

Vragrangskikkings ter voorkoming van asmassalagrens-oorskryding deur padkarweiers in Suid-Afrika

Cornelius Gregorius Jacobs



Proefskrif ingelewer vir die graad Doktor in die Wysbegeerte in Operasionele Navorsing
in die Fakulteit Ekonomiese en Bestuurswetenskappe aan die Universiteit van
Stellenbosch.

Promotor: Professor W.J. Pienaar

Maart 2012

Verklaring

Deur hierdie proefskrif elektronies in te lewer, verklaar ek dat die geheel van die werk hierin vervat, my eie, oorspronklike werk is, dat ek die alleenouteur daarvan is (behalwe in die mate uitdruklik anders aangedui) dat die reproduksie en publikasie daarvan deur die Universiteit van Stellenbosch nie derepartyregte sal skend nie en dat ek dit nie vantevore, in die geheel of gedeeltelik, ter verkryging van enige kwalifikasie aangebied het nie.

Datum: Maart 2012

Opsomming

Padvervoerwetgewing skryf grense op kragte/laste voor wat voertuie by kontakoppervlakke of laspunte, op die pad mag uitoefen. Hierdie voorskrifte het betrekking op spesifieke laspunte en groepe van laspunte. Die voorskrifte is in die vorm van maksimum laswaardes by laspunte en maksimum ratio's wat tussen sekere laste mag bestaan.

Die laste wat 'n voertuig op die pad uitvoer word bepaal deur 'n kombinasie van die voertuig se eie massa, dimensionele eienskappe, sowel as sy vrag se massa en posisie. Die vrag se massa en posisie kan gemodelleer word deur slegs die massamiddelpunt daarvan te beskou. Die massamiddelpunt se posisie word gekoppel aan 'n bepaalde vragrangskikking. Dit is nodig om, in terme van wetlike voorskrifte, te kan onderskei tussen wetlik toelaatbare en -ontoelaatbare rangskikkings. Metodes word in hierdie proefskrif voorgestel waarmee daar grense vir die posisie van die vragmassamiddelpunt bepaal kan word na gelang van die vragmassa, vir 'n verskeidenheid van voertuigkonfigurاسies.

Die bepaling van grense vir die posisie van die vragmassamiddelpunt is die resultaat van 'n drieledige proses. Eerstens word die wetlike beperkings herlei na wiskundige ongelikhede waarbinne laste by kontakoppervlakke moet val. Tweedens word konserwatiewe parametriese beramings vir die laste verkry in terme van die ligging en massa van die vragmassamiddelpunt vir 'n gegewe voertuig. Laastens word hierdie beramings in die lasbeperkings opgeneem om 'n afgebakende toelaatbare gebied vir die vragmassamiddelpunt se posisie te verkry. Hierdie posisiebeperkings is geskik om as inset te dien in die oplossingmetodes van 'n verskeidenheid van vragrangskikkingsprobleme.

Lineêre programme wat sekere algemene rangskikkingsprobleme kan oplos deur die aanwending van posisiebeperkings op die vragmassamiddelpunt, is suksesvol ontwikkel. Oplossings word aangebied vir die rangskikking van paletvrag, asook die rangskikking van vragenhede met asimmetriese massamiddelpunte oor die lengte of breedte van 'n voertuig se vragarea.

Abstract

Road Traffic legislation prescribes constraints on the forces/loads which vehicles may exert on the road at contact surfaces or load points. These constraints have bearing on specific contact surfaces or groups of contact surfaces. The constraints are in the form of maximum force values and maximum ratios, which may exist between forces.

The forces exerted by a vehicle on the road is determined by a combination of the vehicle's own mass, dimensional characteristics, and the mass and position of its cargo. The mass and position of the cargo can be modelled by only considering its centroid. The centroid's position is linked to a certain cargo arrangement. It is necessary, in terms of legal constraints, to distinguish between legally permissible- and non-permissible arrangements. Methods are proposed in this dissertation to determine the borders for the position of the centroid according to cargo-mass, for a variety of vehicle configurations.

The determination of borders for the position of the centroid is the result of a three part process. Firstly, the legal limits are translated to mathematical inequalities that must be satisfied for the forces at contact surfaces. Secondly, conservative parametric estimates for the forces, in terms of the position and the mass of the centroid of a given vehicle, must be derived. Finally these estimates are incorporated into the load constraints and an enclosed permissible area for the centroid is found. These position constraints are suitable inputs to solution methods of various cargo arrangement problems.

Linear programmes which can solve certain general arrangement problems by utilising the position constraints on the centroid, were successfully developed. Solutions are presented for the arrangement of pallet-freight, as well as the arrangement of cargo units with asymmetrical centroids over the length or width of a vehicle's cargo area.

Ek wil graag dankie sê vir

- Cornelia, Maria en Johannes vir julle geduld met- en ondersteuning van my studeerwerk.
- Pa en Ma, Jannie en Marie Jacobs, dat julle my by studies uitgebring het.
- Stephan Visagie en Alewyn Burger vir die toeganklikheid en welwillendheid waarmee julle my lastige vrae beantwoord het.
- Kobus van der Westhuizen vir jou meganiese insigte wat jy met my gedeel het.
- Professor Wessel Pienaar vir u raad en bystand oor die tyd.
- Willie Frick wat die hele ding begin het.

Ek dra hierdie proefskrif op aan my liewe vrou.

Inhoudsopgawe

Lys van Figure	xii
Lys van Tabele	xiv
Gereserveerde simbole	xvi
1 Inleiding	1
1.1 Lasgrensverwante wetgewing	2
1.2 Voorkoms van lasgrens-oorskryding	3
1.3 Vragrangskikking	6
1.4 Doelwitte van die proefskrif	7
1.5 Omvang van die proefskrif	7
1.6 Struktuur van die proefskrif	8
2 Literatuurstudie	9
2.1 Inleiding	9
2.2 Eilon en Christofides (1971)	9
2.3 Dyckhoff 1990	10
2.4 Gehring, Menschner en Meyer 1990	11
2.5 Amiouny, Bartholdi en Van De Vate 1991	11
2.6 Bischoff en Ratcliff 1995	12
2.7 Bischoff en Ratcliff 1997	12
2.8 Mathur 1998	12
2.9 Agbegha, Ballou en Mathur 1998	13
2.10 Davies en Bischoff 1999	13
2.11 Eley 2002	14

2.12	Mongeau en Bès 2003	15
2.13	Brits en Conradie 2003	15
2.14	Taha 2004	20
2.15	Samevatting	22
3	Lasgrenswetgewing	25
3.1	Struktuur van wetgewing	25
3.2	Oorsigtelike beskrywing van regulasies	26
3.2.1	Regulasie 238: Las op bande	26
3.2.2	Regulasie 239: Beperkings deur die vervaardiger	27
3.2.3	Regulasie 240: Massalas-dra vermoë van die pad	27
3.2.4	Regulasie 241: Massa-dra vermoë van brûe	28
3.2.5	Regulasie 242: Verspreiding van wiel- en asmassalaste	28
3.2.6	Regulasies 234 en 235: Maksimum toelaatbare as- en aseenhed- massalaste	29
3.2.7	Regulasie 236: Maksimum toelaatbare voertuigmassa	29
3.2.8	Regulasie 237: Maksimum toelaatbare kombinasie massa	29
3.3	Massalagrense teenoor lasgrense	30
3.4	Laspunte	32
3.5	Beperkings en Beperkingsversamelings	34
3.6	Oorbodigheid	37
3.7	Samevatting	37
4	Lasberekeninge	43
4.1	Balkstruktuur	43
4.2	Ondersteunde plaatstruktuur	45
4.3	Konserwatiewe beraming	46
4.4	Plaatmodelle vir spesifieke konfigurasies	47
4.4.1	Vastebak alleen (<i>b</i> -konfigurasie)	48
4.4.2	Vastebak met sleepwa (<i>bs</i> -konfigurasie)	49
4.4.3	Voorhaker met leunwa	52
4.4.4	Voorhaker met skakelwa en leunwa (interlink)	54
4.4.5	Voorhaker met leunwa en sleepwa	57

4.5	Samevatting	58
5	Toelaatbare ruimte	59
5.1	Die toelaatbare gebied van 'n beperking	60
5.2	Triviale beperkings	60
5.3	Die toelaatbare gebied van 'n beperkingstel	61
5.4	Randvergelings	62
5.5	Globaal oorbodige beperkings	62
5.6	Toelaatbare ruimte by 'n gegewe massa	63
5.7	Aktiewe beperkings in een dimensie	64
5.8	Aktiewe beperkings in meer dimensies	65
5.9	Vereenvoudigde aktiewe beperkings	66
5.10	Apeks van die toelaatbare gebied	66
5.11	Algoritmes en berekeninge	70
5.12	Numeriese voorbeelde	72
5.13	Samevatting	74
6	Vragrangskikking	77
6.1	Inleiding	77
6.2	Vragrangskikkingsprobleme	78
6.3	Vragmassamiddelpunt-beperkings en die doelfunksie	79
6.4	Massamiddelpunt-koppeling-beperkings	80
6.5	Grondliggende rangskikkingsaannames	80
6.6	Koördinate van 'n vragteenheid	81
6.7	Vragarea-omsluiting	82
6.8	LP-formulering vir VRP I	83
6.8.1	Numeriese voorbeeld	84
6.9	Rotasie van 'n vragteenheid	87
6.10	LP-formulering vir VRP II	88
6.10.1	Numeriese voorbeeld	90
6.11	Nie-oorvleueling van ewewydige mure	91
6.12	LP-formulering vir VRP III	94
6.12.1	Numeriese voorbeeld	96

6.13	Vaste vragposisies	98
6.14	LP-formulering vir VRP IV	99
6.14.1	Numeriese voorbeeld	100
6.15	LP-formulering vir VRP IV vir <i>hkl</i> -konfigurasie-voertuie	104
6.15.1	Numeriese voorbeeld	106
6.16	Samevatting	110
7	Slotopmerkings	113
7.1	Proefskrif-opsomming	113
7.2	Bereiking van die doelwitte	114
7.3	Samevatting en gevolgtrekkings	115
7.4	Waardebepaling van hoofbydraes	116
7.5	Aanbevelings vir toekomstige werk	116
	Bylaes	121
A.1	Parameters vir 'n <i>bs</i> -konfigurasie-voertuig	121
A.2	Parameters vir 'n <i>hl</i> -konfigurasie-voertuig	122
A.3	Parameters vir 'n <i>hkl</i> -konfigurasie-voertuig	123
A.4	Parameters vir 'n <i>hls</i> -konfigurasie-voertuig	124

Lys van Figure

2.1	'n Voorbeeld van die probleem met die vasstel van 'n oorkoepelende sone-maksimum belading vir alle sones	18
3.1	Konsolidering van beperkings op wielmassalaste van dubbelwielmonterings	31
3.2	Konsolidering van beperkings op wielmassalaste van aseenhede	31
4.1	'n Belaste balk met afmetings	44
4.2	Starre-plate met drie steunpunte	45
4.3	Bak-uitleg en vergelykings vir 'n vastebak-voertuig (<i>b</i> - en <i>bs</i> -konfigurasies)	48
4.4	Bak-uitleg en vergelykings vir 'n sleepwa (<i>bs</i> - en <i>hls</i> -konfigurasies)	50
4.5	Bak-uitleg en vergelykings vir 'n voorhaker en leunwa (<i>hl</i> - en <i>hls</i> -konfigurasies)	53
4.6	Bak-uitleg en vergelykings vir 'n voorhaker met skakelwa en leunwa (interlink) (<i>hkl</i> -konfigurasie)	55
5.1	Die versameling getallepare $G_1 = \{(m, y) : \mathbf{g} \left({}^vT + \frac{my}{\delta} \right) \leq \mathbf{b}_1 \mathbf{g}\}$	61
5.2	Die versameling getallepare $G_1 = \{(m, y) : \mathbf{g} \left({}^vT + \frac{my}{\delta} \right) \leq \mathbf{b}_1 \mathbf{g}\}$ met triviale beperkings in ag genome	61
5.3	Toelaatbare ruimte as snyding van komponent-ruimtes	62
5.4	Toelaatbare gebied by 'n gegewe massa	63
5.5	Sny punte van randvergelings van die toelaatbare gebied.	68
6.1	Ruimtelike afmetings van 'n vragteenheid in die verstek-oriëntasie	81
6.2	Grafiese voorstelling van die oplossing van die plasing van 'n enkele onroterbare vragstuk. Vragstuk se (a) posisie op die vragarea (b) massamidelpunt in 'n vergroting van die toelaatbare gebied.	86
6.3	Grafiese voorstelling van die oplossing van die plasing van 'n enkele roterbare vragstuk. Vragstuk se (a) posisie op die vragarea (b) massamidelpunt in 'n vergroting van die toelaatbare gebied.	91
6.4	Opeenvolging slegs in een rigting toelaatbaar	93

6.5	Grafiese voorstelling van die oplossing van die plasing van 'n versameling roteerbare fragstukke. (a) Fragstukke se posisies op die fragarea. (b) Massamiddelpunt van die frag in 'n vergroting van die toelaatbare gebied.	98
6.6	Grafiese voorstelling van die oplossing van die plasing van 'n versameling palette. (a) Fragstukke se posisies op die fragarea. (b) Massamiddelpunt van die frag in 'n vergroting van die toelaatbare gebied.	103
6.7	Grafiese voorstelling van die oplossing van die plasing van palette aanboord 'n interlink. (a) Fragstukke se posisies op die fragarea. (b) Massamiddelpunt van die frag in 'n vergroting van die toelaatbare gebied.	111

Lys van Tabelle

1-1	Aantal oortredings per voertuig uit Kwazulu-Natal-studie	4
1-2	Onderbenutting van dra vermoë deur lasgrens-oortreders uit Kwazulu-Natal-studie	5
1-3	Grafiese voorstelling van 'n "ontoelaatbare" rangskikking teenoor 'n "toelaatbare" rangskikking	5
3-1	Regulasies met onderwerpe van belang vir padvragkarweiers	26
3-2	Relatiewe posisie van laspunte op voertuig-konfigurاسies	33
3-3	Beperkingstel vir b -konfigurاسie	35
3-4	Beperkingstel vir bs -konfigurاسie (elemente 1-30)	36
3-5	Beperkingstel vir bs -konfigurاسie (elemente 31-44)	37
3-6	Beperkingstel vir hl -konfigurاسie	38
3-7	Beperkingstel vir hkl -konfigurاسie(elemente 1-30)	39
3-8	Beperkingstel vir hkl -konfigurاسie(elemente 31-45)	40
3-9	Beperkingstel vir hls -konfigurاسie (elemente 1-30)	41
3-10	Beperkingstel vir hls -konfigurاسie (elemente 31-57)	42
5-1	Aktiewe beperkings en toelaatbare gebied van 'n b -konfigurاسie-voertuig by massa $m = 13688$, (a) op die totale laairuimte en (b) in 'n vergrote beeld met die apeksrandpunt as die rooi skyf.	75
5-2	Aktiewe beperkings en punte in die geassosieerde toelaatbare gebied van 'n bs -konfigurاسie-voertuig by vragmassas ${}^b s m = 35183$ en ${}^b m = 13688$ in vergrote beelde van die afsonderlike laairuimtes. Apeksrandpunte word as rooi skywe vertoon.	76
6-1	Rotاسies en geassosieerde waardes van rotاسieveranderlikes	87
6-2	Parameters van roteerbare vrageenhede	96
6-3	Vrageenheid-koördinate en rotاسieveranderlike waardes in die oplossing van VRPIII-LP wat 'n versameling roteerbare vrageenhede posisioneer	97

6-4	Paletmassas	101
6-5	Kandidaatposisies vir palette se massamiddelpunte vir leunwa in die <i>hl</i> -konfigurasië	102
6-6	Waarde van die toekenningsveranderlike u_{ij} wat Palet i aan Posisie j toeken in die resultaat van die VRP IV-LP	102
6-7	Paletmassas vir die skakelwa en leunwa van 'n <i>hkl</i> -konfigurasië-voertuig .	107
6-8	Kandidaatposisies vir palette op die skakelwa en leunwa van 'n <i>hkl</i> -konfigurasië-voertuig	107
6-9	Waarde van die toekenningsveranderlike u_{ij} wat Palet i aan Posisie j toeken in die resultaat van die VRP IV vir <i>hkl</i> -konfigurasië	109

Gereserveerde simbole

Simbool	Beskrywing
$\mathcal{R}, \square \mathcal{R}$	Versameling van beperkings vir 'n konfigurasie
$\mathcal{I}, \square \mathcal{I}$	Versameling van indekse van beperkings in \mathcal{R}
$F, \square F$	Las
$\mathbf{F}, \mathbf{F}^T, \square F$	Vektor van laste
\underline{a}_i	Vektor van koëffisiente van beperkte laste volgens beperking $i \in \mathcal{I}$
b_i	Beperkende konstante volgens beperking $i \in \mathcal{I}$
\mathbf{b}_i	Beperkende konstante vir 'n spesifieke voertuig volgens beperking $i \in \mathcal{I}$
\mathbf{g}	Gravitasie-versnellingskonstante
$x, \square x$	'n Sywaartse liggingskoördinaat van 'n vragmassamiddelpunt
$y, \square y$	'n Voorwaartse liggingskoördinaat van 'n vragmassamiddelpunt
$m, \square m$	'n Massakoördinaat van 'n vragmassamiddelpunt
$\mathbf{m}, \square \mathbf{m}$	'n Bepaalde massawaarde van 'n vragmassamiddelpunt vir 'n bepaalde voertuig
$\mathbf{m}^*, \square \mathbf{m}^*$	Die maksimum massawaarde van 'n vragmassamiddelpunt vir 'n bepaalde voertuig
$T, \square T$	Tarramassa
$\omega, \square \omega$	Aswydte
$\Omega, \square \omega$	Vragareawydte
$\delta, \square \delta$	Asafstand of as-tot-krinkpen dimensie
$\Lambda, \square \Lambda$	Voertuiglengte
$\lambda, \square \lambda$	Vragarealengte
$\zeta, \square \zeta$	Afstand tussen verwysingsas en bak-voorkant
$\mathcal{P}, \square \mathcal{P}$	Versameling van voertuigparameters
$G_i, \square G_i$	Toelaatbare ruimte vir beperking $\underline{a}_i \mathbf{F} \leq \mathbf{b}_i \mathbf{g}$
$\mathbb{G}, \square \mathbb{G}$	Toelaatbare ruimte van 'n versameling beperkings of beperkingstel $\bigcap_{i \in \mathcal{I}} G_i$
$\mathbb{G}, \square \mathbb{G}$	Apeks van die toelaatbare ruimte van 'n versameling beperkings of beperkingstel $\bigcap_{i \in \mathcal{I}} G_i$
$\bar{G}_i, \square \bar{G}_i$	Randvlak van toelaatbare ruimte waar $\underline{a}_i \mathbf{F} = \mathbf{b}_i \mathbf{g}$
$\bar{x}_C, \square \bar{x}_C$	'n Sywaartse liggingskoördinaat van snypunte van randvlakke $\{\bar{G}_i : i \in \mathcal{C} \subset \mathcal{I}\}$
$\bar{y}_C, \square \bar{y}_C$	'n Voorwaartse liggingskoördinaat van snypunte van randvlakke $\{\bar{G}_i : i \in \mathcal{C} \subset \mathcal{I}\}$
$\bar{m}_C, \square \bar{m}_C$	'n Massakoördinaat van snypunte van randvlakke $\{\bar{G}_i : i \in \mathcal{C} \subset \mathcal{I}\}$
\mathcal{K}	Versameling van kombinasies van indekse van snypunte van randvlakke $\{\bar{G}_i : i \in \mathcal{C} \subset \mathcal{I}\}$

