wys na haar toe. Sy lig die onderste rand van die karton op en dan ook die boonste rand, sodat dit 'n geboë geut om die horlosie vorm.
2. Sy druk voumerke in die karton op die boonste, agterste rand van die horlosie en beduie aan 'n maat dat sy die karton op daardie lyn gaan deursny. Die maat doen die knipwerk.
3. Kay modelleer weer 'n geronde geut, die keer om die linker-en regterkante van die horlosie en druk voumerke op die boonste rande. Die maat knip stroke karton af op die lyne van die voumerke, sodat die geut wat oorbly net so hoog soos die horlosie is.
4. Kay modelleer weer 'n geronde geut om die linker-en regterkante van die horlosie. Terwyl die maat die karton in 3D vashou, knip Kay 'n spleet van bo na onder by die een hoek aan die regterkant van die horlosie. Die maat knip 'n spleet by die ander hoek aan die regterkant. Dan laat sak hulle die karton en knip van die aangrensende laterale vlakke af om die hoeke uit te sny. Hulle herhaal die hele proses aan die linkerkant van die horlosie, sodat hulle met 'n kruis eindig. Die horlosie is die hele tyd op die karton terwyl hulle werk.

5. Kay druk voulyne in rondom die basis van die kruis. Dan modeleer hulle weer die houer om die horlosie en plak die vertikale vlakke aanmekaar vas. Die houer pas so styf om die horlosie dat die horlosie nie kan uit nie.

6. Kay vra: "Do you have to be able to hold it when you pick it up?"

Navorsers: "No. It does not need to have a handle, but I want it closed all around. I want it packaged."

Hulle plak die oop houer direk aan die bokant van die horlosie vas en tel dan die horlosie en houer aan die handvat van die horlosie op.

7. Hulle draai nog 'n strook karton om die vertikale vlakke van die horlosie in die houer en plak dit vas. Dan maak hulle 'n deksel met 'n gleuf vir die handvat van die horlosie, en plak dit bo-op die horlosie vas.

OPSOMMING


STRATEGIE: Kay knip oortollige karton weg uit die geheel om die houer te vervaardig.

FOKUS: Haar fokus is op die voorwerp. Sy werk in 3D en maak die houer toe. Sy slaag tog daarin om struktuur aan die houer te gee.

METING: Direkte hanteer-en-skat meting.

VORM VAN DIE HOUER: Reghoekige prisma.

Bylaag 1.7 VOORBEELD VAN GEHEELSTRATEGIE MET GEÏNTEGREERDE FOKUS

<p>STRATEGIE: GF</p> <p>SEUN (Ryan)</p> <p>GRAAD 7 (Skool B)</p> <p>VERWYSINGSVOORWERP: Speelgoedkarretjie</p>

<p>1. Die kerton lê in portretposisie voor hom. Hy tel die karretjie op en meet sy lengte en hoogte met die liniaal. Dan begin hy 'n klein reghoek in die regter onderste hoek van die vel kerton teken, maar los dit amper dadelik en draai die vel kerton in landskapposisie.</p>
<p>2. Hy sit die karretjie in sy lengte parallel met die linkerkantste rand van die vel kerton. Hy lig die linkerkantste rand van die kerton langs die karretjie op, sodat die rand van die kerton so hoog soos die dak van die karretjie is. Hy druk 'n voulyn in al langs die karretjie, terwyl hy die karretjie na die boonste rand van die vel kerton laat loop. Hy hou sy liniaal onder die karretjie om 'n skerp, reguit voulyn te maak.</p>
<p>3. Hy draai die kerton in portretposisie, sodat die rand met die voulyn in naaste aan hom is. Hy sit weer die karretjie langs die rand van die kerton neer en lig die kerton op. Dan laat sak hy die kerton en meet die lengte van die karretjie wat hy in (1) gemeet het, af aan die linkerkant van die vel kerton. Hy maak 'n potloodmerkie, en meet dan dieselfde lengte af, op dieselfde hoogte, aan die regterkant van die vel kerton.</p>
<p>4. Dan maak hy 'n voulyn aan die linkerkant van die vel kerton. Hy vou teen sy liniaal, tot omtrent in die helfte van die vel kerton.</p>
<p>5. Hy draai die vel kerton in landskapposisie, sodat die rand wat hy in (4) gevou het, naaste aan hom is, en mik om te sny. Hy sit 'n rukkie so en kyk, draai dan weer die vel kerton terug in portretposisie en voltooi die voulyn oor die boonste helfte van die kerton.</p>

6. Dan maak hy 'n snit van die onderste rand van die karton af op die voulyn by die linkerhoek. Hy modelleer die linker en onderste vlakke vertikaal, met die hoekflap ingevou teen die onderste vertikale vlak. Hy sit en kyk, en maak dan die voulyn van die hoekflap skerper.
7. Terwyl hy besig is om 'n skerper voulyn te maak by die hoek, tel hy op sy vingers: eers een, twee, drie, dan weer een, twee, drie, tot by ses. Hy bevestig die telling van ses deur sy hande wat ses vingers wys, 'n slag op en af te beweeg.
8. Hy verskuif sy aandag na die regter onderste hoek. Hy maak 'n potloodmerkie op die voulyn van die onderste rand, om aan te dui hoe diep hy die regtervlak gaan vou. Dan maak hy 'n voulyn aan die regterkant van die vel karton, oor die lengte van die karton, al langs sy liniaal.
9. Hy draai die karton in landskapposisie, sodat die oorblywende rand van die vel karton naaste aan hom is. Hy maak 'n voulyn op dieselfde manier.
10. Hy draai weer die vel karton, sodat die hoek wat hy in (7) geknip het weer links onder is. Hy maak 'n snit by die regter onderste hoek en vou die onderste rand vertikaal. Hy plak die linker onderste hoek vas.
11. Hy meet met sy liniaal aan die binnekant van die onderste vertikale rand, en merk met sy vinger 'n lengte van ongeveer 15cm. Daar maak hy 'n snit van die onderste rand van die karton af na die voulyn toe. Met sy liniaal trek hy nou 'n lyn om die snitlyn te verleng oor die lengte van die karton. Hy trek die lyn egter net solank as wat die liniaal is, en stop omtrent 10cm voor die boonste voulyn. Van daar af trek hy 'n horisontale lyn na die linkerrand van die karton.
12. Hy knip die reghoek wat hy in (11) gevorm het uit. Die reghoek behou dus die linker onderste hoek en die voulyne wat die onderste en linkervlakke definieer. Hy meet aan die regterkantste rand van die reghoek 'n vlak van dieselfde breedte as die aan die linkerkant. Hy onthou die mate, maar maak seker deur die breedte aan die linkerkant weer te meet. Hy maak merkies op twee plekke en trek dan die lyn met sy liniaal. Hierdie keer sit hy die liniaal eenkant en maak die voulyn op die potloodlyn. Hy gebruik die liniaal weer om die voulyn skerp te maak.
13. Dan maak hy 'n snit by die regter onderste hoek en plak die hoekflap ook teen die onderste vertikale rand vas. Die houer het op hierdie stadium twee gevormde hoeke, sodat 'n vertikale vlak aan die een kort sy gevorm word. Die rigiditeit van die karton veroorsaak dat die ander twee vertikale sye plat lê weg van die hoeke af.

- 14 Hy sit met die houer op sy skoot, die twee hoeke en vertikale vlak teen sy lyf. Die basis van die houer is nog so lank soos sy liniaal. Hy sit die liniaal op die basis van die houer en sit vir lank so en dink. Dan druk hy die twee lang vlakke aan die linker-en regterkante vertikaal op die voulyne.
15. Hy sit die houer op die vloer neer, sodat die twee hoeke aan sy regterkant is. Hy sit die liniaal in die breedte van die houer neer, omtrent so ver van die vertikale vlak af as wat die basis van die houer breed is. Hy lig die gedeelte met die hoeke op en oor die liniaal, soos die deksel van 'n tas. Hy druk 'n ligte voulyn al langs die liniaal.
16. Hy tel die houer op en maak 'n snit aan die een lang vertikale vlak, van die kant af tot by die voulyn. Hy roteer die houer 180 grade en herhaal die proses aan die ander lang vertikale vlak. Hy modelleer die nuwe deel vertikaal.
17. Die lang vertikale vlakke op die z-as is nou in twee verdeel en die twee dele ontmoet teen 'n hoek van 90 grade. Hy merk die hoogte van die vertikale vlakke op die z-as af teen die vertikale vlakke op die y-as. Daar maak hy snitte en 'n voulyn, sodat 'n agterste vertikale vlak op die x-as gevorm word, asook 'n deksel. Hy plak die hoeke vas.
18. Hy vou die deksel oor, en maak dit oop en toe. Dan sit hy die karretjie in die houer en vou die syvlakke van die deksel skerper, sodat dit binne-in die houer pas soos 'n pastei-boks. Hy sit die voorkant van die houer en bekyk. Die deksel van die houer het net syvlakke en nie 'n derde vlak wat vertikaal oor die voorkant van die houer pas as die deksel toe is nie. Hy knip 'n T-vormige stabiliseerder uit 'n stuk oorskietkarton, vou dit waar die asse sny, sodat die voulyn in die lug staan. Hy plak dit vas in die middel van die houer en balanseer die karretjie daarop, sodat dit nie rondskuif nie. Hy wys sy tevredenheid met sy duim in die lug.

OPSOMMING

STRATEGIE: Ryan vervorm een stuk karton om 'n gestruktureerde houer te maak.

FOKUS: Sy fokus is geïntegreerd, alhoewel die houer groot is vir die karretjie. Hy het die hoogte van die houer pas gemaak vir die hoogte van die karretjie.

METING: Hy gebruik objektiewe meting sowel as sinvolle hanteer-en-skat meting om die dele van die houer te maak.

VORM VAN DIE HOUER: Suksesvolle reghoekige prisma. Volgens Ryan "a pie box".

ONDERHOUD:

Navorsers: "Can you describe your box to me?"

Ryan: "How I made it, or just describe what it is?"

Navorser: "Pardon?"