Simbool	Beskrywing
M	'n Groot getal
$n, \square n$	Aantal vrageenhede in 'n gegewe vrag
${}_a x_i, \square {}_a x_i$	'n Sywaartse liggingskoördinaat van Vrageenheid $i \leq n$
${}_a y_i, \square {}_a y_i$	'n Voorwaartse liggingskoördinaat van Vrageenheid $i \leq n$
${}_v x_i, \square {}_v x_i$	'n Sywaartse liggingskoördinaat van Vrageenheid $i \leq n$
${}_v y_i, \square {}_v y_i$	'n Voorwaartse liggingskoördinaat van Vrageenheid $i \leq n$
${}_c x_i, \square {}_c x_i$	'n Sywaartse liggingskoördinaat van Vrageenheid $i \leq n$
${}_c y_i, \square {}_c y_i$	'n Voorwaartse liggingskoördinaat van Vrageenheid $i \leq n$
$m_i, \square m_i$	massa van Vrageenheid $i \leq n$ van Vrageenheid $i \leq n$
$\Phi_i, \square \Phi_i$	Lengte van Vrageenheid $i \leq n$
$\Theta_i, \square \Theta_i$	Breedte van Vrageenheid $i \leq n$
$\phi_i, \square \phi_i$	afstand van massamiddelpunt vanaf agtersy van Vrageenheid $i \leq n$
$\theta_i, \square \theta_i$	afstand van massamiddelpunt vanaf linkersy van Vrageenheid $i \leq n$
$N, \square N$	kandidaat vragposisies op die vragarea van 'n gegewe voertuig
${}_q r_i$	q -Rotasietoestand van Vrageenheid $i \leq n, q \leq 8$
d_{ij}	Besluitnemingsveranderlike wat aandui of Vrageenheid i voor of agter Vrageenheid j is in rangskikking
b_j	Breedte van Vrageenheid $i \leq n$ uit rangskikkingsoogpunt
l_j	Lengte van Vrageenheid $i \leq n$ uit rangskikkingsoogpunt
ε_i	Afwykingsveranderlike van beperking $i \in \mathcal{A}$
P	Versameling van koördinaatpare van vragposisies vir 'n gegewe voertuig
${}_p x_i$	'n Voorwaartse liggingskoördinaat van kandidaatvragposisie $i \leq N$
${}_p y_i$	'n Sywaartse liggingskoördinaat van kandidaatvragposisie $i \leq N$
u_{ij}	Besluitnemingsveranderlike wat aandui of Vrageenheid i aan Posisie j toegewys word, $i \leq n, j \leq N$
Voertuig-aanduidende boskrifkomponent	
b	Vastebak voertuig
h	Voorhaker
k	Skakelwa
l	Leunwa
s	Sleepwa
As-aanduidende boskrifkomponent	
t	Stuuras
d	Dryfas
v	Vooras
a	Agteras
Kant-aanduidende boskrifkomponent	
L	Linkerkant
R	Regterkant
C	Middel

Nota oor eenhede

Die eenhede van die resultate word in die belang van leesbaarheid nie in die teks getoon nie. Die eenhede van 'n waarde kan afgelei word uit die aard van die veranderlike waarvoor die waarde verkry is.

- Alle dimensies en liggingskoördinate se eenheid is *meter*.
- Alle massa waardes en massakoördinate se eenheid is *kilogram*.
- Alle laste se eenheid is *Newton*.

Nota oor akkuraatheid

Alle waardes wat uit berekeninge voortspruit is bereken met die hoogste toelaatbare presisie wat die sagteware en rekenaar toelaat. Geen konvensie is gevolg om die aantal desimale in resultate spesifiek te beperk nie.

Hoofstuk 1

Inleiding

Enige padvragkarweier moet sy voertuie se dra vermoë ¹ voortdurend optimaal benut. Dit is nie net belangrik vir die padvragkarweier ten opsigte van sy besigheid se winsgewendheid en voortbestaan nie, maar ook vir die samelewing weens die benutting van hulpbronne, verbruik van infrastruktuur, verkeerskongestie en die besoedeling wat met die karweiwerk gepaard gaan.

As 'n voertuig ontwerp is om 'n vrag met hoë volume en lae digtheid deur sy bedryfsleeftyd te dra, is die voertuig normaalweg fisies gevul voordat die voertuig se asmassalagrense ² bereik word. Daarteenoor sal 'n voertuig wat ontwikkel is om 'n vrag met hoë digtheid te dra, nie noodwendig fisies gevul wees teen die stadium wat asmassalagrense bereik word nie. Die meganiese aard van die voertuig- en vrag samestelling bring mee dat in bepaalde toestande slegs sommige asmassalagrense bereik of oorskry word, terwyl ander asse op dieselfde voertuig onderbenut word in terme van asmassalagrense.

Padkarweiers wat aan die wetgewing wil voldoen, is veronderstel om elke element van die wetgewing in ag te neem wanneer voertuie gelaai word. Op sommige voertuie kan daar selfs meer as 50 wetlike lasgrens-voorskrifte of -beperkings van toepassing wees, wat nagekom moet word. Die besluite aangaande vragrangskikking wat die fisiese laaiwerk voorafgaan, is dus nie triviaal nie. As die vrag homogeen is, of die voertuig doelgebou is om 'n sekere vrag samestelling te vervoer, is vragrangskikking eenvoudig die navolging van 'n voorskrif. Wanneer die vrag samestelling egter verskil tussen ritte, soos wanneer paletvrag of verskeie swaar vrageenhede vervoer moet word, is 'n aanvaarbare vragrangskikking normaalweg die uitvloeisel van 'n rangskikkingsproses.

As daar sekere rangskikkings van dieselfde vrag bestaan wat aan alle wetsbepalings voldoen, terwyl ander rangskikkings sommige asmassalagrense verbreek met dieselfde hoeveelheid (of minder) as wat daar onbenutte dra vermoë op ander asse of wiele bestaan, is

¹Hoewel die dra vermoë van 'n voertuig kan verwys na die hoeveelheid vrag in volume wat 'n voertuig mag dra, verwys dra vermoë, in die konteks van hierdie werk, na die hoeveelheid vrag in massa-terme wat 'n voertuig mag dra.

²Asmassalagrense spruit voort uit owerheidswetgewing wat daargestel is om padinfrastruktuur te beskerm en die veilige gebruik van voertuie af te dwing. Die lasgrense skryf maksimum en minimum massas voor wat wiele en asse mag dra, asook verhoudingsgetalle waarin laste tot mekaar mag staan.

daar geleentheid vir die bepaling van die “toelaatbare” vragrangskikkings. Maatreëls wat die karweier kan tref in die bepaling van die “toelaatbare” vragrangskikkings kan wees óf die fisiese weeg van die voertuig tussen herrangskikkings, óf die berekening van laste van rangskikkings vir vergelyking tussen herrangskikkings.

Sommige karweiers het weegbrûe op hulle persele waarmee vragrangskikkings geëvalueer kan word en daar bestaan toerusting wat aanboord voertuie geïnstalleer kan word wat laste meet en rapporteer. Daar bestaan ook algemeen beskikbare rekenaarprogramme wat aslaste bereken op grond van gegewe voertuig- en vragspesifikasies. Hierdie maatreëls is slegs gedeeltelike oplossings vir die rangskikkingsprobleem aangesien dit slegs effekte rapporteer en geen rangskikking uitvoer nie.

Die vragrangskikkingsproses behels, eerstens, die vasstelling van grense wat ’n toelaatbare gebied omsluit en, tweedens, ’n soekmetode na ’n aanvaarbare rangskikking van ’n bepaalde stel vraeenhede. In hierdie werk word ’n metode ontwikkel wat die toelaatbare gebied vir massamiddelpunte parameteries spesifiseer vir ’n verskeidenheid van voertuigkonfigurasies. Met die toelaatbare gebied bekend, word ’n gereduseerde stel beperkings verkry wat aangewend kan word in die ontdekkingsproses van wetlik aanvaarbare vragrangskikkings vir ’n seleksie van vragtipes.

1.1 Lasgrensverwante wetgewing

Lasgrense vir al die voertuie op openbare paaie word deur die Nasionale Padverkeerswet (Wet 93 van 1996) en sy Regulasies voorgeskryf. Die wetgewing vervat onder meer die volgende wat lasgrense betref :

- Dit verplig padgebruikers om nie die pad te oorbelas nie.
- Dit verplig padgebruikers om te verseker dat hulle **geskikte** voertuie **korrek** gebruik.
- Dit skep meganismes vir wetstoepassers om oortreders te identifiseer en te vervolg.
- Dit bepaal strawwe vir wetsoortreders.

’n Padkarweier as padgebruiker het kennis van die vragte wat hy beplan om te vervoer, reeds voordat hy ’n voertuig bekom. Derhalwe sal hy met kennis van die vrag en kennis van die wet ’n voertuig bekom wat geskik behoort te wees vir die vrag wat hy wil vervoer. Alvorens die voertuig geregistreer sal word, sal daar eers verseker word dat die voertuig aan die wetlik voorgeskrewe spesifikasies voldoen deur fisiese inspeksie en toetsing, sowel as verifikasie van vervaardigingsdokumentasie.

’n Deel van die spesifikasies is die aanwesigheid van ’n plaat waarop die vervaardiger van die voertuig sekere maksimum lasgrense voorskryf. Wetstoepassers gebruik onder meer hierdie inligting vir wetstoepassing op die voertuig deur sy bedryfslewe. Omdat die voertuig se inligtingsplaat reeds voor registrasie op die voertuig gemonteer is, is die

padvragkarweier ook vanuit die staanspoor bewus van die presiese lasgrense waarvoor die voertuig geskik is.

Met hierdie kennis moet die padvragkarweier verseker dat sy voertuig korrek gebruik word [17], deur maatreëls te tref wat sal verseker dat die vrag aanboord die voertuig sodanig gelaai is dat geen lasgrense oorskry word nie.

Lasgrens-wetstoepassing word uitgevoer deur wetstoepassers wat voertuie voorkeer en op weegbrûe laat weeg. Die as- en wiellaste van die voertuig word dan op die weegbrug bepaal en vergelyk met die lasgrense van die voertuig. As daar tydens die proses bevind word dat daar geen oorskryding is nie word die voertuig toegelaat om sy rit voort te sit. As daar egter bevind word dat die voertuig 'n lasgrens oorskry, word daar na gelang van die erns van die oorskryding met die oortreder gehandel [25].

Die strawwe wat oortreders opgelê kan word varieer vanaf 'n skulderkenningsboete tot tronkstraf [17, Art. 89] en selfs die opskorting van operateurskaarte [17, Art. 50]. Die beskuldigdes in strafsake, waar die aanklagte oor lasgrens-oorskryding handel, word nie beperk tot die bestuurder van die voertuig op die tydstip waarop die oortreding begaan is nie, maar kan ook die operateur en sy maatskappy se amptenare insluit [17, Art. 51].

'n Wetsontwerp wat reeds sedert 1998 bestaan maar nog nie geproklameer is nie, is die Wet op Administratiewe Beregting van Verkeersoortredings (Wet nommer 46 van 1998), beter bekend onder sy Engelse akroniem "AARTO". Volgens Artikel 2 van die AARTO-wet is die doelwitte daarvan onder meer:

- Die aanmoediging van die nakoming van padverkeerswetgewing.
- Die aanmoediging van die betaling van boetes.
- 'n Versnelling van die beregting van oortredings.
- 'n Verligting van die las op geregshowe met die aanhoor van verkeersoortredingsake.
- Die instel van 'n strafpuntestelsel wat aangewend kan word om gereelde oortreders se lisensies, permitte en operateurskaarte op te skort of te kanselleer [18, Art.2].

Die verwagte instelling van die AARTO-wetgewing dui daarop dat so streng as wat die bestaande wetgewing is, daar in die toekoms nog strenger optrede teen oortreders verwag kan word. Verdere druk in die vorm van verhoogde polisiëring deur die uitbreiding van die weegbrugnetwerk [20] en strenger toepassing van die wet deur verlaagde oorskrydings-toleransies is reeds ingestel [6].

Desnieteenstaande die owerheidsdruk en bewustheid van die onweerlegbare verband wat bestaan tussen voertuigoorbelading en padskade, asook voertuigoorbelading en padveiligheid, is daar steeds 'n voorkombare insidensie van lasgrens-oorskryding.

1.2 Voorkoms van lasgrens-oorskryding

Die Nasionale Instituut vir Vervoer- en Padnavorsing van die Wetenskaplike en Nywerheidsnavorsingsraad (WNNR) publiseer sedert 1972 periodiek 'n spesiale verslag wat die skade aan paaie deur oorbelaste voertuie beskryf. In 1987 rapporteer die verslag dat 16%

van alle swaarmotorvoertuie wat gewee is, lasgrense oorskry het en dat beraam is dat die oortreders verantwoordelik was vir 57% van die skade aan die pad [27]. In 1997 rapporteer 'n volgende uitgawe van dieselfde verslag dat 15-20% van alle swaarmotorvoertuie wat gewee is, lasgrense oorskry het en dat die beraamde skade deur die oortreders ongeveer 60% van die totale skade aan die pad uitmaak [7]. Nie veel het verander tussen 1987 en 1997 wat die lasgrens-oorskryding betref nie.

Data van die WNNR beskryf die besonderhede van sowat 9404 voertuie wat gedurende Februarie 2005 by amptelike weegbrûe van die Kwazulu-Natal se Verkeersowerheid gewee is [19]. Die data toon dat 1445 van die 9404, oftewel 15% van die voertuie wat gewee is, die een of ander lasgrens oorskry het. Die data is ontleed en 'n uiteensetting van die aantal asse wat oorlaai is per voertuig word vertoon in Tabel 1-1. Byna 80% van die oortreders het slegs een as oorlaai.

Aantal lasgrens-oortredings op 'n voertuig	Aantal oortreders in kategorie	% van oortreders in kategorie
1	1132	78.3%
2	213	14.7%
3	94	6.5%
4	6	0.4%
	1445	

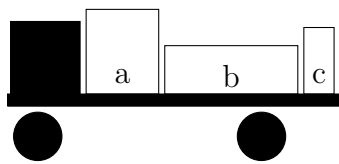
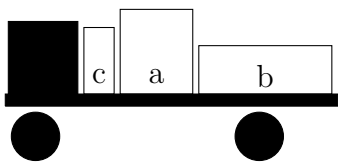
Tabel 1-1: Aantal oortredings per voertuig uit Kwazulu-Natal-studie

'n Telling van die voertuie met oorlaaide asse en gelyktydige onderbenutting van die betrokke voertuig se dra vermoë word getoon in Tabel 1-2. Daarin kan gesien word dat 99.8% van die oortreders wat slegs een as oorlaai het, die dra vermoë van die voertuig gelyktydig onderbenut. Hierdie verskynsel is waarskynlik die gevolg van 'n "ontoelaatbare" rangskikking van die vrag wat die oortreding meebring, want daar is 'n neiging onder sommige karweiers om eerder voertuie te onderbenut as om die risiko van oorbelading te loop. Dieselfde data toon ook dat die werklike asmassa-totaal (oorbeladings ingesluit) slegs 77% van die toegelate asmassa-totaal uitmaak. In Figuur 1.2 word 'n "ontoelaatbare" rangskikking van 'n denkbeeldige vrag getoon teenoor 'n "toelaatbare" rangskikking van dieselfde vrag vir 'n voertuig waarvoor daar slegs drie lasgrense bestaan. Alle gevalle waarin sulke "ontoelaatbare" rangskikkings die oortreding meebring, is voorkombaar as daar "toelaatbare" rangskikkings vir die vrag bestaan of die afwesigheid van 'n "toelaatbare" rangskikking uitgewys word voordat die voertuig gelaai en versend is. Daar bestaan 'n behoefte aan metodes wat hierdie voorkombare oortredings kan verminder of elimineer.

'n Kru metode om die oortredings te voorkom is die fisiese weeg en herrangskikking van die vrag totdat die eerste "toelaatbare" rangskikking gevind word, of alle moontlike rangskikkings gewee is en almal verbrekkings meebring en die verantwoordelike karweier

Aantal lasgrens-oortredings op 'n voertuig	Aantal oortreders wat onderbenut in kategorie	% van oortreders in kategorie wat onderbenut
1	1130	99.8%
2	70	32.9%
3	2	2.1%
4	0	0%
1202		

Tabel 1-2: Onderbenutting van dra vermoë deur lasgrens-oortreders uit Kwazulu-Natal-studie

Beperkings	“ontoelaatbare”-rangskikking	“toelaatbare”-rangskikking
		
	$^{bt}m = 8200$ $^{bd}m = 8000$	$^{bt}m = 7500$ $^{bd}m = 8700$
$^{bt}m \leq 7700$	Verbreek	Voldoen
$^{bd}m \leq 9000$	Voldoen	Voldoen
$^{bt}m + ^{bd}m \leq 16500$	Voldoen	Voldoen

Tabel 1-3: Grafiese voorstelling van ’n “ontoelaatbare” rangskikking teenoor ’n “toelaatbare” rangskikking

nie die vrag versend nie. Hierdie benadering kan werk vir ’n vrag bestaande uit ’n klein aantal vrageenhede maar word minder geskik soos die aantal vrageenhede toeneem, omdat die aantal rangskikkings wat vir ’n vrag bestaan, ’n funksie van die faktoriaal van die aantal vrageenhede is.

Die totale aantal rangskikkings is die aantal permutasies waarin die vrageenhede gerangskik kan word. Beskou die geval van ’n vrag \mathcal{V} met drie verskillende vrageenhede, $\mathcal{V} = \{a, b, c\}$, waarvan die basisse die vragarea van die voertuig vul. Die versameling van permutasies (en rangskikkings) waarin die vrageenhede gepak kan word, is vir ’n versameling van vrageenhede $\mathcal{V} = \{a, b, c\}$ die permutasies

$$P(\mathcal{V}) = \{\{a, b, c\}, \{a, c, b\}, \{b, a, c\}, \{b, c, a\}, \{c, a, b\}, \{c, b, a\}\}$$

en $|P(\mathcal{V})| = |\mathcal{V}|! = 3! = 6$. ’n Voertuig met ’n 5.5 meter baklengte kan met gemak 10 standaardpalette as vrag pas, waarvoor $|\mathcal{V}|! = 10! = 3\,628\,800$ rangskikkings bestaan, terwyl ’n leunwa met ’n 14 meter baklengte se 26 palette in ordegrootte $|\mathcal{V}|! = 26! \approx 4 \times 10^{26}$ rangskikkings geplaas kan word. (Daar word toegegee dat simmetrieaspekte die aantal rangskikkings in die genoemde voorbeelde met ’n faktor van twee kan verminder.)

Fisiese weegwerk is ’n swak opsie uit ’n bedryfsoogpunt, as die verskillende rangskikkings

bloot van 'n kant af getoets moet word, en selfs onbruikbaar as die aantal “toelaatbare” rangskikkings min is relatief tot 'n groot aantal potensiële rangskikkings. Fisiese her-rangskikking gaan gepaard met hantering, wat op sigself risiko inhou, en dit is tydrowend - met implikasies vir die produktiwiteit van personeel en die benutting van toerusting.

Daar bestaan dus 'n behoefte aan besluitsteun-metodes wat gebruik kan word in die laai en bedryf van swaarmotorvoertuie wat kan onderskei tussen “toelaatbare” en “ontoelaatbare” vragrangskikkings en waar moontlik selfs “toelaatbare” vragrangskikkings kan voorstel.

1.3 Vragrangskikking

Metodes waarmee vragrangskikking vir vragvoertuie uitgevoer kan word, kan van nut wees as dit

- die laste in wiele en asse kan beraam.
- tussen “toelaatbare” en “ontoelaatbare” rangskikkings van die vrag kan diskrimineer.
- die maksimum vragmassa kan bepaal.
- die ideale vragposisie of ruimte van vragposisies kan afbaken.
- “toelaatbare” rangskikkings kan genereer.
- die afwesigheid van “toelaatbare” rangskikkings kan aandui.

Dit is belangrik om die laste in die wiele en die asse te kan beraam, want dan hoef 'n voertuig nie voorkomend geweeg te word nie. Die beraming kan dan ook vir elke kandidaatvrag uitgevoer word tydens 'n soekproses.

Implisiet aan die diskriminasie tussen “toelaatbare” en “ontoelaatbare” rangskikkings, is dat alle lasgrensbeperkings in 'n vorm is, wat die logiese vergelyking vir toelaatbaarheid, van laste moontlik maak. Die vorm van die lasgrens-beperkings moet ook die bepaling van die maksimum vragmassa moontlik kan maak. Kennis van die maksimum massa is van belang om onnodige berekeninge te voorkom, want dit verskaf 'n vaste bogrens en dui dus die “ideale” vragposisie aan.

Elke voertuig het 'n maksimum massa wat dit as vrag mag dra. Enige vrag wat die maksimum massa oorskry, is uit die aard van die saak nie 'n kandidaatvrag nie. Die maksimum vragmassa sal verder tipies geassosieer wees met 'n spesifieke punt of 'n beperkte ruimte op die vragarea van die voertuig. Hierdie punt of ruimte is die “ideale” vragposisie, aangesien dit enige vrag met 'n laer massa as die maksimum massa ook sal kan dra. Daar hoef nie 'n soekproses uitgevoer te word vir gevalle waar 'n vrag met 'n laer massa as die maksimum massa in die “ideale” vragposisie pas nie.

Waar vragte met massas laer as die maksimum massa nie in die “ideale” vragposisie pas nie, verg dit dat alternatiewe rangskikkings gegenerer word vir evaluering totdat ’n “toelaatbare” rangskikking gevind word. Wanneer die aantal “toelaatbare” rangskikkings relatief min is tot die aantal “ontoelaatbare” rangskikkings, kan die soekproses ’n groot aantal toetse van kandidaatrangskikkings beteken. Om tyd te bespaar, behoort soekproesse te lei in ’n nie-verslegtende rigting. So ’n proses sal ideaal gesproke na sy afloop uitsluitel kan lewer oor die afwesigheid van “toelaatbare” rangskikkings.

1.4 Doelwitte van die proefskrif

Die oorkoepelende doelwit van die studie is die ontwikkeling van metodes vir die herleiding van wetlike asmassalagrens-voorskrifte na ’n logiese ruimte waarmee vragrangskikking aanboord vragvoertuie uitgevoer kan word om asmassalagrens-oorskryding te voorkom. Verlangde eienskappe van die metodes is dat dit aanpasbaar moet wees vir verskillende voertuie en verskillende voertuig-konfigurasies, asook vertaalbaar moet wees na logika wat rekenaarmatig uitgevoer kan word. Ter bereiking van die hiervan word daar ses intermediêre doelwitte gestel.

Doelwit I: Om ’n literatuurstudie uit te voer van operasionele navorsingsmetodes wat oor vragrangskikking handel.

Doelwit II: Om lasgrensverwante wetgewing te ontleed en dit na beperkings te herlei.

Doelwit III: Om meganiese modelle te ontwikkel wat die kragte in die asse en wiele van vragvoertuie konserwatief beraam.

Doelwit IV: Om die beraamde kragte uit Doelwit III in die beperkings uit Doelwit II te inkorporeer ten einde beperkings te kry vir die vrag aanboord ’n spesifieke voertuig.

Doelwit V: Om die gebruik van die beperkings uit Doelwit IV te demonstreer in ’n seleksie van vragrangskikkingsomgewings.

Doelwit VI: Om ’n oorsig te verskaf van wat in die studie bereik is en geleenthede uit te lig vir verdere werk in navorsing oor vragrangskikking aanboord vragvoertuie.

1.5 Omvang van die proefskrif

Die werk in hierdie proefskrif is beperk tot voorskrifte uit die Suid-Afrikaanse lasgrensverwante wetgewing soos wat dit tans daar uitsien.

Die voorgestelde metodes van die beraming van kragte in wiele en asse neem nie die effekte van suspensie-elemente en strukturele styfhede in ag nie en is dus nie perfekte beramings van die kragte nie. Dit is slegs beramings gebaseer op vereenvoudigende aannames wat ten doel het om konserwatiewe grense te verky.

Slegs vyf konfigurasies van voertuie in algemene gebruik word beskou. Daar word aanvaar dat dimensionele en tarramassa-parameters vir voertuie wat ontleed word, met sekerheid bekend is. Daar word aangeneem dat die vraag wat aanboord hierdie voertuie gelaai word diskrete eenhede is met bekende dimensies en massamiddelpunte.

Aanwending van die beperkings op die toelaatbare gebied word slegs vir 'n seleksie van rangskikkingsomgewings aangebied, bloot om die nut daarvan te demonstreer. Daar bestaan eenvoudig te veel variasies op die vorms van vraag en vraagvoertuie om 'n omvattende versameling van vragrangskikkingsmetodes aan te bied. Die rangskikkingsmetodes wat wel aangebied word, aanvaar dat vrageenhede een vlak het wat die bodem daarvan vorm en dat die bodems reghoekige vorms het wat geroteer mag word. Alle vrageenhede se bodem word op die laaidek geplaas en geen stapeling of insnyding van die bodemlyne is moontlik nie.

Daar word aanvaar dat die vraag wat aanboord 'n spesifieke voertuig gelaai moet word reeds geïdentifiseer en gereed is en dat daar slegs 'n toelaatbare vragrangskikking geskep moet word, of uitspraak gelewer moet word dat die vraag nie 'n toelaatbare rangskikking het nie. Die seleksie of insluiting of uitsluiting van vrageenhede word nie as deel van die probleem beskou nie.

1.6 Struktuur van die proefskrif

Die hoofstukke van hierdie proefskrif is soos volg verdeel: Hoofstuk 1 verskaf die agtergrond tot die werk en lei die onderwerp in. In Hoofstuk 2 word die toepaslike literatuur bespreek. Hoofstuk 3 bevat 'n ontleding van die lasgrensverwante wetgewing wat in Hoofstuk 4 en 5 herlei word na logiese ruimtes vir toelaatbare rangskikkings vir 'n verskeidenheid van vraagvoertuig-konfigurasies. In Hoofstuk 6 word enkele vragrangskikkingsomgewings bekend gestel en die aanwending van die beperkings op die toelaatbare area vir vragmassamiddelpunte word gedemonstreer met numeriese toepassings. In Hoofstuk 7 word 'n oorsig verskaf van wat met hierdie studie bereik is en idees word voorgestel vir verdere werk.

Hoofstuk 2

Literatuurstudie

2.1 Inleiding

As 'n vrag 'n massa het wat kleiner of gelyk is aan die dra vermoë van 'n bepaalde voertuig, sal 'n lasgrens-oorskryding slegs plaasvind as die vrag verkeerd gelaai is. Die oorkoepelende probleem is dus 'n “laai-probleem”.

Die verklarende Afrikaanse woordeboek van Kritzinger, Labuschangne en Pienaar verklaar dat die woord “laai” onder meer “'n vrag oppak” beteken [13, p. 485]. Dieselfde woordeboek toon ook dat die woord “pak” beteken “verskillende voorwerpe bymekaar sit” [13, p. 722]. Dit is dus duidelik dat “pak” deel is van die “laai”-aksie.

'n Literatuursoektog na oplossings vir “pakprobleme” en “laai-probleme” lewer publikasies op wat uitsluitlik met die ruimtelike aspekte van die laai van vraghouers te doen het [2, 4, 12], teenoor ander wat ook massa-dimensies van die pak- of laai-probleme bespreek. Aangesien hierdie proefskrif fokus op asmassalagrens-probleme, is die pak- en laai-probleme wat glad nie massa-oorewegings bespreek nie, geïgnoreer. Hieronder volg 'n bespreking van die werke wat bestudeer is in hierdie studie.

2.2 Eilon en Christofides (1971)

Eilon en Christofides het 'n metodiek voorgestel wat identiese houers met 'n bepaalde kapasiteit vul met items uit 'n lys, waar elkeen van die items 'n gegewe hoeveelheid kapasiteit benodig [10]. Verskillende laai-probleme word dan geformuleer deur telkens die doelfunksie te verander soos volg:

- Doelfunksie gebaseer op die aantal houers
 - Minimeer die aantal of waarde van houers benodig.
 - Minimeer die onbenutte ruimte of waarde in gedeeltelik benutte houers.
- Doelfunksie gebaseer op die aantal items

- Minimeer die aantal of waarde van items wat nie in die houers opgeneem word nie.
- Gekombineerde doelfunksie
 - Minimeer die gekombineerde waarde (geweeg) van gekose houers en die waarde van items wat nie in die houers opgeneem word nie.

Volledige formulerings, algoritmes en voorbeelde word voorgestel en gedemonstreer.

In die probleme met volume as dimensie word die geometriese vorm en oriëntasie van die laaibare items en houers wat die toepassing van die metodiek beperk, geïgnoreer¹. Waar massa gebruik word as dimensie, is slegs die totale massa in die houer op die voertuig van belang geag en die ligging van die houer op die laaibak geïgnoreer. Asmassalaste is nêrens in hierdie werk ter sprake nie en is daarom van beperkte nut in die oplossing van lasgrensprobleme.

2.3 Dyckhoff 1990

Die artikel van Dyckhoff [9, p. 145-159] waarin hy 'n tipologie van sny- en pakprobleme voorstel, is insiggewend. Enersyds bring dit 'n mate van orde na die bespreking van pakprobleme en andersyds gee dit 'n oorsig oor die tersaaklike literatuur wat tot op daardie stadium (1990) gepubliseer is.

Hy groepeer sny- en pakprobleme onder geometriese kombinatorika en onderskei tussen sny- en pakprobleme in die streng sin sowel as in die abstrakte sin [9, p. 148]. In die streng sin word daar in 'n snyprobleem primêr vir 'n oplossing gesoek wat items uit 'n beperkte materiaal uitsny met 'n minimum verlies aan materiaal, terwyl daar in 'n pakprobleem gepoog word om met die pak van items beskikbare ruimte sodanig op te neem dat daar 'n minimum verlies aan ruimte is.

Die bestudering van die artikel verskaf goeie insig oor die algemene eienskappe van sny- en pakprobleme asook 'n oorsig van werk wat oor die onderwerp gedoen is tot en met 1990. Die kern van Dyckhoff se werk is die verskaffing van 'n vierledige notasie met behulp waarvan 96 unieke kombinasies van sny- en pakprobleme geklassifiseer word.

Dyckhoff klassifiseer houer-pakprobleme as sny- en pakprobleme in die streng sin. Hy meld ook studies deur Gehring et al [11] en Haessler en Talbot [12] as onlangse werk oor die houer-pakprobleem in drie dimensies. Die vermelding en 'n bestudering van die twee werke werp verdere lig op die probleme wat deur Dyckhoff beskou word as houer-pakprobleme. Al twee hierdie werke bied oplossings wat houers pak op so 'n wyse dat die pakruimte optimaal benut word sonder dat daar oorweging geskenk word aan die effek van die rangskikking op asmassalaste.

¹Die geometriese vorm en oriëntasie van die laaibare items bepaal die vryruimte in die houer, wat ook geminimeer behoort te word vir algemene toepasbaarheid, soos wat in tipiese driedimensionele in-pakkingsprobleme teëgekomp word (sien §2.4).

In die abstrakte sin (volgens Dyckhoff), is die dimensies van laaiprobleme nie ruimtelik van aard nie en erken hy voertuig-laaiprobleme as abstrakte sny- en pakprobleme met 'n massa-dimensie. Dyckhoff verwys slegs na Eilon en Christofides (1971) se probleem wat as 'n voertuig-pakprobleem gesien kan word. Dit is duidelik dat Dyckhoff nie probleme of studies bestudeer het waar die ruimtelike aspekte en die massa-aspekte tegelykertyd oorweeg word nie.

2.4 Gehring, Menschner en Meyer 1990

Gehring, Menschner en Meyer (1990) ontwikkel 'n heuristiek om behulpsaam te wees met die saamstel van pakplanne vir skeepsvrageenhede, wat 'n verskeidenheid van reghoekige blokhouders met verskillende dimensies en massas is, in 'n gegewe skeepsvrageenhouer ingepak moet word, sodanig dat die beskikbare ruimte optimaal benut word. Hoewel Gehring et al fokus op die ruimtelike benutting van die vragruimte, word die stelling in die probleemspesifikasie gemaak dat die heuristiek 'n goeie vragbalans meebring met 'n massamiddelpunt aanvaarbaar naby aan die geometriese middelpunt en daar word onderneem om dit later in die artikel aan te toon. Inspeksie van die heuristiek toon dat die massa-dimensie van vrag-eenhede geensins aangespreek word nie². Die resultate wat aangetoon word, bevat wel die totale massa van die vrag maar daar is geen resultaat wat die mate van vragbalans aantoon nie. Die artikel bevat ook geen maatstaf rakende die “goedheid” van vragbalans of die “aanvaarbaarheid” van die nabyheid van die massamiddelpunt aan die geometriese middelpunt van die laai-area nie.

2.5 Amiouny, Bartholdi en Van De Vate 1991

Die vliegtuig-pakprobleem het in 1991 vir Amiouny et al gemotiveer om na 'n oplossing te soek vir die rangskikking van vrag aanboord 'n vliegtuig op so 'n wyse dat die massamiddelpunt van die vrag naby aan 'n gestelde teiken-massamiddelpunt kom [1]. Die probleemstelling begin met 'n lys van vrag-eenhede met verskillende lengtes en massas wat in 'n sekere volgorde van voor na agter, aanboord 'n gegewe vliegtuig gepak moet word. Die volgorde moet sodanig wees dat die massamiddelpunt van die vrag so naby moontlik aan die een of ander teiken-massamiddelpunt val. Amiouny et al waarborg vragrangskikkings wat na aan gebalanseerd is en altyd ten minste binne 'n afstand van $\frac{1}{2}l_{max}$ is van die teiken-massamiddelpunt is, waar l_{max} die lengte van die langste vrag-eenheid in die lys is. Die skrywers van die artikel maak die aanvegbare stelling dat die voorgestelde “Balance”-algoritme die rangskikking vind met 'n massamiddelpunt wat die naaste moontlik aan 'n gestelde teikenpunt is [1, p. 239].

Dit moet toegegee word dat die voorgestelde algoritme maklik implementeerbaar is en rangskikkings naby aan die gestelde teiken-massamiddelpunt lewer en slegs buite die afstand $\frac{1}{2}l_{max}$ van die teiken-massamiddelpunt is, as die teiken-massamiddelpunt te naby

²Hierdie tekortkoming word beaam deur Davies en Bischoff in 'n latere werk [8, p. 511].

aan die rand van die pakruimte is. Gevalle is egter gevind waar daar na die implementering van die “Balance”-algoritme wel oplossings was waarop verbeter kon word deur die inkrementele verbeterings te verkry deur onderlinge ruiling van vrageenhede in die “Balance”-algoritme se finale oplossing. Die grootste tekortkoming bly egter die afwesigheid van inligting oor die mate waarin die beste oplossing ’n toelaatbare oplossing is in terme van ’n wetlike of ’n bedryfsvoorskrif.

2.6 Bischoff en Ratcliff 1995

In 1995 het Bischoff en Ratcliff vraagstukke in die ontwikkeling van benaderings tot die laai van houers bespreek in die tydskrif Omega[3]. (Hoewel dit nie eksplisiet gestel is nie, kan veronderstel word dat die houers waarna hulle in die artikel verwys skeepsvraghouers is op grond van die voorbeelde wat hulle gebruik het.) Hulle lei die artikel in met die stelling dat die laai van houers somtyds in die literatuur gebruik word asof dit ’n selfverduidelikende en volledige karakterisering van die probleem is terwyl dit in werklikheid nie die geval is nie. Daarna volg ’n kort beskrywing van 12 faktore wat ’n rol speel in die oplossing van houerlaai probleme, maar waarvan sommige gereeld buite rekening gelaat word in die voorgestelde oplossings. Die outeurs maak dan die punt dat die weglating van sommige van hierdie “belangrike” faktore die toepasbaarheid van die voorgestelde oplossings daadwerklik beperk. Die laaste twee faktore is die houer se maksimum massa as beperking en die eweredige massaverspreiding binne-in die houer. Ongelukkig word daar niks verder in die artikel genoem of voorbeelde verskaf van probleme en oplossings waarin massa-oorwegings ter sprake is nie.