Ryan: "How I made it, or just describe what it is?"

Navorser: "Yes, how you made it."

Ryan: "Well, first of all, I took the measurements of the car, the height and how long it was, and then I made the walls...the walls...the walls of the box at the sides 1cm bigger than the car [shows the car inside the box]..ahh..1cm higher than the car...ahh...and I made the box's floor a little, quite a little bigger. But I was going to stick this thing under the wheels, on the floor, so it wouldn't move around, and ahh..., basically it is just a lot of measuring, a lot of folding and a lot of cutting."

Navorser: "You sat for quite a while thinking. What were you thinking about?"

Ryan: "Mmmm"

Navorser: "What was the problem you had?"

Ryan: "Well, number one, I was going to make one the size of this [shows whole sheet of card board], then I thought, no, that was really going to be a hassle [laughs] and it would not be exactly the right size for this [shows car]. So I just decided to take a few measurements and cut it ...smaller...and just make it like this [shows box]."

Navorser: "And what type of box does that make you think of? Where else have you seen a box like that?"

Ryan: "Pie boxes."

Navorser: "Ja!"

Later:

Navorser: "OK. Ryan, while I am talking to the others, can you try on the piece of cardboard that is left, to imagine what your box would look like, open, now, and draw that for me?"

Ryan: "[Moves hands way from each other, palms to the top] But it's too big."

Navorser: "Ja, you don't need to draw it the right size. If you had to, now, make a box like that again, and you just want to draw, cut and fold it over, can you imagine what you had to draw?"

Ryan: "Draw...like a plan of this?"

Navorser: "Mmm... a plan of that. Can you try?"

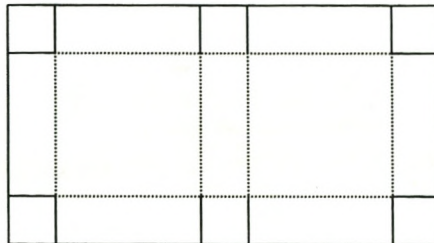
Ryan: “ ... Yeah, I can.”

Later:

Navorser: “OK. Tell me, who of you...when I said at first make the box, what picture did you have in your mind? Make a container...did you have *that* picture in mind...it didn't develop to that?”

Ryan: [Shakes head vigorously to indicate a picture in the mind, and not development of the picture in the mind].

Ryan se net vir sy houer:
Sny op die vol lyne; vou op die stippellyne.



BYLAAG 2: VOORBEELDE VAN DEELSTRATEGIEË

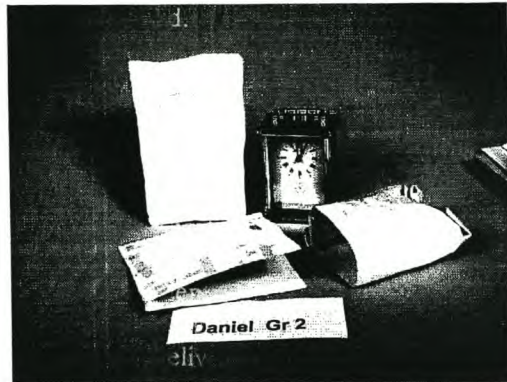
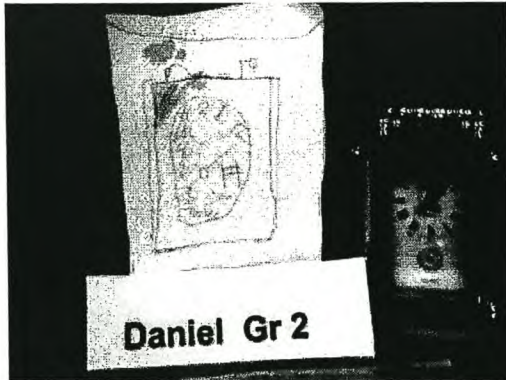
Bylaag 2.1 VOORBEELD VAN DEELSTRATEGIE MET VOORWERPFOKUS

STRATEGIE: DAA

SEUN (Daniel)

GRAAD 2 Skool B

VERWYSINGSVOORWERP: Horlosie



1. Die vel karton lê in landskapposisie voor hom. Met die skêr in sy hand, sit hy die horlosie plat op sy sy in die middel van die vel karton neer, sodat die gesig na bo wys. Dan haal hy die horlosie van die karton af en sit en rondkyk.
2. Hy neem sy liniaal en teken 'n reghoek waar die horlosie gelê het. Hy sit die horlosie regop agter die vel karton neer.
3. Dan knip hy 'n strook karton af, langs die y-as van die vel karton, links van die reghoek. Hy knip ook van die regterkant van die vel karton na die reghoek toe, sodat die deel waarop die reghoek geteken is, los kom van die res van die vel karton. Dan knip hy die reghoek op die lyne uit. Die rugkant van die horlosie val af, en hy vra hulp om dit reg te maak.
4. Hy teken die gesig van die horlosie op die reghoek wat hy in (3) uitgeknipt het. Hy teken ook 'n rand bo-aan die reghoek, sodat die skets die horlosie in perspektief voorstel. Hy sit en rondkyk. Die navorser vra: "Are you making me a container for the clock?" Hy antwoord: "Ja", en gaan voort met sy tekening.

5. Hy pas die horlosie op die tekening. Die uitgeknipte reghoek is rondom omtrent 3cm groter as die horlosie. Met sy hand nog op die horlosie sit hy en kyk na Dale, wat ook sy voorwerp geteken het en nou die karton probeer vervorm op grond van die tekening. Hy haal die horlosie van die reghoek af en teken met sy liniaal 'n horisontale lyn, omtrent waar die onderkant van die horlosie was. Hy sit gefassineerd en kyk hoe Dale nou sy uitgeknipte tekening om die voorwerp rol.
6. Lillian aan sy regterkant is klaar, en hy gee haar raad hoe om 'n deksel vir haar houër te maak. Hy demonstreer met handbewegings en met 'n stuk van sy oorskietkarton. Hy neem sy skêr en die oorskietkarton om self daarmee te werk, maar sit dan weer en kyk wat Dale doen. Die navorser sê: "You are welcome to ask for help. Ask your friends what they think of your plan." Hy sit steeds verlore en rondkyk. Sy potlood is weg en hy staan op en draai rond om na die potlood te soek. Hy gaan haal 'n nuwe, heel vel karton.
7. Hy sit die vel karton in portretposisie voor hom neer en kyk weer rond. Sy aandag dwaal en hy lees watter soort potlood hy het hardop uit. Dan vergelyk hy en Haydn eers hulle potlode. Hy teken weer 'n reghoek in die middel van die vel karton. Sy aandag word telkens afgelei deur wat die ander kinders doen.
8. Hy sit sy liniaal in sy mond en kyk na die strepe wat hy getrek het. Hy sê: "Oh no...Haydn, Help me."
Haydn sê: "Fold it."
Daniel: "How?"
Haydn beduie hoe om te vou soos hy gedoen het (plat koevert)
9. Daniel: "OK. First like this."
Hy teken vryhand 'n groterige reghoek, omtrent 20cm by 15cm, dwars oor die vel karton, aan die bokant van die karton. Hy knip die reghoek uit. Hy sê: "Let's hope this works."
Haydn: "Mine is going to work"
Daniel: "But it looks like a sticky board." (Haydn se hele koevert is vol kleefband).
Dan sê hy vir Lillian aan sy regterkant (oop skinkbord): "Yours works."

<p>10. Terwyl hy knip, kyk hy hoe Haydn sy kers in sneespapier toedraai. Dan neem hy die reghoek wat hy uitgeknipt het en pas dit bo-op 'n ander, groter reghoek wat tydens die knippery afgeval het. Hy sien die reghoeke is omtrent ewe breed, en knip 'n strook van die afvalreghoek af, sodat die twee reghoeke ewe groot is.</p> <p>Nou sê hy: "I know how to do this."</p>
<p>11. Terwyl hy nog steeds rondkyk wat ander kinders doen, plak hy die twee reghoeke plat op mekaar vas. Hy kyk na Haydn wat sy toegedraaide kers in die koevert probeer inprop en sê: "Do you think the clock will fit in here? I don't think the clock will fit in here"...."I don't know what mine's gonna look like."</p>
<p>12. Hy sukkel om die kleefband te plak, en vra vir Haydn: "Haydn what is your best food?" Die gesprek gaan verder oor kos en ander kinders praat saam.</p>
<p>13. Na 'n lang ruk van plak en gesels sê Daniel: "I don't know if this clock will actually fit into here. Haydn, Haydn, you know that thing that you packed in there, it will just get broken in the packet....cause it is so fat".</p> <p>Later sê hy vir Lillian wie se houer nou 'n deksel het, "That looks good....She's best."</p>
<p>14. As hy die koevert aan al vier kante toegeplak het, sê hy moedeloos: "What am I doing! Haydn, tell me what I'm doing!". Hy kyk moedeloos na Haydn wat besig is om sy gapende koevert toe te plak, staan dan op en gaan haal 'n hand vol sneespapier.</p>
<p>15. Hy pak die horlosie in sneespapier toe, met baie gesels tussen-in. Hy vra Haydn se hulp om die sneespapier om die horlosie vas te plak. Hy probeer die horlosie in die koevert sit, maar daar is duidelik nie ruimte nie. Hy vra Haydn om die koevert vit hom oop te hou. Lillian hou die koevert oop en hy probeer weer die horlosie daarin sit, die keer sonder die sneespapier.</p> <p>Hy gee op en sê: "I done a big mistake here, Haydn, a big one."</p> <p>Haydn: "It's not too bad."</p> <p>Daniel: "Well, it's bad for me."</p>
<p>16. Terwyl die ander besig is om op te ruim, neem hy 'n strook afval karton en rol die horlosie daarin toe. Hy sit en rondkyk terwyl hy die karton om die horlosie vasdruk. Dan vra hy weer hulp van Haydn met die plakkery. Twee ander kinders help hom. Hy vou die punte van die karton in en sê: "This may work. I don't know if it will but it may work."</p>

17. Aan die ander punt is die karton nie lank genoeg om toe te vou nie.

Hy sê moedeloos: “ Oh no.”