2.7 Bischoff en Ratcliff 1997

In 1997 publiseer Bischoff en Ratcliff ’n artikel waarin hulle ’n heuristiek voorstel waarvolgens voorsiening gemaak kan word vir massa-oorwegings in die laai van vraghouers [15]. Die artikel fokus op die probleem van die driedimensionele vul van ’n vraghouer uit ’n lys van reghoekige vrageenhede met verskillende massas en stapeldra vermoë. ’n Rangskikkingsmetodiek word dan voorgestel wat slegs die massas en stapeldra vermoë van die vrageenhede in ag neem. Geen oorweging word geskenk aan die massaverspreiding van die vrageenhede nie en dus is die werk van beperkte nut in die voorkoming van asmassalagrens-oorskrydings.

2.8 Mathur 1998

In 1998 bied Mathur ’n verbetering op Amiouny et al se werk aan. ’n Heeltalprogrammeer-gebaseerde heuristiek word voorgestel om ’n lys van vrageenhede met gegewe lengtes en massas, tussen twee punte op ’n lyn te rangskik op so ’n wyse dat die massamiddelpunt van die rangskikking so naby moontlik aan teiken-massamiddelpunt val. Die heuristiek

berus op 'n heeltalprogram wat 'n gerangskikte lys van vrageenhede sodanig skei dat die linksom-momente en die regsom-momente, rondom die teiken-massamiddelpunt naby aan 'n balans is as die vrageenhede in volgorde van nie-afnemende digtheid van links na die massamiddelpunt gepak word en in nie-toenemende digtheid van die massamiddelpunt na die regterkant.

Mathur se rangskikkingsmetode lewer (net soos Amiouny et al se metode) 'n massamiddelpunt wat baie naby aan die voorafingestelde teiken-massamiddelpunt val maar wat telkens op verbeter kan word deur slegs naasliggende blokke somtyds om te ruil. Die grootste tekortkoming bly (net soos in die geval van Amiouny) die afwesigheid van inligting oor die mate waarin die beste oplossing 'n toelaatbare oplossing is in terme van 'n wetlike of 'n bedryfsvoorskrif.

2.9 Agbegha, Ballou en Mathur 1998

Die aflewering van motorvoertuie deur 'n ligtemotorvoertuig-karweier is deur Agbegha, Ballou en Mathur (1998) bestudeer. Wanneer 'n versameling voertuie van verskillende groottes geselekteer is om afgelewer te word by spesifieke handelaars wat in 'n bepaalde volgorde besoek word, wil die karweier 'n laai-volgorde bepaal wat die op- en aflaai van sekere voertuie om toegang tot ander voertuie te kry, minimeer. Die algortime berus op die oplossing van 'n nie-lineêre program wat die aantal dubbelhanterings van die individuele motorvoertuie ontmoedig deur 'n koste te plaas op elke hantering.

Die laai-volgorde of vragrangskikking geskied sonder inagneming van die ligtemotorvoertuie se massas wat meebring dat die studie geen bydrae maak tot kennis van die rangskikking van vrag om asmassalagrens-oorskryding te vermy nie.

2.10 Davies en Bischoff 1999

In 1999 publiseer Davies en Bischoff 'n metodiek wat 'n lys van reghoekige vrageenhede in 'n groot vraghouer pak en sodanig rangskik dat die massamiddelpunt van die gepakte vrag naby aan die geometriese middelpunt van die vraghouer is [8]. Elkeen van die vrageenhede in die lys behoort aan een van t -klasse, waar t kan wissel van 1 tot n . Die vrageenhede in 'n klas het identiese lengte-, breedte- en hoogte-dimensies. Die vrageenhede het ook verskillende massas wat deur 'n proses toegeken is waarin 'n digtheidswaarde ewekansig uit twee sterk verskillende digtheidsintervalle gekies is. Die metodiek behels twee onderskeibare stadia naamlik 'n "blokvormingstadium" gevolg deur 'n "rangskikkingstadium". In die blokvormingstadium word daar ewewydige ³ "mure" van vrageenhede oor die breedte van die vraghouer gebou, wat "blokke" genoem word. Daar word opeenvolgende "blokke" gevorm totdat die lengte van die bak opgeneem is of daar nie meer vrageenhede oor is om in die vrag op te neem nie. Die "blokke" word dan

³Daar word slegs na ewewydigheid gestreef maar dit is nie altyd moontlik nie vanweë die verskillende dimensies van die vrageenhede wat nie noodwendig veelvoude van mekaar is nie.

van voor na agter, agtermekaar in die vraghouer ingepak om 'n ordening te vorm. Die rangskikkingsstadium vind plaas deur na 'n ordening van die blokke te soek wat 'n massamiddelpunt oplewer wat die naaste aan die geometriese middelpunt van die vraghouer is.

Tydens die rangskikkingstadium word die volledige oplossingsruimte deursoek waar die aantal voor-na-agter ordeninge, minder as $7! = 5040$ is. Die rede vir die keuse van $7! = 5040$ as afsnypunt word nie verskaf nie, daar word slegs gemeld dat probleme met 'n aantal voor-na-agter ordeninge groter as hierdie hoeveelheid somtyds lei tot oormatige berekening. Vir gevalle waar die voor-na-agter ordeninge meer is as 5040, word daar 'n ewekansige seleksie van 1000 ordeninge getrek en elkeen daarvan word onderwerp aan 'n herpakkingsproses⁴ waaruit die herpakte ordening met die massamiddelpunt naaste aan die geometriese middelpunt aangewys word as die oplossing.

Hierdie werk is van waarde in die soeke na maatreëls ter voorkoming van asmassalagrens oorskryding want dit stel 'n metodiek voor waarvolgens vrageenhede wat in blokke wat so wyd is as die vraghouer, ook gerangskik word om 'n massamiddelpunt naby aan 'n sekere punt te verkry. Die vraghouer kan vervang word met 'n voertuig se bak en 'n ander punt as die geometriese middelpunt van die laai-area kan aangewys word as die verwysingspunt vir die soekproses. Daar is egter twee probleme wat met die voorgestelde benadering gevind is wat eers uit die weg geruim behoort te word. Eerstens onderskei hierdie metode nie wetlik aanvaarbare oplossings van onaanvaarbare oplossings nie; dit verkry slegs 'n massamiddelpunt naby aan 'n verwysingspunt. Tweedens bestaan daar onduidelikheid oor die werking van die soekproses na 'n geskikte ordening tydens die rangskikkingstadium. Hierdie onduidelikheid behoort opgeklar te word, want 'n verkeerde implementering van die metodiek kan daartoe lei dat die oplossingsruimte onder beskouing, nie volledig deursoek word nie - 'n fout wat vermoedelik ook deur die outeurs begaan is.

2.11 Eley 2002

Eley bied alternatiewe heuristieke aan vir die skep van blokke of “ewewydige mure” tot die metodes wat vroeër deur Bischoff en Davies [8] ontwikkel is. Eley verbeter ook op die werk van Bischoff en Davies met sy soekproses na 'n vragrangskikking met 'n massamiddelpunt in die geometriese middelpunt van die vragarea. Die algoritmes wat aangebied word bied geen uitsluitel of die resultate van die algoritmes optimaal naby aan die teikenpunt is of nie. Die geometriese middelpunt van 'n vragarea is waarskynlik 'n goeie teikenpunt vir die vragmassamiddelpunt maar daar is voertuie waar die ideale vragmassamiddelpunt nie in die geometriese middelpunt van die vragarea is nie. Wetlike toelaatbaarheid van die oplossing word geensins aangespreek nie.

⁴Die herpakkingsproses word losweg beskryf as die oorweging van alle moontlike spieëlbeelde in alle moontlike rigtings vir alle permutasies.

2.12 Mongeau en Bès 2003

Die laai van 'n vliegtuig se vragruim bied tot 'n mate dieselfde uitdagings as die laai van motorvoertuie. Mongeau en Bès bied 'n oplossing aan vir die laai van die vragruim van 'n vliegtuig sodanig dat die dra vermoë van die vliegtuig optimaal benut word [14]. Daar word begin met 'n bepaalde lys van kandidaatvraghouers waarvan slegs 'n substel aanboord gelaai kan word volgens die beperkings wat vir die vliegtuig en vlug bestaan. Vraghouers het elkeen 'n bepaalde massa en behoort aan 'n bepaalde dimensionele klas. Die vliegtuig se vragruim bestaan uit verskillende kompartemente wat slegs spesifieke kombinasies van dimensionele klasse vraghouers kan dra. Strukturele beperkings bepaal ook die maksimum massa wat in individuele kompartemente gelaai kan word. Die oplossing dui 'n seleksie van vraghouers aan wat die massa dra-kapasiteit van die vliegtuig optimaal benut, en wat so gerangskik is dat die massamiddelpunt van die vrag binne bepaalde grense relatief tot 'n ideale massamiddelpunt val.

Mongeau en Bès maak gebruik van 'n gemengde heeltal nie-lineêre program om die substel vraghouers te bepaal wat aanboord gelaai kan word, sowel as die aanwysing van die kompartement waarin die vraghouers gelaai kan word. In hulle formulering word die vereenvoudigende aanname gemaak dat die massamiddelpunt van elke gelaaide kompartement in dieselfde posisie is as die geometriese middelpunt van die kompartement. Hierdie tekortkoming kan dalk aanvaarbaar wees in toestande waarin die onderlinge massaverskil tussen vrageenhede so klein is dat die vrageenhede vir praktiese doeleindes dieselfde massa het. Geen aanduiding word in die artikel gegee oor die spesifieke massas of die wyse van simulاسie van die massas nie - dus kan daar geen uitlating gemaak word oor die massaverskille in die bepaalde eksperimente nie.

Die probleem van vrageenhede met nie-homogene lengte dimensies is wel 'n probleem wat by die laai van swaarmotorvoertuie voorkom. Die aanname van Mongeau en Bès, dat die massamiddelpunt van dele van die vrag wat aan kompartemente toegewys word, se massamiddelpunt in die geometriese middelpunt van die kompartement val, beperk die toepasbaarheid van die benadering op vragvoertuie. Die vryheid van seleksie van die vrageenhede tydens die rangskikkingsprobleem val ook buite die omvang van hierdie proefskrif.

2.13 Brits en Conradie 2003

In 2003 bestudeer Brits en Conradie die probleem met asmassalagrens-oorskryding wat 'n karweier van bouglas ondervind [5]. Glaspakke van verskillende massas word aanboord 'n swaarmotorvoertuig gelaai vir aflewering by 'n bouperseel. Die glas word in pakke versend waarin elke pak spesifieke massa en dimensies het. Die voertuigbak bestaan uit 'n ewegetal gleuwe wat oor die breedte van die bak versprei is en elke gleuf is fisies so lank as wat die bak is. Die voertuigbak word in 'n bepaalde aantal sones van voor na agter verdeel wat meebring dat die ruimte in elke gleuf ook in sones verdeel is. Brits en Conradie stel dan 'n lineêre program voor as 'n rangskikkingsmodel wat aan elke

glaspak, in 'n gegewe stel glaspakke, 'n sone in 'n gleuf toewys op so 'n wyse dat die asmassalagrense nie oorskry word nie.

Die artikel gaan mank aan swak notasie en taalgebruik tot so 'n mate dat die wiskundige model nie programmeerbaar is nie. Hierdie feit word gedemonstreer in die voorbeeld van 'n praktiese toepassing van die model wat aangebied word waarin die skrywers self nie die voorgestelde simboliese model volg nie.

Die spesifieke probleme met die simboliese model op bladsy 10 is soos volg:

1. Die besluitnemingsveranderlike x_{ijk} word nie eksplisiet beskryf as 'n binêre veranderlike nie en die toestande waaronder dit spesifieke waardes aanneem word nie verskaf nie.
2. Die indekse van die besluitnemingsveranderlike x_{ijk} word nie beskryf nie.
3. In die doelfunksie word die koëffisiënt c_{jk} ingestel wat beskryf word as die effek wat een ton glas op die aste van die leunwa het. Geen verduideliking word gegee vir die metode wat gebruik word om c_{jk} te bepaal nie. Onderaan bladsy 9 word gemeld dat die manipulasie van hierdie doelfunksiekoëffisiënt sal verseker dat daar aan 'n "een ton maksimum verskil tussen die kante van die leunwa"-voorskrif voldoen word. Die wyse van "manipulasie" word nie verduidelik nie en die oorsprong van hierdie voorskrif word verswyg. (Indien daar deur die skrywers veronderstel word dat verskil van een ton tussen die som van die vragmassas links en regs van die mediale lyn van die laai-area 'n wetlike verpligting is, bestaan daar 'n dwaling oor die inhoud van die wet [16, reg. 242])
4. In vergelyking (9) op bladsy 10 word die regterkantwaarde aangegee as *Zoneallowance*. Hierdie waarde word aangedui as 'n konstante parameter vir die model terwyl dit waarskynlik 'n unieke parameter vir elke sone sal wees. Daar word gemeld dat die regterkantwaarde afhanklik is van die aantal laaisones wat gekies word en die tipe leunwa wat gelaai word, maar die spesifieke berekeningswyse van die parameter is weggelaat en onafleibaar uit die artikel.
5. In vergelyking (10) op bladsy 10 word die regterkantwaarde aangegee as *Number of packs ordered*. Hierdie waarde word aangedui as 'n konstante parameter vir die model terwyl dit waarskynlik eerder 'n unieke parameter vir elke glastipe is.
6. Vergelyking (12) op bladsy 10 lewer verskeie probleme, naamlik:
 - As die indeks k die waarde 1 aanneem, dan is dit onduidelik wat die betekenis van $k - 1 = 0$ as 'n indeks, sal wees. ('n Soortgelyke probleem ontstaan wanneer k die waarde 6 aanneem.)
 - Die regterkantwaarde *LengthAllowance* word aangedui as 'n konstante parameter vir die model terwyl dit waarskynlik 'n unieke parameter vir elke pakposisie is. In die afwesigheid van inligting oor die toekenning van pakposisie-indeks en die wyse waarop die regterkantwaarde bepaal word, is dit moeilik om die insluiting van die beperking te interpreteer.

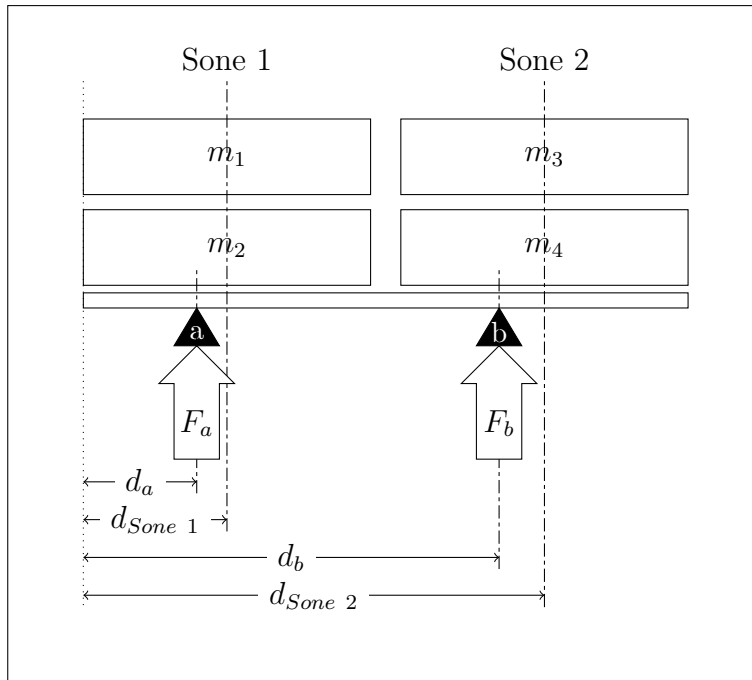
- Die binêre veranderlike *placement* word aangedui as 'n enkele veranderlike vir die model terwyl dit waarskynlik 'n unieke veranderlike is wat op elke pakposisie betrekking het. Dit is vermoedelik veronderstel om 'n waarde van 1 aan te neem as die beperking toegepas moet word vir elke pakposisie. Daar bestaan egter geen ander beperkings op die betrokke veranderlike nie en dit word nie in die doelfunksie benut nie, dus is die rede vir die insluiting daarvan nie duidelik nie.
- Die plasing van die hakies om die tweede term in die uitdrukking wat ook 'n logiese operator bevat, is nie sinvol nie.
- Die betekenis van die parameter L_i word in die inleiding verduidelik as die lengte van glaspak i , terwyl die betekenis van L_{ijk} nie verduidelik word nie.

As die simboliese model gebrekkig is, is dit te wagte dat 'n praktiese toepassing daarvan van beperkte waarde sal wees en dat 'n bespreking daarvan oorbodig is, maar volledigheidshalwe word dit wel hieronder bespreek.

Op bladsy 11 demonstreer die skrywers 'n praktiese toepassing van die model. In die aanloop tot die toepassing van die model word daar gestel dat $x_{ij} = x_i$ sonder enige vermelding van die verband met die oorspronklike besluitnemingsveranderlike x_{ijk} . Verder word 'n nuwe veranderlike (wat nie in die wiskundige model voorkom nie), ingestel in die belang van leesgerief. Die veranderlike word aangedui as $T\#Z\&$, waar $\#$ die plekhouer vir die tipe glas is en $\&$ die plekhouer is vir die sone. Hierdie wysiging bring mee dat die model lyk soos 'n nie-lineêre model weens die oënskynlike produk van twee besluitnemingsveranderlikes in elke term naamlik $T\#Z\&$ en x_i . (Taha is ook deur hierdie swak notasie mislei - sien §2.14. Noukeurige inspeksie van die nuwe “veranderlike” regdeur die model dui egter daarop dat hier slegs een veranderlike in elke term van die doelfunksie en beperkings is en dat die veranderlike 'n gestruktureerde samestelling van unieke pakposisies, glastipes en sones is. (Daar kan gesê word dat die pakposisies in hierdie opstelling die gebruik van “sone” as identifikasie-indeks oorbodig is, want byvoorbeeld $T2Z2(X13)$ kan vervang word met $T2(X13)$, want daar is nie 'n $T2Z1(X13)$ nie.)

Sommige parameters vir die model word eksplisiet verskaf (lengte-toegewing, maksimum massa per sone en die aantal sones), ander kan deur inspeksie geïdentifiseer word (aantal bestel per glaspaktipe, lengte per glaspaktipe en massa per glaspaktipe) en ander is afwesig (die effek-koëffisiënt van die glas in elke pakposisie op die aste van die leunwa) in die spesifikasie van die model.

In die doelfunksie (8) op bladsy 11 (let op dat sommige van die vergelykings van die simboliese model se verwysingsnommers in die praktiese toepassingsgedeelte hergebruik word) word 'n koëffisiënt gebruik wat vermoedelik die c_{ij} -parameter is. Dit is interessant om daarop te let dat die koëffisiënt telkens in die derde desimaal opwaarts en afwaarts gevarieer word, na gelang van die geassosieerde pakposisie. Geen verduideliking word vir hierdie variasie aangebied nie. In die afwesigheid van enige toeligting van die c_{ij} -parameter word die afleiding gemaak dat dit in wese die verwagte posisie van die massamiddelpunt van 'n glaspak in 'n pakposisie is, en die variasie in die derde desimaal is 'n “manipulasie” (waarna verwys word onderaan bladsy 9), met die doel om swaarder



Figuur 2.1: 'n Voorbeeld van die probleem met die vasstel van 'n oorkoepelende sone-maksimum belading vir alle sones

glaspakke nader aan die middel van die vrag te dwing vir balansdoeleindes. 'n Doelfunksie soos hierdie, waarin slegs momente rondom een as in ag geneem word, sal slegs die krag (meegebring deur die vragrangskikking) op die ander as minimeer en glad nie die vrag oor al die wiele van die voertuig versprei nie. Die skrywers slaag ook nie daarin om hierdie gebrekkige doelfunksie te implementeer nie, want die resultaat van die praktiese toepassing van die model (soos getoon in Figuur 6 op bladsy 13) toon dat glaspakke van die swaarder Tipe 2 wel in Sone 2 gepak word. Hierdie resultaat is ook strydig met die doelstelling onderaan bladsy 11.

In 'n poging om die vrag tog in 'n mate oor die baklengte te versprei, stel die skrywers voor dat 'n beperking ingestel word wat die maksimum massa in 'n sekere sone beperk tot 'n sone-maksimum belading (*Zone constraint*) soos in beperking 9 onderaan bladsy 11 en bo-aan bladsy 12. Geen melding word gemaak van die wyse waarop die sone-maksimum belading vooraf bepaal kan word nie. Wanneer daar slegs 'n enkele sone-maksimum belading geplaas word op alle sones, kan dit gebeur dat een as oorlaai word, as een van die sones gelaai word met 'n massa **minder** as die sone-maksimum belading. Beskou die volgende situasie as 'n voorbeeld van hierdie probleem:

Laat m_1, m_2, m_3, m_4 die massas wees van vrageenhede wat aanboord 'n voertuig gelaai word soos diagramaties voorgestel in Figuur 2.1. Gestel

$$m_1 + m_2 = m_3 + m_4 = \textit{Zone constraint},$$

en F_a en F_b is die maksimum toelaatbare kragte wat deur die voertuig se wiele in posisies

a en b ondersteun word. Volgens klassieke meganika is die som van kragte en die som van momente gelyk aan nul vir voorwerpe in rus en dus kan gesê word dat vir momente rondom steunpunt \mathbf{b} die volgende vergelyking geld:

$$(d_{\text{Sone } 2} - d_b)(m_3 + m_4)g + (d_b - d_a)(F_a) - (d_{\text{Sone } 2}d_b - d_{\text{Sone } 1})(m_1 + m_2)g = 0$$

waar $g = 9.81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ die gravitasie konstante, en dus is:

$$F_a = \frac{(d_{\text{Sone } 2}d_b - d_{\text{Sone } 1})(m_1 + m_2)g - (d_{\text{Sone } 2} - d_b)(m_3 + m_4)g}{(d_b - d_a)}$$

Wanneer die vrag eenheid met massa m_3 uit die vrag verwyder word, sal momente rondom steunpunt \mathbf{b} die krag F'_a lewer:

$$F'_a = \frac{(d_{\text{Sone } 2}d_b - d_{\text{Sone } 1})(m_1 + m_2)g - (d_{\text{Sone } 2} - d_b)m_4g}{(d_b - d_a)}$$

waaruit dit volg dat $F'_a > F_a$, en dat F'_a dus die maksimum toelaatbare krag sal oorskry. Hierdie verskynsel dui daarop dat sone-maksimum beladings interafhanklik is en as meer dinamies in die modelformulering opgeneem behoort te word.

Dit is onmoontlik om die insluiting van beperking (12) op bladsy 10 te verstaan. Beperking (12) op bladsy 10 word gemotiveer as 'n beperking wat verseker dat die **verskil** in lengtes van aanliggende pakke minder is as die lengte-toegif. Daar bestaan geen aanduiding van die wyse waarop die lengte toegif bepaal behoort te word nie. Daar is boonop geen verduideliking vir die betekenis van die woord “aanliggend” in die konteks van die artikel nie, want aanliggende glaspakke kan aanliggend in dieselfde sone wees of dit kan aanliggend in dieselfde lengte-gleuf in twee verskillende sones wees. Op bladsy 12 word beperking (12) van bladsy 10 vervang met vier beperkings (12.1), (12.2), (12.3) en (12.4). Op bladsy 12 word daar gesê dat hierdie beperkings ten doel het om te verseker dat die basislengtes van elke glaspak in 'n bepaalde pakposisie “aanvaarbaar” is vir die bepaalde sone sonder dat daar enige aanduiding is van die kriteria van aanvaarbaarheid. Die stelling onderaan bladsy 12 dat beperking (12.5) verseker dat 'n “kleiner” pak nie geplaas word “voor” 'n “groter” pak nie, veroorsaak verdere verwarring. Daar is geen aanduiding van wat die woorde “groter” en “kleiner” beteken nie en die geïmpliseerde pakvolgorde deur die gebruik van die woord “voor” maak geen sin nie.

Onderaan bladsy 9 word dit gestel dat die “manipulasie” van die doelfunksiekoëffisiënte sal verseker dat daar 'n maksimum verskil van 1000 kilogram tussen die massa aan die twee kante van die voertuig sal voorkom. Die resultaat van die praktiese toepassing van die model (soos getoon in Figuur 6 op bladsy 13) slaag nie daarin om aan hierdie beperking te voldoen nie, want die verskil in massas van die vrag aan die linker- en regterkante is 1053 kilogram, wat groter is as 1000 kilogram. (Ruiling tussen die twee kante, van enige twee glaspakke met verskillende massas in dieselfde sone, sal 'n oplossing binne die 1000 kilogram-verskil voorskryf meebring, wat aantoon dat daar wel oplossings bestaan wat aan die voorskryf voldoen.)

Dit wil voorkom asof aanvaar word dat die posisionering van die glaspakke sodanig is dat die massamiddelpunt van elke glaspak in lyn is met die dwarsmiddellyn van elke sone waar veronderstel word dat die dwarsmiddellyn van 'n sone die vloer van die sone in twee ewe groot areas verdeel. Volgens die foto met byskrifte in Figuur 1 op bladsy 3 lyk dit asof die glaspakke teenaan 'n stopper aan die voorkant van die sone geplaas word. Hierdie verskil tussen die model en die werklikheid behoort aangespreek te word in die formulering van die model, hetsy deur 'n *caveat* op die toelaatbare lengteverskille, of deur voorsiening te maak vir die spesifieke posisioneringswerkswyse in die model.

2.14 Taha 2004

In 2004 illustreer Taha 'n model wat voortbou op die PFG Bouglas-model van Brits en Conradie [5, 24]. In sy werk verbeter Taha op sommige van die tekortkominge van Brits en Conradie se navorsing. Sekere tekortkominge wat Taha op bladsy 32 uitwys, kan egter betwis word:

1. Brits en Conradie se doelfunksie poog nie om die totale massa van glaspakke op die leunwa te minimeer nie, dit poog slegs om die momente rondom een of ander punt (wat sonder motivering deur die outeurs gekies is) te minimeer. Die totale massa van alle vrageenhede in hierdie probleem is 'n parameter van die probleem en kan derhalwe nie deur die oplossing verander word nie.
2. Die maksimum kragte wat op die aste uitgevoer word kan dalk gebruik word om sekere van die parameters, byvoorbeeld die sone-maksimum belading te bepaal. Brits en Conradie swyg egter oor die wyse waarop hulle dit bereken daarom is dit nie moontlik om te bepaal waar in die model maksimum kragte op die verskillende aste 'n rol speel nie. Taha se stelling dat hierdie kragte 'n “passiewe rol” speel kan dus bevraagteken word.
3. Brits en Conradie poog nie om 'n nie-lineêre model te skep nie, hoewel dit heeltemaal verstaanbaar is dat hulle besondere swak notasie en verklaring van besluitnemingsveranderlikes die indruk skep. Nadere inspeksie van die besluitnemingsveranderlikes dui daarop dat as elke teksstring wat na die koëffisiënt verskyn slegs as 'n unieke teksstring beskou sou word, daar tog slegs een besluitnemingsveranderlike in elke term ter sprake is (sien §2.13).

Die iteratiewe metodiek wat Taha voorstel, poog om 'n rangskikking van vrag te vind wat sodanig is dat die asmassalagrense van die verskillende aste nie oorskry word nie (sien tweede laaste paragraaf op bladsy 36). Taha skram egter daarvan weg om die asmassalagrense as beperkings vir die laste van elke as in te stel. Tog word die indruk geskep dat dit wel ingesluit word, aangesien dit in die lys van definisies onderaan bladsy 37 vermeld word.

Taha stel dan alternatiewelik (tot Brits en Conradie) voor dat die maksimum massa wat op elke as gelaai word eerder geminimeer moet word. (Daar word aanvaar dat

maximize $z = y$ op bladsy 37 slegs 'n tikfout is en eintlik *minimize* $z = y$ behoort te lees.) Hierdie alternatiewe benadering word in 'n multistadium-model aangewend waarin daar 'n oplossing bereken word wat somtyds 'n oplossing sal lewer wat die asmassalagrense sal verbreek. Volgens Taha behoort die gebruiker van die model dan die vragstelling te wysig en 'n volgende lopiese van die model behoort plaas te vind.

Die tekortkoming van Taha se alternatiewe doelfunksie lê daarin dat die model sal poog om die asmassalaste te egaliseer terwyl toelaatbare aslaste in werklikheid ver van mekaar verskil. (As 'n normale dubbeldryfas-voorhaker en dubbelas-leunwa konfigurasie beskou word het die dubbel-asstelle 'n bruto dra vermoë van 18 000 kilogram en die stuuras 'n bruto dra vermoë van 7200 kilogram.) 'n Minimering van die oorskryding van die asmassalagrens word eerder voorgestel. Die voordeel van laasgenoemde benadering is dat dit maklik is om aan te wend saam met stelbare toleransies vir oorskrydings, soos wat deur wetstoepassers toegelaat word [25].

In die gedeelte op bladsy 37, waarin Taha beperkings ontwikkel vir die model, word vyf tipes beperkings gelys wat met die PFG Bouglas-probleem geassosieer kan word. Hy maak die stelling dat die beperking wat voorkom dat die leunwa so ongebalanseerd gelaai kan word dat dit omval, nie so belangrik is om in die model ingesluit te word nie, maar dat hy dit wel doen. Hierdie stelling is verkeerd, want die balans van 'n vragvoertuig word deur die wet voorgeskryf [16, reg. 242]. Die krag op enige wielstel op 'n as mag nie meer as 10% van die krag op die ander wielstel op die as verskil nie, met ander woorde $f_{links} \leq 1.1f_{regs}$ en $f_{regs} \leq 1.1f_{links}$. Dit is dus nie net belangrik dat die totale massa aan elke kant van die mediale lyn in balans is nie, maar ook dat die momente rondom die mediale lyn in balans moet wees. Beperkings 4a en 4b op bladsy 38 verseker slegs dat die leë pakposisies nader aan die middel of die rand ⁵ van die bak is as die gevulde pakposisies, wat soos hy dit stel, in elk geval teen fisiese laaityd sou plaasvind.

Met die laai van paletvrag aanboord 'n vragvoertuig is die balans van die vrag wel van belang, aangesien daar in elke palet slegs een linkerposisie en een regterposisie is en sal 'n rangskikking wat nie aandui of 'n bepaalde palet in die linker- of regterposisie moet staan nie, tog balansprobleme kan skep.

Taha beskou die beperking wat glaspak-dimensies pas by sone-dimensies as oorbodig, terwyl Brits en Conradie tog gepoog het om 'n dimensionele beperking in te sluit. Hoewel Brits en Conradie se artikel nie baie duidelik is oor die lengte beperkings wat in die bedryf bestaan nie, dui die foto in Figuur 1 op bladsy 3 tog dat daar stoppers tussen sones bestaan wat heen en weer geskuif kan word, waarvoor daar voorsiening gemaak kan word - 'n aspek wat nie triviaal is nie, veral as die sone-dimensies ook skuifbaar is. Verder bly die ligging van massamiddelpunt in die sone 'n kwelpunt wat Taha ook nie aanspreek nie (sien §2.13).

Net soos Brits en Conradie swyg Taha oor die wyse waarop die sone-maksimum (L_i in Taha se model) as parameter vir die model bepaal word. Hierdie swye maak dit moeilik om op die insluiting en kwantum van die parameter kommentaar te lewer. Daar bestaan

⁵Taha verskaf nie 'n nommeringskonvensie vir die gleuwe nie en daarom kan slegs gespekuleer word wat die betrokke beperkings gaan bereik.

sekerlik vraeenhede wat as dit in 'n bepaalde vragposisie of slot in 'n sone gelaai sou word, dit die bak of bakstruktuur sou beskadig, maar dit behoort nie in die normale gang van sake te gebeur nie. Daar behoort aanvaar te word dat 'n bouglaskarweier 'n konserwatiewe maksimum massa van glaspakke in 'n sone aan 'n bakbouer sal deurgee vir opname in die bakspesifikasie, met die doel om aan homself ruimte te bied vir vragrangskikking. Die vermoede bestaan egter dat Brits en Conradie poog om 'n eweredige verdeling van die vrag oor die baklengte te probeer bewerkstelling deur die keuse van identiese sone-maksima⁶ en dat hierdie benadering deur Taha voortgesit is. Indien die sone-maksimum massa nie uit strukturele oorwegings bepaal word nie behoort dit weggelaat te word, want die insluiting daarvan beperk die oplossingsruimte sodanig dat rangskikkings wat wel die sone-maksimum massabeperking verbreek, tog aslaste tot gevolg kan hê wat binne die asmassalagrense val.

Taha se stelling op bladsy 38 wat lui dat die voorgestelde model in AMPL as uitvoer 'n oorsaak en kwantifisering van die bronne van ontoelaatbaarheid sal gee wat behulpsaam kan wees met die doelwit van die eliminerings van die ontoelaatbaarheid, wek die indruk dat die verstelling maklik uit die inligting afgelei kan word. Inspeksie van die AMPL-model bevestig dat slegs massa-oorskrydings van asmassalagrense of sone-maksima rapporteer word in die uitvoer. Hou in gedagte dat die versteuring van enige vragrangskikking effekte sal hê op alle aste, op grond van die momente van die individuele vraeenhede en nie op hulle massa nie. Dus is die gerapporteerde massa-oorskrydingsinligting van beperkte waarde tensy 'n vraeenheid 'n krag uitoefen met 'n vertikale werklyn deur een of ander as. (Die lae nut van die inligting kan bevestig word deur enige van die Tipe 4-glaspakke uit Sone 1 te verwyder - dit sal wel onmiddelik die sone-maksimum oorskryding herstel maar die agteras-oorskryding sal steeds meer as 700 kilogram wees. 'n Volgende lopie van die program sal steeds nie die probleem van die oorbelasting van die agteras oplos nie weens die gebrekkige doelfunksie. 'n Toelaatbare oplossing kan wel na die eerste lopie verkry word deur 'n Tipe 2-glaspak uit Sone 2 en 'n Tipe 1-glasbak uit Sone 1 te verwyder.)

Die aantal dwalings en onduidelikhede met die implementering van sy algoritme bring mee dat Taha se werk van beperkte nut is in die ondersoek na meer algemene maatreëls om asmassalagrens-oorskryding te voorkom.

2.15 Samevatting

Die studie van vragrangskikking waarin die ligging van die vragmassamiddelpunt 'n belangrike oorweging is het beperkte aandag gekry in die literatuur. Waar dit wel aandag kry, is daar meesal heuristieke aangelê om 'n vragrangskikking te vind met 'n massamiddelpunt naby aan die een of ander teikenpunt, sonder dat die oplossing geëvalueer word aan 'n maatstaf soos 'n wetlike vereiste of 'n bedryfsvoorskrif. Waar daar wel pogings aangewend is om 'n massamiddelpunt binne sekere grense vas te stel is die aanbieding van die oplossing so swak dat dit van beperkte nut is.

⁶Hierdie vermoede word gegrond op die laaste twee sinne in die tweede laaste paragraaf op bladsy 9.

Die gaping in die literatuur blyk die afwesigheid te wees van 'n metode om grense te stel vir vragmassamiddelpunte wat deur vragrangskikkingsheuristieke en -algoritmes aangewend word om termineringstoestande aan te dui of as maatstawwe te dien van die mate waarin 'n oplossing nie aan wetlike of ander voorskrifte voldoen nie.

Hoofstuk 3

Lasgrenswetgewing

Lasgrenswetgewing bepaal, deur die vasstelling van massalagrense, die toelaatbaarheid van vragrangskikkings van alle padvragkarweiers. Daarom is dit belangrik om die wetgewing se voorskrifte te verstaan ten einde dit te kan herlei na beperkings waaraan vragrangskikkings moet voldoen.

In hierdie hoofstuk word die struktuur van die wetgewing uiteengesit en die massalagrensverwante regulasies oorsigtelik bespreek. Dit word gevolg deur 'n bespreking van die ooreenkoms tussen beperkings op massalagrense en lasgrense. 'n Seleksie van algemeen gebruikte voertuig-konfigurasies word bekend gestel, met elkeen se tipiese versameling van ondersteuningskragte waarop lasgrense geplaas word. Volledige beperkingstelle vir lasgrense word laastens vir elkeen van die konfigurasies aangebied.