Een van die seuns wat hom gehelp het in (16) neem ‘n strook afvalkarton en hou dit vertikaal voor die opening.

Hy kyk, maar sê: “But I’m trying to do this, Dale” terwyl hy weer die karton by die een punt probeer invou. Dale hou die karton vas, terwyl hy kleefband knip en die karton vasplak.

18. Die ander het al opgeruim, hy forseer nog die karton plat. “This thing is exactly not working” sê hy. Hy kla oor die kleefband wat losgaan. Dan neem hy ‘n stuk afval karton en trek dit vertikaal om die oorblywende oop kant. Hy knip die stuk karton kleiner tot dit min of meer pas en plak dit oor die oop kant.

OPSOMMING

STRATEGIE: Hy vervaardig een deel asof dit die hele houer moet vorm. Wanneer dit nie geluk nie, vervaardig hy nog so ‘n deel en heg die twee plat aan mekaar soos ‘n koevert. Aan die einde, toe die horlosie nie in die koevert wil gaan nie, draai hy die horlosie toe. Hy sê hy is nie tevrede met sy houer nie.

FOKUS: Hy fokus op die stimulusvoorwerp tot in die mate dat hy die voorwerp teken en uitknip. Dan na-aap hy Haydn, maar keer terug na die voorwerp wanneer dit nie geluk nie. Sy doel aan die einde is om die horlosie toe te maak.

METING: Manipuleer en skat meting.

VORM VAN DIE HOUER: Onsuksesvol, plat reghoekige koevert.

FAKTORE WAT AANLEIDING GEE TOT MISLUKKING: Hy hanteer die houer as ‘n geheel. Hy kan nie die vertikale vlakke vervaardig nie, trouens, dit lyk asof hy nie bewus is dat die vertikale dimensie bestaan nie. Hy kan nie die eise van die medium waarin hy werk onderskei van die eise van teken as medium nie.

Bylaag 2.2 VOORBEELD VAN DEELSTRATEGIE MET VOORWERPFOKUS

STRATEGIE: DA

SEUN (Lex)

GRAAD 3 Skool C

VERWYSINGSVOORWERP: Kersblaker



1. Die karton lê in portretposisie voor hom. Hy meet die hoogte van die kersblaker met sy liniaal en trek dan 'n lyn van dieselfe lengte vertikaal teen die onderste rand van die vel karton. Hy sug en sit met sy hand onder sy ken en rondkyk.

Die navorser sê: "Daar is nie 'n regte of verkeerde manier nie, hoor. Jy maak hom soos jy dit indink."

2. Hy teken met sy potlood en liniaal 'n reghoek aan die onderkant van die karton, omtrent in die middel en sit die blaker op sy sy op die reghoek neer. Die blaker pas knap in die reghoek. Hy sit weer die saak en bekyk. Met die blaker nog steeds op sy sy op die reghoek, maak hy 'n merkie op die reghoek waar die blaker se voetstuk is. Hy haal die blaker af en teken versigtig twee bogies by die onderste hoeke van die reghoek om die voet van die blaker aan te dui. Hy sit en kyk en knip dan die vorm uit.

3. Hy roteer die vel karton 180 grade. Dan gebruik hy die vorm wat hy in (2) uitgeknip het as gids en teken nog so 'n vorm aan die teenoorstaande kant van die vel karton. Hy knip die vorm uit.

4. Hy hou een vorm in elke hand tussen sy duim en ander vingers vas en druk dit dat die vorms buig. Hy hou die vorms so geboë weerskante van die blaker, en tel die blaker tussen die vorms op. Die vorms is te smal om die blaker rondom toe te maak. Hy sit die vorm in sy regterhand neer en hou die vorm in sy linkerkant nog teen die blaker vas. Hy lig die blaker effens hoër sodat die basis van die blaker en die deel van die vorm waaruit hy die bogies geknip het, ooreenkom.

5. Hy sit die blaker neer en vou 'n smal rand in die kartonvorm waar die bogies uitgeknipt is. Hy herhaal dit met die tweede vorm ook. Dan buig hy die randjies van die karton oop, sodat die smal randjies 'n voetstuk vir die res van diestukkige karton vorm. Hy skuif die vorms weerskante van die blaker in, sodat die gevoude randjies onder die voetstuk van die blaker inskuif. Hy druk die vorms weer sodat dit die ronding van die blaker volg.
6. Hy gebruik een van die vorms as gids en teken nog so 'n vorm wat hy uitknip en op dieselfde manier vou as in (5). Dan hou hy al drie die vorms rondom die blaker vas, sodat die randjies van die vorms onder die voetstuk van die blaker ingeskuif is. Die drie vorms bedek die blaker rondom.
7. Dan plak hy twee van die vorms aan mekaar vas, pas dit weer om die blaker en heg dan die derde vorm ook aan. Dan plak hy die vorms vas rondom die blaker en druk die randte stewig onder die voetstuk van die blaker in. Hy het dus nou 'n silindriese bedekking wat styf om die blaker pas, die vorm van die blaker namaak en bo en onder oop is.
8. Hy kry raad van die seun langs hom: "Maak 'n ronde ding vir onder", maar hy kom nie so ver nie en handig die toegeplakte blaker in.

OPSOMMING

STRATEGIE:

Hy vervaardig dele wat hy om die voorwerp moet modelleer.

FOKUS: Hy volg die vorm van die houer nou na, beide in die ontwerp van die dele van die houer en in die manier waarop hy die karton druk om die rondings van die voorwerp te volg. Dit lyk asof sy oorheersende doel is om die kante van die voorwerp te bedek, eerder as om 'n houer te maak waarin hy die voorwerp kan sit.

METING: Hy meet die hoogte van die voorwerp objektief en teken dan 'n reghoek van dieselfde hoogte. Verder maak hy net van hanteer-en-skat meting gebruik om nog dele te vervaardig.

DENKBEELDING: Hy pas die reghoek op sy sy op die kartonreghoek, wat 'n denktransformasie van die voorwerp relatief tot die houer impliseer.

VORM VAN DIE HOUER: Onsuksesvol, silindries, bestaande uit drie laterale dele. Die houer is egter nie suksesvol nie, aangesien dit nie los van die voorwerp bestaan nie.

FAKTORE WAT AANLEIDING GEE TOT MISLUKKING: Sy behoefte om 'n houer te maak wat die vorm van die voorwerp te getrou volg. Hy abstraheer dus nie die denkbeeldige vlakke om die voorwerp op 'n manier wat integrasie van dele om 'n houer te vorm toelaat nie. Hy modelleer oormatig in 3D en is nie in staat om die houer los van die voorwerp te vervaardig nie.

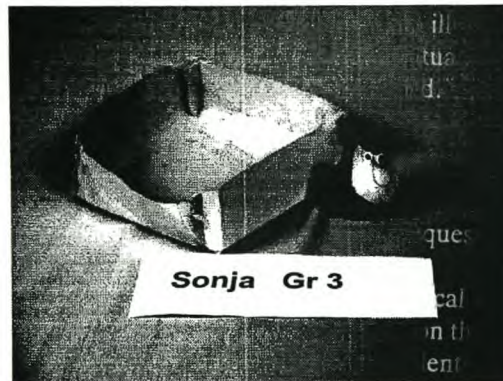
Bylaag 2.3 VOORBEELD VAN DEELSTRATEGIE MET DENKBEELDFOKUS

STRATEGIE: DB

DOGTER (Sonja)

GRAAD 3 Skool C

VERWYSINGSVOORWERP: Voëltjie



1. Die vel karton lê in portretposisie voor haar. Die voëltjie staan langs die karton. Sy trek dadelik die twee hoekpunte naaste aan haar sodat dit in die middel van die vel karton aanmekeer raak, maar laat sak dit dan weer. Sy sit die voëltjie in die middel van die vel karton neer en sit en kyk. Dan tel sy die rand van die karton naaste aan haar op, maar laat sak dit weer. Marlise (aan haar regterkant) begin met potlood en liniaal 'n groterige reghoek om haar voorwerp trek. Sonja na-aap haar, maar trek net 'n horisontale lyn tussen haar en die voorwerp. Dan sit sy weer en dink.
2. Sy sit die voëltjie op sy sy neer en sit weer en dink. Dan lig sy die linkerste rand van die karton na bo, bekyk dit, maar laat sak weer die karton. Sy kyk wat Marlise doen. Dan lig sy weer die onderste rand van die karton op, maar laat sak dit en sit haar vingers in haar mond.
3. Sy draai die vel karton met die voëltjie daarop dat dit in landskapposisie voor haar lê. Sy tel die linkerkant van die karton weer op en trek dit bo-oor die voëltjie. Dan trek sy 'n horisontale lyn aan die bokant van die vel karton, sodat die voëltjie tussen haar en die lyn is. Sy sit en kyk en lig dan weer die onderste rand van die karton op en laat dit sak.
4. Sy sit die liniaal vertikaal aan die linkerkant van die voëltjie neer en sit en dink. Sy haal die liniaal af en sit en kyk wat die seuns doen. Sy begin om die vel karton weer te roteer, maar laat dit dan weer in landskapposisie voor haar lê. Dan roteer sy dit tog sodat die karton in portretposisie voor haar lê. Sy trek 'n lyn dwarsoor die karton tussen haar en die voëltjie. Daar is nou 'n reghoek om die voëltjie geteken. Sy sit met haar potlood in die mond.