3.1 Struktuur van wetgewing

Die Nasionale Padverkeerswet No 93 van 1996 (NPW) reël padvervoer-aangeleenthede sodat dit op uniforme wyse deur die hele Republiek van Suid-Afrika toegepas kan word. In die wet word padvragkarweiers verplig om voertuie te gebruik met inagneming van die algemene veiligheid van die publiek, asook om maatreëls te tref om die nakoming van alle bepalings van hierdie wet te verseker [17, Art. 49(d)(e)(g)]. Daar word magtiging verleen aan die Minister van Vervoer om regulasies uit te vaardig wat die gebruik van enige voertuig op 'n openbare pad reguleer [17, Art. 75]. Spesifieke magtiging sluit in die vasstelling van

- die maksimum massa met of sonder vrag van enige voertuig.
- die wyse waarop 'n voertuig gelaai mag word.
- die maksimum massa van enige voertuig of gedeelte daarvan wat deur die pad of enige bepaalde gebied daarvan ondersteun word.[17, Art. 75(d)]

Regulasies wat spesifiek die massalagrens-aspekte van die wet steun, is vervat in die Nasionale Padverkeersregulasies van 2000 [16, Hoofstuk V Deel IV]. 'n Lys van hierdie

regulasies en hulle onderwerpe word getoon in Tabel 3-1 ¹.

Regulasie	Onderwerp
234	Maksimum toelaatbare massalas van 'n as van 'n voertuig.
235	Maksimum toelaatbare massalas van 'n as-eenheid van 'n voertuig.
236	Maksimum toelaatbare massa van 'n voertuig.
237	Maksimum toelaatbare massa van 'n kombinasie van voertuie.
238	Maksimum toelaatbare massalas op 'n band van 'n voertuig.
239	Bruto massas ² en verhoudingsgetalle.
240	Massa dra-vermoë van die pad.
241	Massa dra-vermoë van brûe.
242	Verspreiding van asmassalaste en wielmassalaste op voertuie met lugdrukbande.
245	Inligtingsplate op sekere voertuie.

Tabel 3-1: Regulasies met onderwerpe van belang vir padvragkarweiers

Regulasie 238 tot 242 kan gesien word as primêre regulasies wat spesifieke massalagrense bepaal. Regulasie 234 tot 237 kan gesien word as sekondêre regulasies wat in terme van die primêre regulasies oortredings definieer en 'n universele maksimum van 56 000 kg maksimum voertuigmassa en voertuigkombinasiemassa bepaal. Regulasie 245 bepaal die lasgrens inligting wat op inligtingsplate van vragvoertuie vertoon moet word.

Wat die onderskeid tussen primêre regulasies en sekondêre regulasies aanbetref, kan die stelling gemaak word dat 'n oortreding van enige sekondêre regulasie (uitgesonderd die universele maksimum bepaling), die oortreding van ten minste een primêre regulasie impliseer maar dit is nie vice versa die geval nie. Daarom sal die nakoming van primêre regulasies die nakoming van sekondêre regulasies impliseer en is beperkings afgelei uit die primêre regulasies voldoende vir alle vragvoertuie en kombinasies wat minder as 56000 kg weeg. Vervolgens word die strekking van die tersaaklike regulasies kortliks bespreek.

3.2 Oorsigtelike beskrywing van regulasies

3.2.1 Regulasie 238: Las op bande

Subregulasie (1)(a) en (b) verbied die gebruik van 'n voertuig as enige een van die bande daarvan 'n massalas dra wat meer is as die maksimum massalas wat vir die betrokke band

¹Regulasies 243 en 244 is met opset weggelaat weens hulle ontoepaslikheid op die onderwerp vir die oorgrote meerderheid van padvragkarweiers. Regulasie 243 verwys na die gebruik van nie-pneumatiese bande en 244 het betrekking op die inligtingsplate op voertuie wat voor 1989 vir die eerste keer geregistreer is.

²Maksimum massas soos deur die vervaardiger van 'n voertuig of komponent voorgeskryf, soos bepaal in die definisies van die wet en die regulasies [17, Art.1][16, Reg.1].

met sy spesifikasie in die SABS 1550-standaard [22] bepaal word, of in die afwesigheid van 'n SABS-spesifikasie, wat meer is as die maksimum massalas wat die band se vervaardiger voorskryf. Die res van die regulasie (Subregulasie (2)) is nie op tipiese padvragkarweiers van toepassing nie aangesien dit betrekking het op die gebruik van nie-pneumatiese bande.

3.2.2 Regulasie 239: Beperkings deur die vervaardiger

Subregulasie (1)(a) en (b) verbied die gebruik van 'n voertuig as die bruto voertuigmassa of enige bruto asmassalas of bruto aseenhed massalas oorskry word, of as enige ander voertuig getrek word sodanig dat die bruto kombinasie massa oorskry word. Die gebruik van die “bruto”-voorvoegsel dui op maksimum massalagrense wat deur die vervaardiger van die voertuig of as of aseenhed bepaal is [17, Art.1][16, Reg.1]. Die vervaardiger se massalagrense word vertoon op die voertuig se inligtingsplaat [16, Reg.245].

Subregulasie (2) bepaal 'n massalagrens op grond van die enjindrywingsvermoë soos bepaal volgens die praktykkode SABS 013 [21]. (Dieselfde waarde sal ook op die inligtingsplaat verskyn [16, Reg. 245]). Subregulasie 2(a) word geïgnoreer want dit verwys na landboutrekkers. Subregulasie (2)(b) verbied die gebruik van 'n voertuig op sy eie of as deel van 'n kombinasie as die som van die asmassalaste van die voertuig of die kombinasie meer is as 'n hoeveelheid wat bepaal word deur die drywingsvermoë van die voertuig (of die trekvoertuig in die kombinasie) te vermenigvuldig met die syfer 240.

Subregulasie (3) verbied die gebruik van 'n voertuig of 'n kombinasie van voertuie as die som van die as- en aseenhedmassalaste van die voertuig (of kombinasie), meer is as 'n hoeveelheid wat bepaal word deur die as of aseenhedmassalas van die voertuig se dryfas met die syfer 5 te vermenigvuldig.

3.2.3 Regulasie 240: Massalas-dra vermoë van die pad

Regulasie 240 verbied die gebruik van 'n voertuig of kombinasie van voertuie wat toegerus is met pneumatiese bande onder verskillende toestande in elkeen van sy subregulasies.

Subregulasie (a) verbied die gebruik van 'n voertuig as die wielmassalas van enige van die wiele meer is as 3850 kg as dit op 'n stuuras is, of 4000 kg as dit op 'n ander as as 'n stuuras is, soos 'n dryfas of dra-as.

Subregulasie (b) verbied die gebruik van 'n voertuig as die asmassalas van enige as met twee of drie gemonteerde wiele meer is as 7700 kg as dit op 'n stuuras is, of 8000 kg as dit 'n ander as as 'n stuuras is.

Subregulasie (c) verbied die gebruik van 'n voertuig as die asmassalas van enige as met vier gemonteerde wiele (daar kan veronderstel word in twee dubbelwielstelle) meer is as 9000 kg (c)(v).

Subregulasie (d) verbied die gebruik van 'n voertuig as die aseenhedmassalas van 'n aseenhed met twee asse, waarop elkeen twee of drie wiele gemonteer is, meer is as 15400 kg, as dit 'n stuur-aseenhed is en 16000 kg andersins.

Subregulasie (e) verbied die gebruik van 'n voertuig as die aseenhedmassalas van 'n aseenhed met twee asse waarop elkeen vier wiele gemonteer is, meer is as 18000 kg.

Subregulasie (f) verbied die gebruik van 'n voertuig as die aseenhedmassalas van 'n aseenhed met drie asse, waarop elkeen twee of drie wiele gemonteer is, meer is as 23100 kg, as dit 'n stuur-aseenhed is, en 24000 kg andersins.

Subregulasie (g) verbied die gebruik van 'n voertuig as die asmassalas van 'n aseenhed met drie asse, waarop elkeen vier wiele gemonteer is, meer is as 24000 kg.

3.2.4 Regulasie 241: Massa-dra vermoë van brûe

Subregulasie (1) verbied die gebruik van 'n voertuig of kombinasie van voertuie as die som van die as- en aseenhedmassalaste van enige asgroep op die voertuig meer is as 'n hoeveelheid wat bepaal word deur die meter-afstand tussen die middelpunte van die ekstreme asse van die groep te vermenigvuldig met 2100 en 18000 by te tel.

Subregulasie (2) verduidelik dat 'n asgroep enige reeks van asse of aseenhede op die voertuig is, maar dat asse op dieselfde aseenhed nie as 'n asgroep gereken word vir die toepassing van hierdie regulasie nie.³

Subregulasie (3) verduidelik hoe die meter-afstand tussen die ekstreme asse vanaf die middel van 'n as op die een ekstreem tot die middel van die as op die ander ekstreem van die asgroep gemeet word(a) en hoe daar opgerond word na die volgende tiende van 'n meter om 'n afstand te bepaal(b). In die geval van 'n kombinasie van voertuie moet die voertuie in 'n reguit lyn geparkeer wees vir die meetoefening en as daar 'n diskrepansie is tussen metings van dieselfde asgroep op die twee kante van die kombinasie sal die langer afstand gebruik word vir die berekening in subregulasie (1).

3.2.5 Regulasie 242: Verspreiding van wiel- en asmassalaste

Desnieteenstaande die bepalings van Regulasie 240 verbied Regulasie 242 die gebruik van 'n voertuig met pneumatiese bande as daar sekere toestande geld vir die voertuig:

Subregulasie (a)(i) verbied die gebruik van 'n voertuig as die voertuig 'n as sou hê met twee wiele op beide punte gemonteer en die wielmassalas van een wiel 10% meer is as die wielmassalas van die ander wiel.

Subregulasie (a)(ii) verbied die gebruik van 'n voertuig as die voertuig 'n as sou hê met vier wiele in dubbelwielmonterings op beide punte gemonteer en die wielmassalas van een dubbelwielmontering 10% meer is as die wielmassalas van die ander dubbelwielmontering.

Subregulasie (b) verbied die gebruik van 'n voertuigkombinasie wat uit ten minste een voorhaker met 'n gekoppelde leunwa, of een voorhaker met 'n gekoppelde skakelwa bestaan, waarvan die massalas op die stuuras of stuur-aseenhed van die voertuig minder

³'n Voertuig met x -aantal asse en y -aantal aseenhede se aantal asgroepe is $n = \binom{x+y}{2}$. Dit is belangrik om alle asgroepe na te gaan vir voldoening.

is as 11% van die som van die as- en aseenhedmassalaste van die voorhaker en direk-gekoppelde leunwa of die voorhaker en die direk-gekoppelde skakelwa ⁴.

(Subregulasie (c) het nie betrekking op tipiese padvragkarweiers nie aangesien dit betrekking het op voertuie met stuuraseenhede en word derhalwe hier weggelaat.)

Subregulasie (d) verbied die gebruik van 'n voertuig of voertuigkombinasie anders as die voeruijkombinasie in Subregulasie (b) waarvan die massalas op die stuuras van die voertuig minder is as 20% van die som van die as- en aseenhedmassalaste van die voertuig of voertuigkombinasie. (Die gedeelte met betrekking op 'n landboutrekker word hier weggelaat.)

3.2.6 Regulasies 234 en 235: Maksimum toelaatbare as- en aseenhedmassalaste

Subregulasie (1) van beide hierdie regulasies verbied die gebruik van 'n voertuig as die asmassalagrens oorskry word deur enige as of aseenhed wat deel is van die voertuig waar Regulasie 234 oor asse handel en 235 oor aseenhede. In beide se Subregulasie (2) word die maksimum asmassalagrens of maksimum aseenhed-massalagrens gedefinieer as die minimum van die voorskrifte deur die bandvervaardiger (Regulasie 238) die voertuigvervaardiger (Regulasie 239) of die dra vermoë van die pad (Regulasie 240).

3.2.7 Regulasie 236: Maksimum toelaatbare voertuigmassa

Subregulasie (1) van hierdie regulasie verbied die gebruik van 'n voertuig as die som van die asmassalaste daarvan meer is as die maksimum toelaatbare asmassalas vir die bepaalde voertuig. In Subregulasie (2) word daar voortgegaan om die maksimum toelaatbare asmassalas of asmassalagrens te definieer as die laagste waarde van die volgende: die som van die as- en aseenhed-massalagrense (Regulasie 234 en 235); die bruto voertuigmassa wat die voertuigvervaardiger voorskryf (Regulasie 239(1)(a)(i)); 'n hoeveelheid wat afhang van die voertuig se drywingsvermoë (Regulasie 239(2)); 'n hoeveelheid wat afhang van die asmassalas op die voertuig se dryfas (Regulasie 239(3)); 'n hoeveelheid wat afhang van die voertuig se massaverspreiding oor sy asgroepe (Regulasie 241(1)) en 56000 kg.

3.2.8 Regulasie 237: Maksimum toelaatbare kombinasiemassa

Subregulasie (1) van hierdie regulasie verbied die gebruik van 'n kombinasie van voertuie as die som van die asmassalaste daarvan meer is as die som van die maksimum toelaatbare asmassalaste vir die bepaalde voertuig. In Subregulasie (2) word daar voortgegaan om die maksimum toelaatbare asmassalas of asmassalagrens te definieer as die laagste

⁴Die as- en aseenhedmassalaste van 'n verdere sleepwa of leunwa wat agter die direk-gekoppelde leunwa of skakelwa gekoppel sou word, word spesifiek nie in berekening gebring in hierdie voorskrif nie.

waarde van die volgende: die som van die as- en aseenhed-massalagrense van al die voertuie in die kombinasie (Regulasie 234 en 235); die bruto kombinasie massa wat die voertuigvervaardiger voorskryf (Regulasie 239(1)(b)); 'n hoeveelheid wat afhang van die voertuig se drywingsvermoë (Regulasie 239(2)); 'n hoeveelheid wat afhang van die as-massalas op die voertuig se dryfas (Regulasie 239(3)); 'n hoeveelheid wat afhang van die voertuig se massa verspreiding oor sy asgroepe (Regulasie 241(1)) en 56000 kg.

3.3 Massalagrense teenoor lasgrense

In die definisies in Artikel 1 van die NPW [17] en Regulasie 1 van die NPR [16], is 'n definisie van die woord “massalas” afwesig. Wat wel voorkom is definisies van die woorde “wielmassalas” en “asmassalas”. Eersgenoemde word gedefinieer as die massa wat deur die kontakoppervlak van die pad met die wiel ondersteun word [16, Reg.1.] en laasgenoemde is die som van die “wielmassalaste” van die wiele op die as [16, Reg.1.]. Omdat asse deel is van aseenhede en asgroepe en voertuie geheel en al deur asse gedra word, kan veronderstel word dat wielmassalaste die primêre massalas-element is in terme waarvan alle ander massalaste gedefinieer kan word en derhalwe verdere ondersoek oorloof.

Massa is 'n skalare eenheid wat die traagheid van 'n voorwerp aandui. 'n Voorwerp in rus op 'n oppervlak voer 'n las daarop uit wat in direkte verband is tot die massa daarvan. Vir die voorwerp om in rus te bly, word 'n reaksiekrag of ondersteuningskrag op die voorwerp uitgevoer wat presies so groot is as die las maar in die teenoorgestelde rigting werk. 'n Puntmassa in rus op die aarde se oppervlak ondergaan 'n versnelling van $g \approx 9.81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ en die las wat dit in die punt uitvoer is gelyk aan die ondersteuningskrag F wat nodig is om dit in rus te hou

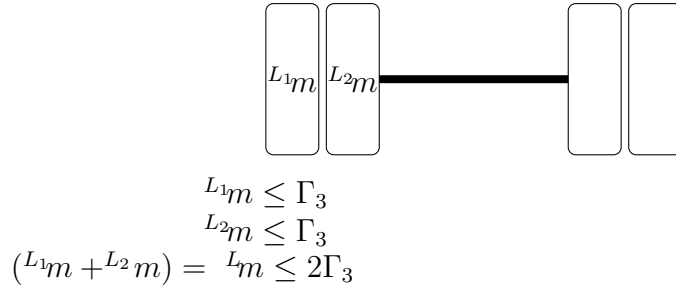
$$F = mg. \quad (3.1)$$

Weegbrûe en skale wat die massa van voertuie meet, meet die las wat deur die voertuig se wiele op die weegbrugdek uitgevoer word en skakel dit om na 'n massa-lesing deur m uit (3.1) te isoleer $m = \frac{F}{g}$. Dus het elke wielmassalas 'n wiellast-analoog en het 'n wielmassalastebepערking 'n analoë wiellastebepערking wat 'n gelyke beperking op die ondersteuningskrag impliseer.

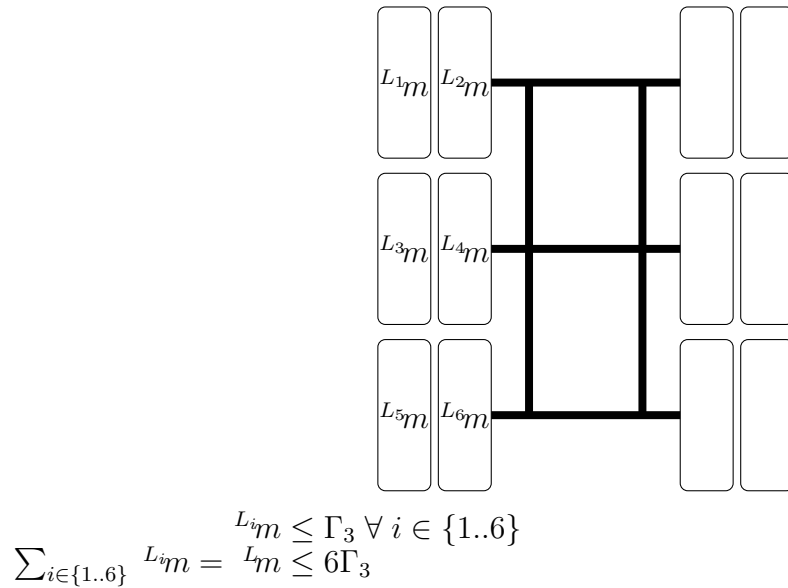
Gestel 'n maksimum massalastegrens in 'n punt met liggingsidentifiseerder L word gestel as 'n getalwaarde Γ_1 , dan sal massalaste toelaatbaar wees solank as wat ${}^L m \leq \Gamma_1$, wat ekwivalent is as om te sê dat die laste toelaatbaar sal wees solank ${}^L F = {}^L m g \leq \Gamma_1 g$. Die ekwivalensie sal ook geld as die beperking op 'n som van laste sou wees, vergelyk massalaste in die punte L , R en C waarvoor

$${}^L m + {}^R m + {}^C m \leq \Gamma_2 \equiv ({}^L m + {}^R m + {}^C m)g = {}^L F + {}^R F + {}^C F \leq \Gamma_2 g$$

Wiellaste van twee wiele wat gemonteer is in 'n wielstel op die een kant van 'n as is vir praktiese doeleindes gelyk aan mekaar. Verskille wat bestaan, kan as gevolg van banddrukverskille of loopvlak-toestandsverskille wees. Die verskille mag vir veiligheidsredes



Figuur 3.1: Konsolidering van beperkings op wielmassalaste van dubbelwielmonterings



Figuur 3.2: Konsolidering van beperkings op wielmassalaste van aseenhede

nie noemenswaardig wees nie. Daarom word na die wiellaste in 'n dubbelwiel-montering as 'n enkele wiellaste verwys. Vir beperkingsdoeleindes word die beperkte waarde verdubbel om vir die twee wiele voorsiening te maak soos in Figuur 3.1 aangetoon.