5. Dan lig sy weer die onderste rand van die karton op, laat sak dit effens, maak 'n ingedagte vee-beweging met haar handrug oor die karton waar dit van die vloer af lig. Dan begin sy 'n voulyn indruk op die potloodlyn wat sy in (4) getrek het. Sy voltooi egter nie die voulyn nie en vee die potloodlyn uit.
6. Sy roteer weer die vel karton sodat dit nou in landskapposisie voor haar lê. Dan trek sy 'n wye reghoek om die voëltjie wat op die klein reghoek staan. Die groot reghoek is omtrent 10cm kleiner as die karton aan al die kante. Sy kyk na Marlise wat besig is om randte te vou om 'n uitgeknipte reghoek. Dan knip sy op die lyn aan die regterkant van die vel karton, sodat 'n strook karton afval.
7. Sy lig die linkerkant van die vel karton op en trek dit bo-oor die voëltjie wat nog steeds op die karton staan. Sy laat sak weer die vel karton, en sit en dink met die skêr in haar hand. Dan mik sy om die strook aan die linkerkant van die karton af te knip, maar sit vir 'n lang ruk met haar skêr oop teen die rand van die karton voor sy begin knip.
8. Sy gaan huiwerig voort om die ander twee stroke wat oorbly ook af te knip. Sy sit die voëltjie nou regop in die middel van die groot reghoek neer. Terwyl sy die reghoek wat sy uitgeknipt die heelyd roteer sodat die rand waaraan sy werk naaste aan haar is, vou sy aan die kort kante van die reghoek twee vertikale vlakke.
9. Sy wil die proses aan die lang sye van die reghoek herhaal, maar kry eers raad by Marlise hoe om die hoeke te hanteer. Sy teken met haar potlood twee kort lyne op die voulyne van die een paar vertikale vlakke en knip dan splete op die lyne. Dan fluister sy weer iets vir Marlise.
10. Sy vou die vertikale vlak aan die een lang sye van die reghoek en vou die hoekflappe om teen die aangrensende vlakke. Die vertikale vlakke aan die lang kante is hoër as die vertikale vlakke aan die kort kante en sy vou laasgenoemde dubbeld om die aangrensende vertikale vlakke ewe hoog te maak. Sy het nou 'n vlak oop skinkbord, maar die hoeke is nog nie klaar afgewerk nie.
11. Die skinkbord lê in landskapposisie voor haar. Sy druk met haar skêr se punt op die skinkbord, en sit so en dink. Dan knip sy op die voulyn sodat die linkerkantste vertikale vlak afval. Sy knip 'n spleet om 'n nuwe hoek aan die linkerkant te vorm. Sy gaan voort om die hoeke aan die linkerkant heeltemal uit te knip en die aangrensende vertikale vlakke aanmekaar vas te plak. Sy knip die hoeke aan die regterkant ook uit en plak die aangrensende vertikale vlakke aanmekaar vas.
12. Dan snipper sy al in die rondte 'n strook aan die bokant van die vertikale vlakke af om al vier vlakke ewe hoog te kry.

13. Sy knip 'n reghoek om 'n deksel te vorm, maar dit is te klein. Sy verleng die reghoek, maar laat vaar op die ou end die deksel en gee die oop vlak skinkbord in.

OPSOMMING

STRATEGIE: Besliste DA strategie, alhoewel sy dalk meer bewus is van die basis as 'n posisie as 'n deel. Sy maak van kinestetiese denkbeelding gebruik, beide deur die karton op te lig en ander handbewegings om te beplan wat om te doen. Sy is baie onseker, selfs nadat sy die basis en die omranding geteken het.

FOKUS: Alhoewel sy denkbeeldfokus toon, het sy probleme om die denkbeeld in te span om doelgerig te werk. Sy hou die voëltjie byderhand asof sy die posisie van die basis van die houer so wil verseker. Sy maak 'n houer wat die voorwerp kan ontvang, eerder as om die voorwerp te bedek.

METING: Manipuleer en skat meting word gebruik om die grootte van die houer te bepaal. Sy verklein wel haar houer aan die einde, maar nie sodat die grootte van die houer intensioneel by die grootte van die voëltjie pas nie.

VORM VAN DIE HOUER: Suksesvol. Vlak, oop, reghoekige skinkbord.

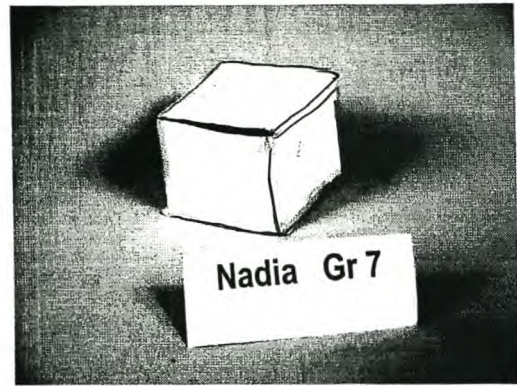
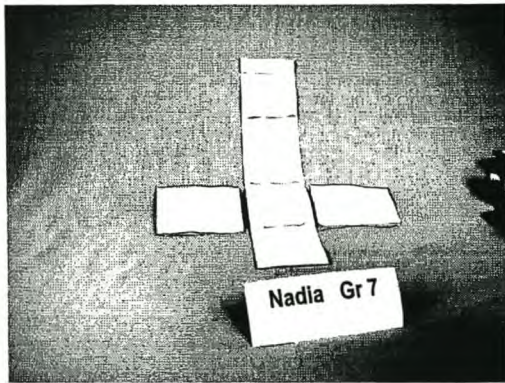
Bylaag 2.4 VOORBEELD VAN DEELSTRATEGIE MET GEÏNTEGREERDE FOKUS

STRATEGIE: DC

DOGTER (Nadia)

GRAAD 7 Skool A

VERWYSINGSVOORWERP: Horlosie



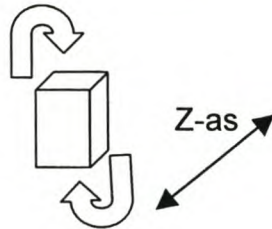
1. Sy werk by haar tafel. Die karton lê in landskapposisie voor haar. Sy sit die horlosie so 10cm weg van die linkerkant van die vel karton neer, regop, en sodat die gesig van die horlosie na regs wys. Sy gebruik haar liniaal om netjies reguit lyne aan die linkerkant en bokant, teen die basis van die horlosie te trek. Sy pas die horlosie versigtig in die hoek wat deur die twee lyne gevorm word, en trek dan die lyne onder en regs van die horlosie om 'n reghoek te voltooi.
2. Sy kantel die horlosie op sy sy na haar toe en maak potloodmerkies waar die boonste rand van die horlosie die karton raak. Sy sit weer die horlosie regop en trek 'n reghoek met haar potlood en liniaal. Sy kantel weer die horlosie op sy sy om te toets of die reghoek die regte grootte is.
3. Sy sien dat daar nie nog plek onder die tweede reghoek is nie en draai die karton in portretposisie. Sy vee die twee reghoeke uit en begin voor. Sy trek weer 'n reghoek, omtrent 1cm wyer as die basis van die horlosie, aan die bokant van die karton. Sy hou die horlosie in posisie, gesig na haar regterkant, terwyl sy werk. Dan kantel sy die horlosie na haar toe, sit die horlosie weer regop op die eerste reghoek, en verleng die twee sye van die reghoek op die y-as van die karton. Daar is dus nou twee parallelle lyne van bo tot onder.

4. Sy kantel weer die horlosie na haar toe en merk die posisie van die onderste sy van die tweede reghoek. Dan sit sy die horlosie regop op die derde reghoek neer, en merk die onderste sy van die derde reghoek af. Sy kantel die horlosie om 'n vierde reghoek onder die ander af te meet en te teken.
5. Sy sit die horlosie regop op die eerste reghoek en tik met haar potlood een vir een op die reghoeke. Dan meet sy die breedte van die eerste reghoek met haar liniaal, en verleng die sy tussen die eerste en tweede reghoeke met dieselfde lengte na regs.
6. Sy verleng ook die onderste sye van die tweede en derde reghoeke met dieselfde lengte na regs. Dan trek sy 'n vertikale lyn aan die regterkant sodat twee reghoeke, van dieselfde grootte, aan die regterkant van die tweede en derde reghoeke gevorm word.
7. Sy begin knip aan die regterkant van die vierde reghoek en knip die lang strook met vier reghoeke uit. Die twee reghoeke aan die regterkant van die lang strook knip sy los van die strook.
8. Sy druk versigtig en akkuraat met haar liniaal die voulyne tussen die reghoeke in die lang strook. Dan sit sy die horlosie regop op die eerste reghoek neer en vorm die ander drie reghoeke om die horlosie langs die kante en bo te bedek. Die vierde reghoek is egter te lank en die struktuur om die horlosie is dus nie reghoekig nie. Sy druk die reghoek aan die bokant van die horlosie parallel met die horlosie, sodat die vierde reghoek, vertikaal aan die linkerkant van die horlosie, geboë staan.
9. Dan laat sak sy die reghoeke weer plat op die tafel en vou na skatting 'n smal rand aan die punt van die vierde reghoek. Sy druk die voulyn skerp met haar liniaal. Sy plak die buitenste randte van die strook reghoeke aan mekaar vas, sodat sy 'n toe geut het. Sy sit die horlosie regop in die geut, sodat die gesig van die horlosie oop is. Sy behou dus die oriëntasie van die horlosie tot die strook reghoeke wat sy ontwerp het.
10. Sy meet die breedte van die oop kant van die geut, kantel die geut met die horlosie daarin en meet die lengte van die opening. Sy teken 'n reghoek volgens maat en knip dit uit. Sy is egter onseker van die mates, want sy onderbreek haar knippery om die vel karton waarop die reghoek geteken is, voor die opening te hou.
11. Sy pas die uitgeknipte reghoek in die opening. Dit pas nie perfek nie, omdat sy nie akkuraat gemeet het toe sy die vierde reghoek verkort het in (7) nie. Die opening is dus nie presies reghoekig nie. Sy merk die dele wat verbysteek met haar potlood en trek dan met haar liniaal lyne om die reghoek te verklein. Dan plak sy kleefband aan die sye van die los reghoek en plak dit in die opening.

12. Sy sit die houer met die reghoek wat sy in (9) as sluitstuk vervaardig het as basis, op 'n stuk afvalkarton neer. Dan trek sy die basis af met behulp van haar liniaal, knip uit en plak in die laaste opening vas. Die horlosie word in die houer gesit, steeds volgens die oriëntasie wat sy in die begin bepaal het.