Waar 'n as deel is van 'n aseenhede, bepaal die definisie van 'n aseenhede dat die konstruksie en montering van al die asse in die aseenhede sodanig moet wees dat dit 'n eenheid vorm [16, Reg. 1]. Daarom word veronderstel dat asse in 'n aseenhede ekwivalente asmassalaste het en die wielmassalaste van die asse gesamentlik 'n aseenhede-massalaste vorm. Net so kan die wielmassalaste aan die een kant gesommeer word na 'n super-wielmassalaste soos in Figuur 3.2 aangetoon. Daar word veronderstel dat oorskryding van die super-wiel se massalagrens-oorskryding van ten minste een van die wiele in die groep se wielmassalagrens sal impliseer.

3.4 Laspunte

Verskillende voertuig-konfigurasies onder beskouing is elkeen 'n unieke samestelling van vastebak-voertuie, sleepwaens, voorhakers, leunwaens en skakelwaens. Die uniekheid word deurgedra na die wyse waarop die voertuie laste na die pad oordra, weens die wyse van voertuig-ineenskakeling en as-plasing. Daarom kan daar argumentshalwe nie na die berekeningswyse van laste op die “dryfas” van 'n voertuig verwys word nie want die dryfas se laste word verskillend bereken vir 'n vastebak-voertuig teenoor 'n voorhaker en leunwa. Om verwarring uit die weg te ruim word laspunte uniek geïdentifiseer op grond van die voertuig waarvan dit deel is, die as waarvan dit deel is en die kant van die voertuig waar die las plaasvind. Identifikasie vind plaas deur 'n voor-boskrif van die laspunt-spesifieke simbole, byvoorbeeld $\boxed{i} \boxed{ii} \boxed{iii} \boxed{X}$ waar $\boxed{i} \boxed{ii} \boxed{iii}$ die ligging van die laspunt aandui en \boxed{X} die simbool.

Die betekenis van die inhoud van \boxed{i} verwys na die konfigurasie van die voertuig waar

- b vastebak
- h voorhaker
- l leunwa
- k skakelwa en
- s sleepwa is.

Die betekenis van die inhoud van \boxed{ii} verwys na die astipe waar

- t stuuras
- d dryfas
- v vooras
- a agteras en
- p krinkpen is.

Die betekenis van die inhoud van \boxed{iii} is

- L linkerkant en
- R regterkant

Die afwesigheid van inhoud in $\boxed{ii} \boxed{iii}$ dui aan dat die simbool op die voertuig in \boxed{i} betrekking het en die afwesigheid van slegs \boxed{iii} in die voor-boskrif dui aan dat die simbool op die as of aseenhed betrekking het, waarvoor L en R gekonsolideerd is.

Die algemeenste simbole ⁵ in die posisie van \boxed{X} is

- m vragmassa
- x laterale vrag-posisiekoördinaat
- y longitudinale vrag-posisiekoördinaat
- F las en
- T tarramassa.

Op hierdie wyse verwys ^{btL}F na die las deur 'n vastebak-voertuig se stuuras se linkerviel, ^{btR}F na die las deur 'n vastebak-voertuig se stuuras se regterwiel, ^{bt}F na die las deur 'n

⁵Voertuigdimensies word hier weggelaat - sien Lys van Simbole

vastebak-voertuig se stuuras en l_m na die vragmassa aanboord 'n leunwa.

Die relatiewe ligging van laspunte op elkeen van die konfigurasies word in Tabel 3-2 aangetoon. Daar sal vervolgens versamelings van beperkings oftewel beperkingstelle vir elke konfigurasie ontwikkel en beskryf word aan die hand van hierdie notasie.

Konfigurasie	Liggings van laspunte
b	<p style="text-align: center;">Vastebak</p>
bs	<p style="text-align: center;">Vastebak met sleepwa</p>
hl	<p style="text-align: center;">Voorhaker met leunwa</p>
hkl	<p style="text-align: center;">Interlink (Voorhaker met skakelwa en leunwa)</p>
hls	<p style="text-align: center;">Voorhaker met leunwa en sleepwa</p>

Tabel 3-2: Relatiewe posisie van laspunte op voertuig-konfigurasies

3.5 Beperkings en Beperkingsversamelings

Laat \mathbf{F} die vektor van beperkbare laste wees van 'n voertuig en $\boxed{iv}\mathbf{F}$ die vektor van beperkbare laste vir 'n voertuig van konfigurasie \boxed{iv} waar die indentifiseerder \boxed{iv} die volgende betekenis het:

- b vastebak
- bs vastebak met sleepwa
- hl voorhaker met leunwa
- hkl voorhaker met skakelwa en leunwa
- hls voorhaker met leunwa en sleepwa.

Die vektore van beperkbare laste vir die konfigurasies in Tabel 3-2 is die kolomvektore

$${}^b\mathbf{F} = [{}^{btL}F \ {}^{btR}F \ {}^{bdL}F \ {}^{bdR}F]^T \quad (3.2)$$

$${}^{bs}\mathbf{F} = [{}^{btL}F \ {}^{btR}F \ {}^{bdL}F \ {}^{bdR}F \ {}^{svL}F \ {}^{svR}F \ {}^{saL}F \ {}^{saR}F]^T \quad (3.3)$$

$${}^{hl}\mathbf{F} = [{}^{htL}F \ {}^{htR}F \ {}^{hdL}F \ {}^{hdR}F \ {}^{laL}F \ {}^{laR}F \ {}^{lp}F]^T \quad (3.4)$$

$${}^{hkl}\mathbf{F} = [{}^{htL}F \ {}^{htR}F \ {}^{hdL}F \ {}^{hdR}F \ {}^{kaL}F \ {}^{kaR}F \ {}^{laL}F \ {}^{laR}F \ {}^{kp}F \ {}^{lp}F]^T \text{ en} \quad (3.5)$$

$${}^{hls}\mathbf{F} = [{}^{htL}F \ {}^{htR}F \ {}^{hdL}F \ {}^{hdR}F \ {}^{laL}F \ {}^{laR}F \ {}^{svL}F \ {}^{svR}F \ {}^{saL}F \ {}^{saR}F \ {}^{lp}F]^T. \quad (3.6)$$

Elke beperking vir 'n voertuig kan voorgestel word as die produk van 'n regulasie-spesifieke vektor van koëffisiënte van beperkbare laste en 'n vektor \mathbf{F} wat beperk word deur 'n beperkingskonstante

$$\underline{a}_i\mathbf{F} \leq b_i\mathbf{g}, \quad i \in \mathcal{I},$$

waar \mathcal{I} die versameling indekse is van alle regulasies wat op 'n bepaalde voertuig-konfigurasie van toepassing is.

Die vektor \underline{a}_i en beperkingskonstante b_i word uit die voorskrifte in 'n regulasie afgelei deur die regulasie se bepalings met die laspunte op die voertuig te versoen. Beskou as voorbeeld Regulasie 241 (1) wat onder meer die las deur die voorhaker se dryfaseenheid en die leunwa se dra-aseenheid beperk tot 'n maksimum van 'n beperkingskonstante b_{24g} . Die beperking kan geskryf word as

$${}^{hdL}F + {}^{hdR}F + {}^{laL}F + {}^{laR}F \leq b_{24g} \equiv [0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0]{}^{hl}\mathbf{F} \leq b_{24g},$$

waarin $\underline{a}_{24} = [0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0]$ die koëffisiënte vektor is.

Die regulasiespesifieke beperkingskonstante word met die gravitasie-versnellingskonstante vermenigvuldig, want die konstante se oorsprong in die regulasies is gewoonlik 'n grootheid in terme van massa wat in verband gebring word met kragte.

Daar word onderskei tussen die regulasie spesifieke beperkingskonstante van 'n konfigurasie b_i , 'n veranderlike grootheid, en die regulasie-spesifieke beperkingskonstante van 'n voertuig \mathbf{b}_i , 'n bepaalde getal. Die grootheid van die beperkingskonstante is somtyds nie bekend alvorens daar nie 'n spesifieke voertuig aangewys is nie, en die druktype van b_i

i	Regulasie	Beperking				
1	238btL	[1	0	0	0]	${}^b\mathbf{F} \leq b_1\mathbf{g}$
2	238btR	[0	1	0	0]	${}^b\mathbf{F} \leq b_2\mathbf{g}$
3	238bdL	[0	0	1	0]	${}^b\mathbf{F} \leq b_3\mathbf{g}$
4	238bdR	[0	0	0	1]	${}^b\mathbf{F} \leq b_4\mathbf{g}$
5	239(1)(a)(i)b	[1	1	1	1]	${}^b\mathbf{F} \leq b_5\mathbf{g}$
6	239(1)(a)(ii)bt	[1	1	0	0]	${}^b\mathbf{F} \leq b_6\mathbf{g}$
7	239(1)(a)(iii)bd	[0	0	1	1]	${}^b\mathbf{F} \leq b_7\mathbf{g}$
8	239(2)(b)b	[1	1	1	1]	${}^b\mathbf{F} \leq b_8\mathbf{g}$
9	239(3)b	[1	1	-4	-4]	${}^b\mathbf{F} \leq 0$
10	240(a)(i)btL	[1	0	0	0]	${}^b\mathbf{F} \leq b_{10}\mathbf{g}$
11	240(a)(i)btR	[0	1	0	0]	${}^b\mathbf{F} \leq b_{11}\mathbf{g}$
12	240(a)(ii)bdL	[0	0	1	0]	${}^b\mathbf{F} \leq b_{12}\mathbf{g}$
13	240(a)(ii)bdR	[0	0	0	1]	${}^b\mathbf{F} \leq b_{13}\mathbf{g}$
14	240(b)(i)bt	[1	1	0	0]	${}^b\mathbf{F} \leq b_{14}\mathbf{g}$
15	240(e)(iii)bd	[0	0	1	1]	${}^b\mathbf{F} \leq b_{15}\mathbf{g}$
16	241(1)b	[1	1	1	1]	${}^b\mathbf{F} \leq b_{16}\mathbf{g}$
17	242(a)(i)bt	[1	-1.1	0	0]	${}^b\mathbf{F} \leq 0$
18	242(a)(i)bt	[-1.1	1	0	0]	${}^b\mathbf{F} \leq 0$
19	242(a)(ii)bd	[0	0	1	-1.1]	${}^b\mathbf{F} \leq 0$
20	242(a)(ii)bd	[0	0	-1.1	1]	${}^b\mathbf{F} \leq 0$
21	242(2)(d)b	[-4	-4	1	1]	${}^b\mathbf{F} \leq 0$

Tabel 3-3: Beperkingstel vir b -konfigurasië

teenoor \mathbf{b}_i sal verskil na gelang van die konteks van die bespreking. (Hierdie onderskeid is veral nodig as daar 'n logiese vergelyking soos $\mathbf{b}_3 < \mathbf{b}_{13}$ uitgevoer word.)

Die beperkingstel vir 'n konfigurasië $\boxed{iv}\mathcal{R}$ is die versameling van beperkings

$$\left\{ a_i \mathbf{F} \leq b_i \mathbf{g} : i \in \boxed{iv}\mathcal{I} \right\}.$$

Die beperkingstelle vir elkeen van die konfigurasiës van Tabel 3-2 volg hieronder. Die eerste kolom van elke tabel is die indeks $i \in \mathcal{I}$ van die beperking, die tweede kolom is 'n gestruktureerde beperkingsidentifiseerder en kolom drie die beperkings.

Die gestruktureerde beperkingsidentifiseerders is teksstringe met die struktuur $\boxed{\text{regulasie}} \boxed{\text{laspunt}}$.

Die $\boxed{\text{regulasie}}$ -gedeelte bevat 'n regulasie en die subregulasies wat die spesifieke beperking vorm en die $\boxed{\text{laspunt}}$ -gedeelte bevat die inskrywings wat met die identifiseerders \boxed{i} \boxed{ii} \boxed{iii} en \boxed{iv} soos in §3.4 en §3.5 bekendgestel is. Byvoorbeeld: die teksstring "239(1)(a)(iii)bd" verwys na Regulasie 239 subregulasie (1)(a)(iii) en wat op 'n vastebakvoertuig se dryfas betrekking het. In die geval van Regulasie 240 bevat die $\boxed{\text{laspunt}}$ -gedeelte die identifiseerders van die ekstreme asse van die betrokke asgroep.

Die beperkingstelle bevat nie die universele maksimum massa beperking van 56000 kg (wat op alle voertuie en voertuig kombinasies van toepassing is) nie, want daar word

i	Regulasie	Beperking
1	238btL	$[1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{bs}\mathbf{F} \leq b_1\mathbf{g}$
2	238btR	$[0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{bs}\mathbf{F} \leq b_2\mathbf{g}$
3	238bdL	$[0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{bs}\mathbf{F} \leq b_3\mathbf{g}$
4	238bdR	$[0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{bs}\mathbf{F} \leq b_4\mathbf{g}$
5	238svL	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^{bs}\mathbf{F} \leq b_5\mathbf{g}$
6	238svR	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^{bs}\mathbf{F} \leq b_6\mathbf{g}$
7	238saL	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^{bs}\mathbf{F} \leq b_7\mathbf{g}$
8	238saR	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^{bs}\mathbf{F} \leq b_8\mathbf{g}$
9	239(1)(a)(i)b	$[1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{bs}\mathbf{F} \leq b_9\mathbf{g}$
0	239(1)(a)(i)s	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^{bs}\mathbf{F} \leq b_{10}\mathbf{g}$
11	239(1)(a)(ii)bt	$[1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{bs}\mathbf{F} \leq b_{11}\mathbf{g}$
12	239(1)(a)(iii)bd	$[0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{bs}\mathbf{F} \leq b_{12}\mathbf{g}$
13	239(1)(a)(ii)sv	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]^{bs}\mathbf{F} \leq b_{13}\mathbf{g}$
14	239(1)(a)(ii)sa	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1]^{bs}\mathbf{F} \leq b_{14}\mathbf{g}$
15	239(1)(b)bs	$[1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^{bs}\mathbf{F} \leq b_{15}\mathbf{g}$
16	239(2)(b)b	$[1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{bs}\mathbf{F} \leq b_{16}\mathbf{g}$
17	239(3)b	$[1 \ 1 \ -4 \ -4 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^{bs}\mathbf{F} \leq 0$
18	240(a)(i)btL	$[1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{bs}\mathbf{F} \leq b_{18}\mathbf{g}$
19	240(a)(i)btR	$[0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{bs}\mathbf{F} \leq b_{19}\mathbf{g}$
20	240(a)(ii)bdL	$[0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{bs}\mathbf{F} \leq b_{20}\mathbf{g}$
21	240(a)(ii)bdR	$[0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{bs}\mathbf{F} \leq b_{21}\mathbf{g}$
22	240(a)(ii)svL	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^{bs}\mathbf{F} \leq b_{22}\mathbf{g}$
23	240(a)(ii)svR	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^{bs}\mathbf{F} \leq b_{23}\mathbf{g}$
24	240(a)(ii)saL	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^{bs}\mathbf{F} \leq b_{24}\mathbf{g}$
25	240(a)(ii)saR	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^{bs}\mathbf{F} \leq b_{25}\mathbf{g}$
26	240(b)(i)bt	$[1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{bs}\mathbf{F} \leq b_{26}\mathbf{g}$
27	240(e)(iii)bd	$[0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{bs}\mathbf{F} \leq b_{27}\mathbf{g}$
28	240(c)(v)sv	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]^{bs}\mathbf{F} \leq b_{28}\mathbf{g}$
29	240(c)(v)sa	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1]^{bs}\mathbf{F} \leq b_{29}\mathbf{g}$
30	241(1)htsa	$[1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^{bs}\mathbf{F} \leq b_{30}\mathbf{g}$

Tabel 3-4: Beperkingstel vir bs -konfigurasië (elemente 1-30)

i	Regulasie	Beperking								
31	241(1)htsv	[1	1	1	1	1	1	0	0]	${}^{bs}\mathbf{F} \leq b_{31}\mathbf{g}$
32	241(1)hthd	[1	1	1	1	0	0	0	0]	${}^{bs}\mathbf{F} \leq b_{32}\mathbf{g}$
33	241(1)hdsa	[0	0	1	1	1	1	1	1]	${}^{bs}\mathbf{F} \leq b_{33}\mathbf{g}$
34	241(1)hdsv	[0	0	1	1	1	1	0	0]	${}^{bs}\mathbf{F} \leq b_{34}\mathbf{g}$
35	241(1)svsa	[0	0	0	0	1	1	1	1]	${}^{bs}\mathbf{F} \leq b_{35}\mathbf{g}$
36	242(a)(i)bt	[1	-1.1	0	0	0	0	0	0]	${}^{bs}\mathbf{F} \leq 0$
37	242(a)(i)bt	[-1.1	1	0	0	0	0	0	0]	${}^{bs}\mathbf{F} \leq 0$
38	242(a)(ii)bd	[0	0	1	-1.1	0	0	0	0]	${}^{bs}\mathbf{F} \leq 0$
39	242(a)(ii)bd	[0	0	-1.1	1	0	0	0	0]	${}^{bs}\mathbf{F} \leq 0$
40	242(a)(i)sv	[0	0	0	0	1	-1.1	0	0]	${}^{bs}\mathbf{F} \leq 0$
41	242(a)(i)sv	[0	0	0	0	-1.1	1	0	0]	${}^{bs}\mathbf{F} \leq 0$
42	242(a)(i)sv	[0	0	0	0	0	0	1	-1.1]	${}^{bs}\mathbf{F} \leq 0$
43	242(a)(i)sv	[0	0	0	0	0	0	-1.1	1,]	${}^{bs}\mathbf{F} \leq 0$
44	242(d)b	[-4	-4	1	1	0	0	0	0]	${}^{bs}\mathbf{F} \leq 0$

Tabel 3-5: Beperkingstel vir bs -konfigurasië (elemente 31-44)

veronderstel dat slegs voertuie en vrag kombinasies met massas van 56000 kg en minder, gebruik word.