OPSOMMING

STRATEGIE: Sy vervaardig vier aangrensende vlakke aaneen in 'n lang strook. Die strook maak die houer toe deur die vlakke om die z-as van die horlosie te vou.



Die bo-en-onderkante en twee vertikale vlakke word dus bedek. Sy is aanvanklik besig om die volledige net te ontwerp, maar besef, sonder om te toets, dat sy die oorblywende vlakke op die verkeerde plekke ontwerp het en knip dit af. Die oorblywende vlakke is egter ook nie die regte grootte nie. Sy vervaardig bloot nog twee identiese reghoeke as die in die strook, terwyl die oorblywende twee vlakke groter is.

FOKUS: Geïntegreerd. Sy hanteer die voorwerp en die houer kanonies, dus bewus van die intrinsieke aansigte. Sy het egter 'n duidelike idee van wat sy wil doen, hou die grootte van die voorwerp in gedagte en hanteer die material suksesvol.

METING: Sy maak logiese en voldoende gebruik van hanteer-en-skat meting, sowel as objektiewe meting.

VORM VAN HOUER: Netjiese reghoekige prisma, waarvan die vlakke duidelik vertoon en geïntegreer is.

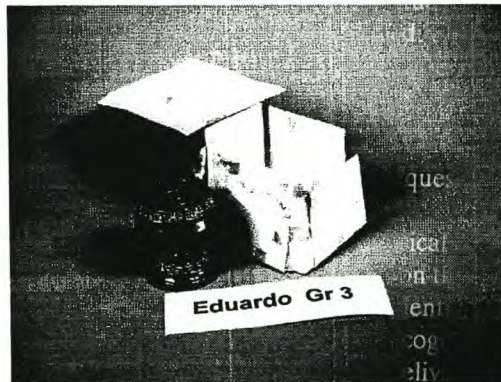
Bylaag 2.5 VOORBEELD VAN DEELSTRATEGIE MET FOKUS WAT WISSEL TUSSEN DENKBEELD EN VOORWERP

STRATEGIE: DD

SEUN (Eduardo)

GRAAD 7 Skool B.

VERWYSINGSVOORWERP: Kersblaker



1. Die karton lê in portretposisie voor hom. Hy sit en dink en trek dan 'n vryhandlyn van so 10cm lank loodreg op die onderste rand van die karton.
2. Hy sit en dink en meet dan die hoogte van die blaker met sy liniaal. Hy trek met sy potlood en liniaal 'n reghoek aan die onderste rand van die karton, Hy knip die reghoek uit. Hy kantel die blaker en hou dit op die reghoek om te pas. Die reghoek is langer as die blaker.
3. Hy neem die groot vel karton en knip vryhand 'n groterige reghoek uit, ongeveer 20cm by 15cm. Hy spandeer tyd daaraan om dun strokies al rondom af te snipper, klaarblyklik om die hoeke haaks te kry.
4. Hy kantel weer die blaker en pas dit in die regter onderkantste hoek van die reghoek wat hy in (3) uitgeknipt het. Dan skuif hy die blaker na die middel van die reghoek. Hy trek die karton vertikaal aan die voetkant van die blaker. Dan tel hy die blaker op en sit en bekyk die karton en die blaker. Hy sit die blaker weer op sy sy in die middel van die groot reghoek neer, maar verskuif dit dan weer na die klein reghoek wat hy in (2) gemaak het.
5. Hy knip die deel van die klein reghoek wat langer is as die blaker, af, en pas weer die blaker op sy sy daarop. Dan sit hy die blaker regop op die verkleinde reghoek neer. Hy leun die afgeknipte stukkie vertikaal teen die blaker.

6. Hy neem die groot reghoek wat hy in (3) gemaak het, en knip, sonder om te meet, 'n reghoek uit. Hy pas die reghoek op die verkleinde reghoek wat hy in (5) as basis gebruik het. Die nuwe reghoek is omtrent ewe breed, maar langer. Hy plak die twee reghoeke langs mekaar vas, sodat hulle kort kante raak. Hy plak die afgeknipte stuk in (6) aan die anderkant van die basis vas, sodat hy nou 'n strook van drie dele het. Hy vou op die heglyne sodat hy 'n oop geut vorm wat 'n basis en teenoorstaande vertikale vlakke vorm. Hy draai die geut, sodat die vertikale vlakke die voor-en agterkante van die houer vorm.
7. Dan knip hy sonder om te meet nog 'n reghoek uit die reghoek wat hy in (4) gemaak het. Hy pas die blaker op sy sy op die nuwe reghoek, en plak dit dan aan die linkerkant van die basis vas. Hy vervaardig op dieselfde manier 'n reghoek om aan die regterkant van die basis vas te plak. Hy het dus nou die net van 'n oop houer.
8. Hy vou die laterale vlakke vertikaal. Een van die vlakke is smaller as die sy van die basis waaraan dit geplak is, sodat daar 'n opening tussen die aangrensende laterale vlakke is. Hy knip en plak 'n smal strook om die opening toe te maak. Hy plak die vertikale vlakke vas.
9. Hy sit die blaker in die oop houer. Daar is nog openinge tussen die vertikale vlakke en hy knip nog 'n smal strook uit die oorblywende stuk karton. Hy haal die blaker uit en lap die opening toe. Adam hou vir hom vas terwyl hy plak.
10. Hy is nog nie tevrede nie. Die res van die klas ruim op. Die navorser knip vir hom kleefband terwyl hy voortgaan om die vertikale vlakke te heg en openinge toe te plak.
11. Hy knip lukraak 'n vierkant vir 'n deksel. Hy pas dit oor die opening, maar dit is te klein. Hy knip nog 'n vierkant wat effens groter is en plak dit bo-op die houer vas. Die deksel is te groot, maar hy skryf sy naam op en handig die houer net so in.

OPSOMMING

STRATEGIE: Hy werk doelgerig en kantel die voorwerp om die dele te maak. Hy bepaal 'n basis vir sy houer en heg die ander vlakke reg aan in 2D. Sy metode integreer nie die dele tot 'n geheel nie, hoofsaaklik omdat hy onakkuraat werk.

FOKUS: Sy fokus is op sy idee of denkbeeld van wat hy wil doen, maar hy gebruik die voorwerp om die dele te vervaardig, sodat die houer op die ou einde redelike passing met die voorwerp toon. Hy hou nie rekening met die eis van die material dat dit nie rekbaar is nie, en hy dus die dele moet ontwerp om te pas nie.

METING: Aanvanklik meet hy die hoogte van die blaker met die liniaal. Meting is verder visueel en deur middel van hanteer-en-skat. Gebrek aan objektiewe meting bring hom in die moeilikheid, aangesien daar openinge ontstaan wanneer hy die dele in 3D begin heg.

Die manier waarop hy die voorwerp telkens kantel en op verskillende dele pas dui daarop dat hy besig is met kinestetiese denkbeelding.

VORM VAN DIE HOUER: Onsuksesvol. 'n Swak gestruktureerde kubiese houer, waarvan die rande nie geïntegreer is in die geheel nie.

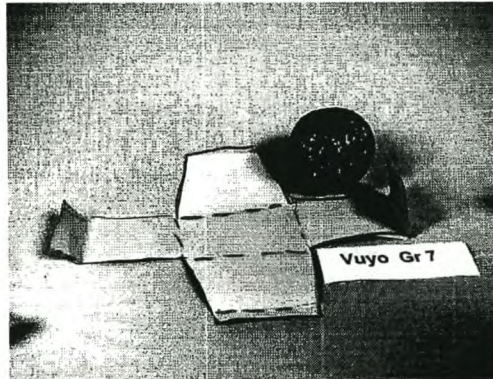
Bylaag 2.6 VOORBEELD VAN DEELSTRATEGIE MET GEÏNTEGREERDE FOKUS

STRATEGIE: DE

SEUN (Vuyo)

GRAAD 7 Skool B

VERWYSINGSVOORWERP: Bolvormige kers



1. Die vel karton lê in portretposisie voor hom, maar hy draai dit na landskapposisie wanneer hy begin werk. Hy sit die kers bokant die vel karton neer. Hy werk met 'n tekendriehoek en nie met die lang liniaal wat deur die navorser verskaf is nie. Hy trek 'n vertikale lyn, die lengte van die rand van die tekendriehoek, in die middel van die vel karton. Hy sit die kers aan die regterkant van die lyn neer, om te toets vir passing.
2. Dan skuif hy die kers boontoe, en verleng die vertikale lyn, die lengte van die tekendriehoek, aan die linkerkant van die kers.
3. Dan skuif hy die kers links van die eerste lyn en trek 'n vertikale lyn, die lengte van die tekendriehoek, links van die kers.
4. Vervolgens skuif hy die kers ondertoe en trek eers 'n lyn links van die kers, dan regs van die kers. Hy hou aan om die kers so te verskuif en weerskante lyne te trek, totdat hy 'n simmetriese kruis ontwerp het. Die kruis strek oor die hele lengte en breedte van die vel karton.

5. Hy sit die kers in die middel van die vel karton neer, en begin die karton buite die regterarm van die kruis wegknip. Wanneer die arm gevorm is, lig hy dit vertikaal langs die kers, bekijk dit, verwyder die kers en maak 'n skerp voulyn tussen die arm en die basis van die kruis. Dan sit hy die kers weer terug in die middel van die kruis en begin die karton tussen die onderste arm en linker arm van die kruis wegknip. Hy modelleer ook eers die onderste arm vertikaal, voordat hy 'n skerp voulyn maak by die basis. Dan modelleer hy beide arms wat reeds gevorm is vertikaal. Die hoogtes van die twee arms verskil.
6. Hy roteer die vel karton terwyl hy werk en vervaardig die ander twee arms van die kruis op dieselfde manier. Hy modelleer telkens die resultaat in 3D, terwyl hy die kers in die middel van kruis hou.
7. Wanneer hy die kruis klaar uitgeknipt en voulyne gemaak het rondom die basis, vou hy die vlakke vertikaal en bekijk die hoogtes van die vertikale vlakke. Die pare teenoorstaande vlakke is ewe hoog. Hy trek met sy potlood lyne op die twee hoogste vlakke, en vou hulle dan om al vier vlakke ewe hoog te kry.
8. Hy trek die dele wat deur die voulyne in (7) gevorm is, horisontaal na mekaar toe bokant die kers. Die horisontale vlakke is te kort om te raak. Hy trek hulle egter na mekaar toe en plak hulle vas, sodat die laterale vlakke waaraan hulle grens nie meer vertikaal is ten opsigte van die basis nie.
9. Die ander paar laterale vlakke pas nou nie meer in die openinge wat hulle moes bedek nie. Hy kantel die houer en teken die vorm van die openinge op die vlakke af. Dan knip hy die vlakke om die openinge te bedek, en plak hulle vas.

OPSOMMING

STRATEGIE: Hy ontwerp 'n kruis in 2D.

FOKUS: Geïntegreerde fokus.

METING: Alhoewel hy sê hy het die kruis ongeveer 40cm lank en breed gemaak, het hy nie objektief gemeet nie. Die lengte van die tekendriehoek was ooglopend effens langer as wat die kers breed is. Hy het dus die lengte van die tekendriehoek as 'n oorgang/tussenganger gebruik vir manipuleer en skat meting. Die berekening van die mates het agterna gekom.

Die feit dat sy houer nie 'n perfekte kubus is nie, is die gevolg van onakkurate meting van die lengtes van die laterale vlakke. Hy sê dat hy nie die hoeke akkuraat gemeet het nie,

maar eintlik het hy die hoeke akkuraat genoeg gemaak met behulp van paralelle translasië van die tekendriehoek.

DIE VORM VAN DIE HOUER: Ongeveer kubies, met twee skuins laterale vlakke.

Gesprek agterna:

Navorser: "Vuyo, can you describe your container to me?"

Vuyo: "Describe it?"

Navorser: "What would you call it, could you give it a name...?"

Vuyo: [Giggles]

Navorser: "Apart from just saying box."

Vuyo: "No-o."

Navorser: "OK. Just describe it to me."

Vuyo: "Well [giggles, turns box around in his hands] it is just a usual foursided box. It's got different...it's kind of different...It is slanting somewhere...it is kind of like a triangle...[turns box around]...that's about it."

Navorser: "Did you plan it to slant or did it just happen?"

Vuyo: "Well...ja...I made it slant... I didn't actually use my ruler properly...[laughs]...to make it right up...ja...I didn't use it to make a 90 degree angle."

Navorser: "OK"

Later.

Navorser: "[to group] Did you see a picture of a box...did you know you were going to end up with something like this?"

Vuyo: "Sort of. A foursided box. That is what I knew."

Navorser: "Can you show me the four sides?"

Vuyo: "I mean a cube actually."

Navorser: "Ah, you want to call yours a cube?"

Vuyo: "Yeah"

Navorser: "OK. Can you show me the four sides you're talking about?"

Vuyo: "[Picks up box, laughs] There were actually six."

Navorser: "OK, did you know in your mind you were going to end up with that?"

Vuyo: "No."

Navorser: "How did you start, Vuyo?"

Vuyo: “ Mmm”

Navorser: “What did you think first?”

Vuyo: “I just thought of a ...”

Louw: “ Base”

Vuyo: “ Just a box, ahh, how I was going to build it, I mean, ahh, how I was gonna enclose it, and...what I was gonna use.”

Navorser: “ Tell me.”

Vuyo: “ I just built a box.”

Navorser: “ Did you measure? Did you use the centimetre measures on your ruler to measure the size of it when you started? “

Vuyo: “Yes, I did.”

Navorser: “Mmm”

Vuyo: “ I used a ...40cm for the length, and...about 40cm also for the width.”

Navorser: “ Giving you what kind of shape?”

Vuyo: “Giving me kind of a cross shape to make the box.”

Navorser: “ You got a .you got a cross shape? “

Vuyo: “ Yeah”

Navorser: “Could you imagine that that cross shape would give you the enclosures? Could you imagine that or did you have to try it out?”

Vuyo: “ Well, mmm, I had to...try it out actually.”

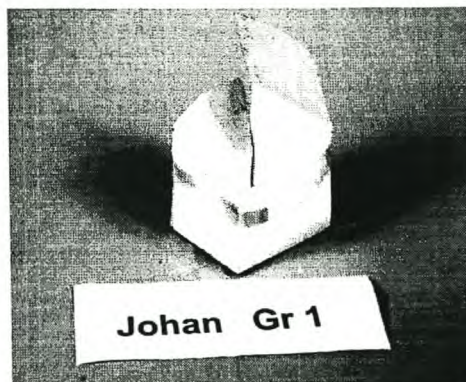
Bylaag 2.7 VOORBEELD VAN DEELSTRATEGIE MET GEÏNTEGREERDE FOKUS

STRATEGIE: DF

SEUN (Johan)

GRAAD 1 Skool C.

VERWYSINGSVOORWERP: Huisie



1. Die karton lê in landskapposisie voor hom. Hy sit die huisie regop op die karton neer, ongeveer 5cm van die onderste rand, indie middeL van die vel karton. Hy teken met sy liniaal en potlood 'n vierkant om die huisie.
2. Hy kantel die huisie op sy sy, links van die basis, en teken 'n reghoek om die huisie. Hy herhaal die proses aan die regterkant van die basis.
3. Hy sit die huisie weer regop op die basis, en kantel dit dan op sy rugkant en teken 'n reghoek om die huisie aan die bokant van die basis. Dan sit hy die huisie regop neer aan die bokant van die laaste reghoek en teken 'n vierkant om die basis van die huisie.
4. Sonder om te teken, knip hy van die onderste rand van die karton af na die basis toe, sodat hy nog 'n vlak vorm. Hy knip die hele net uit.
5. Hy druk die voulyne in en begin die vlakke vasplak. Die vertikale vlakke is nie ewe lank en breed nie, sodat daar openinge tussen die vlakke is as hy dit vasplak. Een vertikale vlak is heeltemal te kort (die vlak wat hy aan die onderkant van die basis geknip het). Nadat hy die vlakke vasseplak het, knip hy 'n reghoek om die oop deel van die houer toe te maak.
6. Hy vra of hy nog 'n houer mag maak en kies die soutpot as stimulusvoorwerp. Hy maak op dieselfde manier weer 'n net wat hy uitknip en vasplak. Hy maak weer nie gebruik van objektiewe meting nie, maar hy begin verder van die rand af en skat beter.

OPSOMMING

STRATEGIE: Hy werk doelgerig en kantel die voorwerp om 'n net te ontwerp vir 'n geslote houer. Die vertikale vlakke van die houer is simmetries om die basis geplaas.

FOKUS: Geïntegreerd. Hy hanteer die voorwerp om die grootte van die vlakke te bepaal, sowel as die posisie. Die manier waarop hy die voorwerp telkens kantel en op verskillende dele pas, dui daarop dat hy besig is met kinestetiese denkbeelding.

METING: Hy maak slegs van hanteer-en-skat meting gebruik, selfs die tweede keer toe hy die probleem wou oplos wat as gevolg van swak meting ontstaan het toe hy sy eerste houer gemaak het.

VORM VAN DIE HOUER: Sy tweede houer is suksesvol en kubies in vorm.

BYLAAG 3: VOORBEELDE VAN ONSUKSESVOLLE METODEDES

Bylaag 3.1 VOORBEELD VAN GEBREK AAN STRUKTUUR IN 3D

STRATEGIE: DB (materiaalfokus)

SEUN (Timothy)

GRAAD 3 Skool C

VERWYSINGSVOORWERP: Klokkie



1. Die vel karton lê portretposisie voor hom. Hy sit die klokkie in die middel van die vel karton neer en trek die omtrek af. Terwyl hy die klokkie aftrek, beweeg hy om die vel karton.
2. Hy draai die vel karton sodat in landskapposisie voor hom lê. Hy knip twee groterige reghoeke vertikaal aan die regter-onderkant van die vel karton af. Hy pas die twee reghoeke eers op mekaar, en hou dit dan loodreg teenmekaar, sodat dit een horisontale en een vertikale vlak vorm. Hy gebruik een van die reghoeke as gids om 'n derde reghoek te merk. Hy maak merke by die hoekpunte, verwyder dan die gidsreghoek en verbind die punte met sy vrye hand om 'n reghoek te vorm.
3. Hy gebruik een reghoek nou as basis en hou die ander twee reghoeke vertikaal aan weerskante van die basis sodat die lang sye raak en hy 'n oop geut vorm. Dan sit hy die drie reghoeke plat neer, langs mekaar sodat die lang sye raak, en van links na regs voor hom.
4. Hy beduie met sy vinger na die een kort sy van die basisreghoek, en hou dan een van die reghoeke wat hy vertikaal gehou het, weer vertikaal, maar sodat die lang sy aan die kort sy van die basisreghoek raak. Hy hou die ander reghoek vertikaal aan die een langs sy van die basisreghoek, sodat die twee vertikale vlakke nou 'n hoek vorm. Hy sien die sye is nie ewe lank nie, en draai die vertikale reghoek om sodat die kort sy aan die kort sy van die basis raak. Dit lyk asof die hoogte van die vertikale reghoek hom pla, want hy draai weer die reghoek sodat die lang sy van die vertikale reghoek aan die kort sy van die basisreghoek raak. Die hoogtes van die twee vertikale vlakke kom nou weer ooreen, maar die lengtes van die sye wat raak, nie.

5. Hy sit die drie reghoeke weer plat op die grond neer, en gaan voort om die agterste vertikale vlak te verkort om teen die basis te pas: Terwyl die reghoeke in hulle relatiewe posisies op die grond lê, merk hy met sy liniaal die ooreenstemmende lengte af. Dan hou hy die basisvlak en die vlak wat hy afgemerk het, vertikaal in 'n hoekposisie, sodat die kort sy van die reghoek op die getekende merklyn val. Hy sit die basisreghoek neer en knip die ander reghoek korter op die lyn. Hy pas die korter reghoek vlugtig teen die basisreghoek wat op die grond lê, maar hou dan die basisreghoek ook vertikaal om 'n hoek te vorm met die kort reghoek.
6. Hy sit al drie die reghoeke neer, tel twee weer op, skud dit, en pas weer die kort reghoek en 'n ander een vertikaal om die basis, om 'n hoek te vorm.
7. Hy plak die kort reghoek en een lang reghoek aan hulle kort kante aanmekaar vas, en sit die klokkie op die lang reghoek neer. Hy lig die kort reghoek vertikaal. Hy sien dat die ander lang reghoek se hoogte verskil van die kort reghoek as hy dit ook vertikaal hou. Dan hou hy die derde lang reghoek plat teen die vasgeplakte kort reghoek, en hou dit vertikaal tussen hom en die klokkie. Terwyl hy die reghoeke nog steeds vertikaal hou, knip hy die lang reghoek af om dieselfde hoogte as die kort reghoek te wees. Dan haal hy die klokkie van die basis af en maak 'n smal vou in die reghoek wat hy so pas korter geknip het. Hy glip die smal rand onder die basis in en plak dit teen die basis vas. As gevolg van die vou is die vertikale vlakke nou nie meer ewe hoog nie.
8. Dan sit hy die geut op sy rand neer, sodat die basis nou die regterkantste vertikale vlak vorm, en die vloer, bokant en linkerkant oop is. Hy sit 'n vierde reghoek bo-op die geut neer, en skuif die klokkie van die linkerkant af in die struktuur in. Hy haal die klokkie weer uit, haal die reghoek van bo af, en keer die geut om, sodat die groot reghoek nou weer die basis vorm. Hy hou die vierde reghoek eers bo-oor die geut, dan vertikaal aan die oop linkerkant van die geut, dan weer bo-oor. Dit lyk asof die grootte van die reghoek pla, want hy knip nog 'n reghoek (*) uit die oorskietkarton, sonder om te meet of lyne te trek, maat ongeveer ewe groot as die oorspronklike reghoeke.

9. Die geut staan nou weer op sy rant met die lang, oop kant na sy linkerkant toe. Hy sit die reghoek (*) wat hy in (7) geknip het op die vloer neer en skuif dan die geut teen die reghoek, sodat die reghoek nou 'n basis vorm vir die geut. Die grootte pla hom weer. Hy sit en kyk, vat dan sy potlood om 'n merk op die basis te maak. In die proses stamp hy die geut om, sodat dit nou met een een lang reghoek op die grond lê, en die twee kort reghoeke vertikaal. Hy hou die reghoek (*) horisontaal bo-oor die opening, en laat sak dit dan in die geut, sodat dit op die basis lê. Hy lig dit weer uit en hou dit horisontaal oor die bo-kant van die geut. Dan draai hy die geut weer op sy rand, en skuif die reghoek (*) in die geut in om 'n basis te vorm. Dan keer hy weer die geut om, sodat die lang reghoek op die vloer is.

10. Hy draai die geut weer op sy rand en skuif die reghoek (*) in die geut om 'n basis te vorm. Hy sit die klokkie in die struktuur neer, wat nou 'n basis, 'n lang vertikale vlak en twee kort vertikale vlakke het. Hy plak egter nie die basis aan die geut vas nie. Dan haal hy weer die klokkie uit die struktuur en verwyder die basis.

11. Hy trek met sy potlood en liniaal nog 'n reghoek op die oorskietkarton, en knip dit uit. Hy sit die geut (wat nog op sy rand staan) op die nuwe reghoek neer. Die reghoek is groter as die voriges, en wanneer hy die geut daaroor skuif, steek 'n strook uit aan al die kante.

12. Hy sit die klokkie weer in die struktuur neer. Na 'n ruk haal hy die klokkie uit en probeer weer die basis presies so groot soos die opening te maak. Hy trek die vorm van die opening na op die basis, al om die buitekante van die geut. Hy snipper die oortollige karton af, en hou dan die reghoek horisontaal bo-oor die geut. Die kort vertikale vlakke van die geut is effens na binne gevou, sodat die reghoek bo-op die geut bly lê sonder om af te sak in die geut in. Hy sit die struktuur en bekyk. Die oop kant van die geut wys na hom toe. Hy neem een van die ander reghoeke wat hy aan die begin geknip en en hou dit vertikaal voor die opening van die geut. Met die stamp hy egter aan die geut, sodat die reghoek wat hy horisontaal bo-op gesit het, in die geut insak.

13. Hy hou die reghoek weer horisontaal bo-oor die geut, maar draai dan die geut weer om, sodat die lang reghoek die basis vorm. Hy sit die reghoek wat hy in (11) horisontaal bo-oor gehou het plat, regs langs die geut neer, sodat die lang sy van die reghoek ooreenkom met die lang sy van die reghoek wat nou die basis vorm. Hy sit die klokkie regop in die geut, op die reghoek wat die basis vorm. Dan kantel hy die klokkie, sodat dit op die basisreghoek lê. Hy tel dit byna dadelik weer op en sit dit op die los reghoek neer wat langs die geut lê. Axel, wat langs hom sit, sit die klokkie weer op die basis van die geut neer, en beduie vir Timothy om die reghoek wat plat lê vertikaal aan die lang kant van die geut te heg.

14. Timothy hou die los reghoek vir 'n oomblik so vas in vertikale posisie, sit dit dan neer, soek iets, dalk sy skêr, hou weer die reghoek vertikaal teen die lang kant van die geut, sit dit neer en druk skerper voulyne in waar die kort vertikale vlak aan die lang basisreghoek van die geut geplak is. Hy herhaal dit aan die ander kant.

15. Dan hou hy die boonste randte van die twee kort, teenoorstaande vertikale vlakke van die geut teen mekaar. Die groot reghoek wat die basis van die geut was, buig, sodat die vorm van die twee kant openinge soos 'n waterdruppel lyk. Hy plak die rande so aanmekaar vas.

Hy sit die struktuur op sy rand neer op die oorskiet karton en begin die druppelvorm van die opening op die karton aftrek. Hy laat vaar dit en sit die klokkie van bo af in die struktuur. Die navorser dui aan dat die periode verstreke is.

Hy knip lukraak 'n reghoekige stukkie karton van die oorskietkarton af, en hou dit horisontaal oor die boonste opening van die struktuur. Die stukkie karton is te klein om die opening heeltemal te bedek. Hy knak die stukkie karton in die lengte, hou dit weer bo-oor die opening. Dan snipper hy aan die reghoekie, terwyl hy dit horisontaal oor die opening hou, om die druppelvorm van die opening te maak. Hy sit die druppelvorm eenkant neer, en trek nou weer die buitelyne van die struktuur na op die karton waarop die struktuur staan. Hy knip die druppelvorm uit.

Hy hou die druppelvorm wat hy geknip het bo-oor die struktuur, maar die rigiditeit van die karton veroorsaak dat die vorm van die opening verander, as hy daarop druk.

Die navorser vra die groep watter vorms hulle gebruik het om hulle "bokse" te maak. Timothy sê hy het 'n driehoek gebruik.

Die navorser vra: "Wys my jou driehoek." Timothy hou die struktuur met die waterdruppelopening op.

OPSOMMING

STRATEGIE: DA, DC, DA.

FOKUS: Aanvanklik denkbeeld fokus. Fokus verskuif na materiaal. Oormatige 3Dmodellering. Hy bereik nie sintese van die vlakke tot 'n geheel nie. Hy kies aanvanklik 'n basis vir die houer, maar wissel die basis tydens konstruksie soveel dat hy deurmekaar raaak met die oriëntasie van die dele. Hy het nie 'n probleem met die vorm van die dele nie. Hy laat vaar uiteindelik die struktuur van die houer wat hy ingedagte gehad het, en verskraal sy strukturele beskrywing van 'n houer as "toe-maak". Hy vervaardig die dele op grond van visuele kriteria.

VORM VAN HOUER: 'n Swakgestruktureerde houer wat neig na 'n driehoekige prisma.

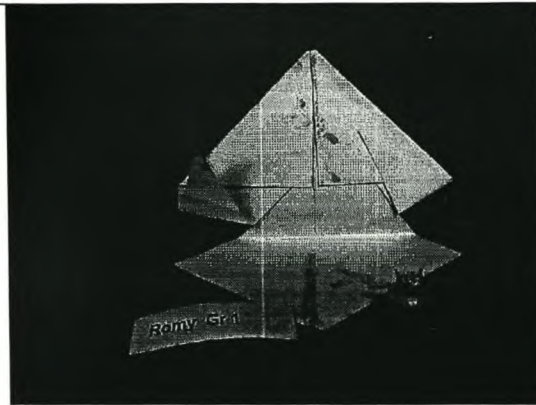
Bylaag 3.2 VOORBEELD VAN BEPERKENDE 2D DENKE

STRATEGIE: GAA (Voorwerpfokus)

DOGTER (Romy)

GRAAD 2 Skool B

VERWYSINGSVOORWERP: Juweeldosie



1. Die vel karton lê in landskapposisie voor haar.

Sy lig die karton op aan die linkerkant en laat sak dit weer. Dan vou sy die vel karton in die helfte om die x-as en dan om die y-as. Sy vou dit weer oop, sodat vier blokke wys.

2. Sy vou die hoeke van die vel karton naaste aan haar na binne,. Shannon wat haar na-aap sê:

“This looks like an areoplane” en lag.

3. Sy spandeer tyd om die ingevoude rande van die karton presies teen mekaar te kry en plak dit vas.

4. Syvou die skerp punt bo-oor die res van die karton op die een voulyn. Die punt staan effens regop. Sy herhaal die vou en plak proses aan die teenoorstaande kant van die vel karton

5 Sy sit haardie struktuur ‘n rukkie en bekyk en teken dan met haar liniaal en potlood ‘n reguit lyn van die een buitehoek, skuins na die binneste punt van die teenoorstaande gevoude punt. Sy knip ‘n spleet op die lyn. Sy sê bewonderend vir Dane wat ‘n driehoekige prisma gemaak het: “How did you do that, Dane?”

6. Sy teken ‘n lyn en knip ‘n spleet op dieselfde manier, aan die ander kant van die karton. Sy trek die los punt wat gevorm het binnetoe verby die ingevoude punt, sodat sy volume skep. Sy herhaal die proses by die ander spleet.

OPSOMMING

STRATEGIE: GAA

FOKUS: Sy fokus op 'n denkbeeld wat haar nie in staat stel om vertikale vlakke te maak nie.

METING: Geen.

VORM VAN HOUER: Sy is onsuksesvol, aangesien die houer 'n koevert is.

Bylaag 3.3 VOORBEELD VAN BEPERKENDE DENKE IN 2D

STRATEGIE: GAA (Voorwerpfokus)

SEUN (Dale)

GRAAD 2 Skool B

VERWYSINGSVOORWERP: Vaas



1. Die vel karton lê in portretposisie voor hom.

Hy vra: “ So, do we have to wrap this thing up?” Navorsers: “ Do you want to wrap it?”

Dale: “ Or can we just draw ...mmm...the thing...”

Navorsers: “You can do whatever you ...need to do to solve your problem.”

2. Hy sit die vaas aan die bokant van die vel karton neer en kyk rond wat die ander doen.

Natasha sê: “We must draw a box and fill it up with tissues...”

3. Hy teken ‘n gedetailleerde, geskakeerde vooraansig van die vaas, wat omtrent driekwart van die vel karton belsaan. Dit neem hom omtrent 15 minute om die tekening te voltooi.

4. Hy sit die vaas plat op sy sy op die tekening neer en trek die regter onderste hoek van die vel karton boontoe. Hy bekyk dit en laat sak weer die karton. Dan trek hy die linker boonste hoek van die karton boontoe en na die vaas toe. In dieselfde beweging verander hy die rigting waarin hy die hoek trek, sodat die hele boonste deel van die vel karton nou bo-oor die vaas gebuig is. Hy hou die karton so vas met sy linkerhand, en met sy regterhand trek hy weer die regter onderste hoek van die karton effens boontoe, sodat die karton die kontoer van sy tekening volg.

<p>5. Hy laat sak die karton en begin doelgerig die karton vou al op die kontoer van sy tekening. Die vaas lê nog steeds op sy tekening. Wanneer hy aan die bokant van die vel karton kom, rol die vaas weg. Hy hou die vaas met sy een hand vas en lig mat die ander hand weer die boonste hoek van die vel karton sodat dit die vaas bedek. Hy vou die lang sy van die vel karton liggies na binne waat dit teen die oorgevoude hoek raak. Hy sit en kyk, laat sak dan die karton, net om die vaas van die boonste hoek af toe te rol. Hy het intussen om die vel karton beweeg, sodat dit nou in landskapposisie voor hom lê.</p>
<p>6. Hy laat staan die toerol aksie, draai die karton weer in portretposisie, en begin weer die karton ophig aan die onderkant om die kontoer van die tekening te volg. Uiteindelik rol hy weer die vaas styf toe van die onderste hoek af. Hy hou op rol as die tekening in die rol verdwyn.</p>
<p>7. Hy loer by die punt van die rol in. Dan tel hy die toegerolde vaas op, met die een punt van die karton wat weg van die rol af staan, en sê aan Barry: "Look, a boat."</p>
<p>8. Hy wil die 'seil' van die boot afknip, maar rol dan weer die karton oop. Hy sit die vaas in 'n sonkol op die mat. Dan bekyk hy sy skets en die skaduwee van die vaas, en sê: "I need to make it darker around here." Hy wys na die voet van die vaas, "Look, there's some sun here, and it goes darker here." Navorsers: "OK, are you going to make a container for me?"</p>
<p>9. Dale sê: "Yes", en rol weer die vaas toe, vanaf die regter onderkant van die vel karton. Hy herhaal die rol-aksie totdat hy die vaas styf toegerol het, en hou op rol waar die tekening in die rol verdwyn. Dan knip hy die karton wat uitsteek op die kontoer van die tekening af.</p>
<p>10. Hy rol die karton weer oop en rol die vaas herhaalde kere weer toe, asof hy dit nie styf genoeg toegerol kry nie.</p>
<p>11. Hy vra hulp om kleefband te sny terwyl hy die toegerolde vaas vashou. Hy plak die rol karton vas. Daarna druk hy die oop punte plat en plak dit vas.</p>

OPSOMMING

STRATEGIE: GAA. Hy teken die vaas, heelwat groter, en vervorm die tekening asof dit die houer vir die vaas moet word.

FOKUS: Hy fokus op die voorwerp tot in die mate dat hy die voorwerp teken en uitknip. Uiteindelik rol hy die voorwerp toe in die tekening. Hierdie is 'n geval waar die vorm van die voorwerp die houer beïnvloed het.

METING: Geen.

VORM VAN HOUER: Hy is onsuksesvol, aangesien die houer nie onafhanklik van die voorwerp bestaan nie of duidelike struktuur in 3D toon nie. Hy handig die toegerolde vaas in.

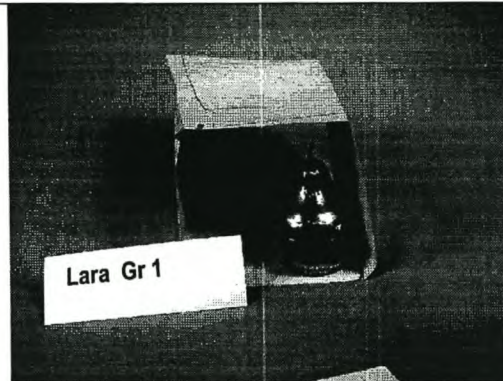
Bylaag 3.4 VOORBEELD VAN REGRESSIE EN BEPERKENDE DENKE IN 2D

SRTATEGIE: DA→DC→DE→GAA→DA→GD

DOGTER (Lara)

GRAAD 1 Skool B

VERWYSINGSVOORWERP: Konfytpot



1. Die vel karton lê in portretposisie voor haar. Sy tel die karton op, en sit dit dan weer in dieselfde posisie neer. Sy sit die konfytpot in die middel van die vel karton neer en trek die ronde basis rofweg na. Dan sit sy en kyk. Sy teken vryhand 'n reghoek om die basis, en dan 'n reghoek links van die eerste en nog een bokant die eerste. Sy sit en kyk en draai dan haar vel karton om.

2. Sy sit weer die konfytpot in die middel van die vel karton neer en trek die ronde basis rofweg na. Dan sit sy en kyk. Sy sit die konfytpot eenkant en trek met haar potlood en liniaal twee vertikale lyne weerskante van die getekende basis. Dan trek sy twee lyne dwarsoor die vel karton- een onder die konfytpot en een bo die konfytpot, sodat die ronde basis nou deur 'n reghoek omsluit is. Sy sit en kyk.

3. Dan verleng sy die vertikale lyne wat sy in (2) getrek het na die bokant van die vel karton en voltooi 'n reghoek. Sy sit die konfytpot op sy sy in die middelste reghoek neer. Dan sit sy die konfytpot weer eenkant neer en teken nog 'n reghoek onder die middelste reghoek. Sy het dus nou 'n simmetriese net met vyf dele.

4. Sy tel die karton op en knip 'n groot vierkant uit wat die net omsluit.

5. Sy draai die karton om en en vou die vierkant wat sy in (4) uitgeknip het dubbeld en dan weer dubbeld op die asse van die kruis aan die ander kant. Sy maak die vierkant oop en druk verbaas met haar hand op die kruispunt van die voulyne, asof sy daar ruimte soek, terwyl sy die een kant van die vierkant vertikaal hou. Dan trek sy die strook karton nader wat afgeval het toe sy die vierkant in (4) uitgeknip het, en sit dit onder die vierkant neer. Sy druk weer met haar vuis op die kruispunt van die twee voulyne. Dan knip sy die vierkant deur op die een voulyn, en mik om die deel in haar hand op die oorblywende voulyn deur te knip.
6. Sy bekijk die deel van die vierkant in haar hande, en maak dit oop en toe soos 'n boek. Die vorm van die karton gee haar die idee om die twee dele net so te gebruik. Sy hou die twee dele oormekaar, sodat dit 'n geut met vier vlakke vorm.
7. Sy begin die twee dele so op mekaar vasplak. Sy sukkel egter so om dit vasgeplak te kry, dat sy sê: "Excuse me, I can't make a box, everything is falling apart!" Die navorser sê sy moet 'n maat vra om haar te help met die plakkery.
8. Sy kry die twee dele aan die een kant vasgeplak en modelleer dit in 3D, sodat die geut voor en agter oop is. Haar maat teken 'n vierkant op 'n nuwe vel karton en knip dit uit vir 'n sluitstuk, terwyl Lara karton opskeur om as verpakkingsmateriaal te gebruik. Die periode is verby en sy neem Megan se plat koevert om haar konfytspot en snippers in te druk.

OPSOMMING

STRATEGIE: By die probleemstelling hou hulle vas aan die idee van toedraai. Die navorser sê duidelik: "I don't want you to wrap it, it want you to build a kind of a box". Navorser gebruik term "box". Hulle vra: "How must we build a box?"

FOKUS: Geïntegreerd terwyl sy die net ontwerp, maar verander dan na materiaal fokus wanneer sy die ontwerp ignoreer en die karton begin vou. Daarna is daar tekens van materiaal-en-denkbeeld fokus, totdat sy opgee met die plakkery.

METING: Manipuleer en skat.

VORM VAN HOUER: Sy voltooi nie die houer nie, maar eindig met 'n toe geut.

REDES VIR MISLUKKING: Sy gaan lukraak te werk aan die begin, maar kry 3D na 2D denkbeelding onder beheer, sodat sy 'n net ontwerp. Dan draai sy die karton om (om aan die binnekant van die houer te kom?) en vou die karton in 4 op die asse van die kruis. Sy

is verbaas dat sy nie 'n houer het as sy die karton oopvou nie! Is dit omdat sy nie 2D→3D denkbeelding onder beheer kry nie?