3.6 Oorbodigheid

Ooglopende oorbodigheid bestaan in al die bostaande beperkingsstelle. Neem byvoorbeeld die twee beperkings 238btL en 240(a)(i)btL met beperkings

$$[1 \ 0 \ 0 \ 0] \ {}^b\mathbf{F} \leq b_1\mathbf{g} \text{ en } [1 \ 0 \ 0 \ 0] \ {}^b\mathbf{F} \leq b_{10}\mathbf{g}$$

uit Tabel 3-3 waarin dit duidelik is dat laasgenoemde oorbodig sou wees as $b_1 \leq b_{10}\mathbf{g}$ of vice versa.

Die oorbodigheid kan uit die weg geruim word op die stadium wanneer die beperkingstel op 'n spesifieke voertuig van toepassing gemaak word en die parameters b_1 en b_{10} reële waardes kry wat vergelyk kan word.

3.7 Samevatting

In hierdie hoofstuk is die lasgrensverwante wetgewing bekendgestel. Daar is uitgewys dat nakoming van die primêre massalagrens-regulasies nakoming van die sekondêre massalagrens-

i	Regulasie	Beperking						
1	238htL	[1	0	0	0	0	0	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_1\mathbf{g}$
2	238htR	[0	1	0	0	0	0	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_2\mathbf{g}$
3	238hdL	[0	0	1	0	0	0	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_3\mathbf{g}$
4	238hdR	[0	0	0	1	0	0	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_4\mathbf{g}$
5	238laL	[0	0	0	0	1	0	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_5\mathbf{g}$
6	238laR	[0	0	0	0	0	1	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_6\mathbf{g}$
7	239(1)(a)(i)h	[1	1	1	1	0	0	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_7\mathbf{g}$
8	239(1)(a)(ii)ht	[1	1	0	0	0	0	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_8\mathbf{g}$
9	239(1)(a)(iii)hd	[0	0	1	1	0	0	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_9\mathbf{g}$
0	239(1)(a)(iii)la	[0	0	0	0	1	1	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_{10}\mathbf{g}$
11	239(1)(b)hl	[1	1	1	1	1	1	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_{11}\mathbf{g}$
12	239(2)(b)hl	[1	1	1	1	1	1	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_{12}\mathbf{g}$
13	239(3)hl	[1	1	-4	-4	1	1	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq 0$
14	240(a)(i)htL	[1	0	0	0	0	0	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_{14}\mathbf{g}$
15	240(a)(i)htR	[0	1	0	0	0	0	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_{15}\mathbf{g}$
16	240(a)(ii)hdL	[0	0	1	0	0	0	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_{16}\mathbf{g}$
17	240(a)(ii)hdR	[0	0	0	1	0	0	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_{17}\mathbf{g}$
18	240(a)(ii)laL	[0	0	0	0	1	0	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_{18}\mathbf{g}$
19	240(a)(ii)laR	[0	0	0	0	0	1	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_{19}\mathbf{g}$
20	240(b)(i)ht	[1	1	0	0	0	0	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_{20}\mathbf{g}$
21	240(e)(iii)hd	[0	0	1	1	0	0	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_{21}\mathbf{g}$
22	240(e)(iii)la	[0	0	0	0	1	1	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_{22}\mathbf{g}$
23	241(1)hthd	[1	1	1	1	0	0	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_{23}\mathbf{g}$
24	241(1)hdla	[0	0	1	1	1	1	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_{24}\mathbf{g}$
25	241(1)htla	[1	1	1	1	1	1	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq b_{25}\mathbf{g}$
26	242(a)(ii)ht	[1	-1.1	0	0	0	0	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq 0$
27	242(a)(ii)ht	[-1.1	1	0	0	0	0	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq 0$
28	242(a)(ii)hd	[0	0	1	-1.1	0	0	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq 0$
29	242(a)(ii)hd	[0	0	-1.1	1	0	0	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq 0$
30	242(a)(ii)la	[0	0	0	0	1	-1.1	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq 0$
31	242(a)(ii)la	[0	0	0	0	-1.1	1	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq 0$
32	242(b)hl	$[1 - \frac{1}{0.11}$	$1 - \frac{1}{0.11}$	1	1	1	1	$0]^{hl}\mathbf{F} \leq 0$
33	239(1)(a)(i)l	[0	0	0	0	1	1	$1]^{hl}\mathbf{F} \leq b_{33}\mathbf{g}$

Tabel 3-6: Beperkingstel vir hl -konfigurasië

i	Regulasie	Beperking										
1	238htL	[1	0	0	0	0	0	0	0	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_1\mathbf{g}$
2	238htR	[0	1	0	0	0	0	0	0	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_2\mathbf{g}$
3	238hdL	[0	0	1	0	0	0	0	0	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_3\mathbf{g}$
4	238hdR	[0	0	0	1	0	0	0	0	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_4\mathbf{g}$
5	238kaL	[0	0	0	0	1	0	0	0	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_5\mathbf{g}$
6	238kaR	[0	0	0	0	0	1	0	0	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_6\mathbf{g}$
7	238laL	[0	0	0	0	0	0	1	0	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_7\mathbf{g}$
8	238laR	[0	0	0	0	0	0	0	1	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_8\mathbf{g}$
9	239(1)(a)(i)h	[1	1	1	1	0	0	0	0	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_9\mathbf{g}$
10	239(1)(a)(ii)ht	[1	1	0	0	0	0	0	0	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_{10}\mathbf{g}$
11	239(1)(a)(iii)hd	[0	0	1	1	0	0	0	0	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_{11}\mathbf{g}$
12	239(1)(a)(iii)ka	[0	0	0	0	1	1	0	0	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_{12}\mathbf{g}$
13	239(1)(a)(iii)la	[0	0	0	0	0	0	1	1	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_{13}\mathbf{g}$
14	239(1)(b)hkl	[1	1	1	1	1	1	1	1	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_{14}\mathbf{g}$
15	239(2)(b)b	[1	1	1	1	1	1	1	1	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_{15}\mathbf{g}$
16	239(3)bl	[1	1	-4	-4	1	1	1	1	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq 0$
17	240(a)(i)htL	[1	0	0	0	0	0	0	0	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_{17}\mathbf{g}$
18	240(a)(i)htR	[0	1	0	0	0	0	0	0	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_{18}\mathbf{g}$
19	240(a)(ii)hdL	[0	0	1	0	0	0	0	0	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_{19}\mathbf{g}$
20	240(a)(ii)hdR	[0	0	0	1	0	0	0	0	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_{20}\mathbf{g}$
21	240(a)(ii)kaL	[0	0	0	0	1	0	0	0	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_{21}\mathbf{g}$
22	240(a)(ii)kaR	[0	0	0	0	0	1	0	0	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_{22}\mathbf{g}$
23	240(a)(ii)laL	[0	0	0	0	0	0	1	0	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_{23}\mathbf{g}$
24	240(a)(ii)laR	[0	0	0	0	0	0	0	1	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_{24}\mathbf{g}$
25	240(b)(i)ht	[1	1	0	0	0	0	0	0	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_{25}\mathbf{g}$
26	240(e)(iii)hd	[0	0	1	1	0	0	0	0	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_{26}\mathbf{g}$
27	240(e)(iii)ka	[0	0	0	0	1	1	0	0	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_{27}\mathbf{g}$
28	240(e)(iii)la	[0	0	0	0	0	0	1	1	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_{28}\mathbf{g}$
29	241(1)hthl	[1	1	1	1	0	0	0	0	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_{29}\mathbf{g}$
30	241(1)htka	[1	1	1	1	1	1	0	0	0	0]	${}^{hkt}\mathbf{F} \leq b_{30}\mathbf{g}$

Tabel 3-7: Beperkingstel vir hkl -konfigurasi(elemente 1-30)

i	Regulasie	Beperking										
31	241(1)hdla	[1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	$]^{hkl}\mathbf{F} \leq b_{31}\mathbf{g}$
32	241(1)htla	[0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	$]^{hkl}\mathbf{F} \leq b_{32}\mathbf{g}$
33	241(1)kala	[0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	$]^{hkl}\mathbf{F} \leq b_{33}\mathbf{g}$
34	241(1)htka	[0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	$]^{hkl}\mathbf{F} \leq b_{34}\mathbf{g}$
35	242(a)(ii)ht	[1	-1.1	0	0	0	0	0	0	0	0	$]^{hkl}\mathbf{F} \leq 0$
36	242(a)(ii)ht	[-1.1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	$]^{hkl}\mathbf{F} \leq 0$
37	242(a)(ii)hd	[0	0	1	-1.1	0	0	0	0	0	0	$]^{hkl}\mathbf{F} \leq 0$
38	242(a)(ii)hd	[0	0	-1.1	1	0	0	0	0	0	0	$]^{hkl}\mathbf{F} \leq 0$
39	242(a)(ii)ka	[0	0	0	0	1	-1.1	0	0	0	0	$]^{hkl}\mathbf{F} \leq 0$
40	242(a)(ii)ka	[0	0	0	0	-1.1	1	0	0	0	0	$]^{hkl}\mathbf{F} \leq 0$
41	242(a)(ii)la	[0	0	0	0	0	0	1	-1.1	0	0	$]^{hkl}\mathbf{F} \leq 0$
42	242(a)(ii)la	[0	0	0	0	0	0	-1.1	1	0	0	$]^{hkl}\mathbf{F} \leq 0$
43	242(b)hk	[1 - $\frac{1}{0.11}$	1 - $\frac{1}{0.11}$	1	1	1	1	0	0	0	0	$]^{hkl}\mathbf{F} \leq 0$
44	239(1)(a)(i)k	[0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	$]^{hkl}\mathbf{F} \leq b_{44}\mathbf{g}$
45	239(1)(a)(i)l	[0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	$]^{hkl}\mathbf{F} \leq b_{45}\mathbf{g}$

Tabel 3-8: Beperkingstel vir hkl -konfigurasi(e) (elemente 31-45)

grens sal impliseer. Die verband tussen massalagrens, lasgrens en ondersteuningskragte is aangetoon. 'n Seleksie van voertuig-konfigurasië is bekendgestel en notasie is voorgestel waarmee regulasies wat laste op identifiseerbare laspunte beperk op ondubbelsinnige wyse beskryf kan word. Generiese beperkingsstelle vir elke konfigurasië is verkry.

i	Regulasie	Beperking
1	238htL	$[1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_1 \mathbf{g}$
2	238htR	$[0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_2 \mathbf{g}$
3	238hdL	$[0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_3 \mathbf{g}$
4	238hdR	$[0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_4 \mathbf{g}$
5	238laL	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_5 \mathbf{g}$
6	238laR	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_6 \mathbf{g}$
7	238svLF	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_7 \mathbf{g}$
8	238svRF	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_8 \mathbf{g}$
9	238saLF	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_9 \mathbf{g}$
0	238saRF	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_{10} \mathbf{g}$
11	239(1)(a)(i)h	$[1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_{11} \mathbf{g}$
12	239(1)(a)(i)s	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^{hls} \mathbf{F} \leq b_{12} \mathbf{g}$
13	239(1)(a)(ii)ht	$[1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_{13} \mathbf{g}$
14	239(1)(a)(ii)sv	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_{14} \mathbf{g}$
15	239(1)(a)(ii)sa	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_{15} \mathbf{g}$
16	239(1)(a)(iii)hd	$[0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_{16} \mathbf{g}$
17	239(1)(a)(iii)la	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_{17} \mathbf{g}$
18	239(1)(b)hls	$[1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^{hls} \mathbf{F} \leq b_{18} \mathbf{g}$
19	239(2)(b)hls	$[1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^{hls} \mathbf{F} \leq b_{19} \mathbf{g}$
20	239(3)hls	$[1 \ 1 \ -4 \ -4 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^{hls} \mathbf{F} \leq 0$
21	240(a)(i)htL	$[1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_{21} \mathbf{g}$
22	240(a)(i)htR	$[0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_{22} \mathbf{g}$
23	240(a)(ii)hdL	$[0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_{23} \mathbf{g}$
24	240(a)(ii)hdR	$[0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_{24} \mathbf{g}$
25	240(a)(ii)laL	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_{25} \mathbf{g}$
26	240(a)(ii)laR	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_{26} \mathbf{g}$
27	240(a)(ii)svL	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_{27} \mathbf{g}$
28	240(a)(ii)svR	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_{28} \mathbf{g}$
29	240(a)(ii)saL	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_{29} \mathbf{g}$
30	240(a)(ii)saR	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^{hls} \mathbf{F} \leq b_{30} \mathbf{g}$

Tabel 3-9: Beperkingstel vir hls -konfigurasie (elemente 1-30)

i	Regulasie	Beperking										
31	240(b)(i)ht	[1	1	0	0	0	0	0	0	0	0]	$^{hls}\mathbf{F} \leq b_{31}\mathbf{g}$
32	240(e)(iii)hd	[0	0	1	1	0	0	0	0	0	0]	$^{hls}\mathbf{F} \leq b_{32}\mathbf{g}$
33	240(g)la	[0	0	0	0	1	1	0	0	0	0]	$^{hls}\mathbf{F} \leq b_{33}\mathbf{g}$
34	240(d)(ii)sv	[0	0	0	0	0	0	1	1	0	0]	$^{hls}\mathbf{F} \leq b_{34}\mathbf{g}$
35	240(d)(ii)sa	[0	0	0	0	0	0	0	0	1	1]	$^{hls}\mathbf{F} \leq b_{35}\mathbf{g}$
36	241(1)hthd	[1	1	1	1	0	0	0	0	0	0]	$^{hls}\mathbf{F} \leq b_{36}\mathbf{g}$
37	241(1)htla	[1	1	1	1	1	1	0	0	0	0]	$^{hls}\mathbf{F} \leq b_{37}\mathbf{g}$
38	241(1)htsv	[1	1	1	1	1	1	1	1	0	0]	$^{hls}\mathbf{F} \leq b_{38}\mathbf{g}$
39	241(1)htsa	[1	1	1	1	1	1	1	1	1	1]	$^{hls}\mathbf{F} \leq b_{39}\mathbf{g}$
40	241(1)hdla	[0	0	1	1	1	1	0	0	0	0]	$^{hls}\mathbf{F} \leq b_{40}\mathbf{g}$
41	241(1)hdsv	[0	0	1	1	1	1	1	1	0	0]	$^{hls}\mathbf{F} \leq b_{41}\mathbf{g}$
42	241(1)hdlsa	[0	0	1	1	1	1	1	1	1	1]	$^{hls}\mathbf{F} \leq b_{42}\mathbf{g}$
43	241(1)lasv	[0	0	0	0	1	1	1	1	0	0]	$^{hls}\mathbf{F} \leq b_{43}\mathbf{g}$
44	241(1)lasa	[0	0	0	0	1	1	1	1	1	1]	$^{hls}\mathbf{F} \leq b_{44}\mathbf{g}$
45	241(1)svsa	[0	0	0	0	0	0	1	1	1	1]	$^{hls}\mathbf{F} \leq b_{45}\mathbf{g}$
46	242(a)(ii)ht	[1	-1.1	0	0	0	0	0	0	0	0]	$^{hls}\mathbf{F} \leq 0$
47	242(a)(ii)ht	[-1.1	1	0	0	0	0	0	0	0	0]	$^{hls}\mathbf{F} \leq 0$
48	242(a)(ii)hd	[0	0	1	-1.1	0	0	0	0	0	0]	$^{hls}\mathbf{F} \leq 0$
49	242(a)(ii)hd	[0	0	-1.1	1	0	0	0	0	0	0]	$^{hls}\mathbf{F} \leq 0$
50	242(a)(ii)la	[0	0	0	0	1	-1.1	0	0	0	0]	$^{hls}\mathbf{F} \leq 0$
51	242(a)(ii)la	[0	0	0	0	-1.1	1	0	0	0	0]	$^{hls}\mathbf{F} \leq 0$
52	242(a)(ii)sv	[0	0	0	0	0	0	1	-1.1	0	0]	$^{hls}\mathbf{F} \leq 0$
53	242(a)(ii)sv	[0	0	0	0	0	0	-1.1	1	0	0]	$^{hls}\mathbf{F} \leq 0$
54	242(a)(ii)sa	[0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1.1]	$^{hls}\mathbf{F} \leq 0$
55	242(a)(ii)sa	[0	0	0	0	0	0	0	0	-1.1	1]	$^{hls}\mathbf{F} \leq 0$
56	242(d)hl	$[1 - \frac{1}{0.11}$	$1 - \frac{1}{0.11}$	1	1	1	1	0	0	0	0]	$^{hls}\mathbf{F} \leq 0$
57	239(1)(a)(i)l	[0	0	0	0	1	1	0	0	0	0]	$^{hls}\mathbf{F} \leq b_{57}\mathbf{g}$

Tabel 3-10: Beperkingstel vir hls -konfigurasie (elemente 31-57)

Hoofstuk 4

Lasberekeninge

In Hoofstuk 3 is aangetoon hoe daar beperkings vir die laste by sekere punte op vragvoertuie uit die lasgrensverwante wetgewing afgelei kan word. Daar bestaan dus 'n behoefte om die laste vir gegewe voertuie en vragte te bereken.

'n Voertuig met sy vrag is 'n meganiese struktuur waarvan die wiellaste bereken kan word op grond van 'n meganiese model. Die akkuraatheid van die berekeninge sal afhang van die toepaslikheid van die model vir die voertuig en die ooreenstemming tussen die parameters vir die berekening en die eienskappe van die fisiese voertuig.

Akkurate berekeninge verg presiese inligting van 'n spesifieke voertuig se dimensies, passings en styfheidseienskappe van komponente. Sulke inligting is nie roetinegewys beskikbaar nie weens slytasie en permanente vervorming van strukturele komponente wat tydens die normale gebruik van voertuie plaasvind. Die alternatief wat voorgestel word, is dat voertuie as samestellings van starre-balke en plate gemodelleer word wat gedeeltelik op mekaar en op die aarde rus in laspunte.

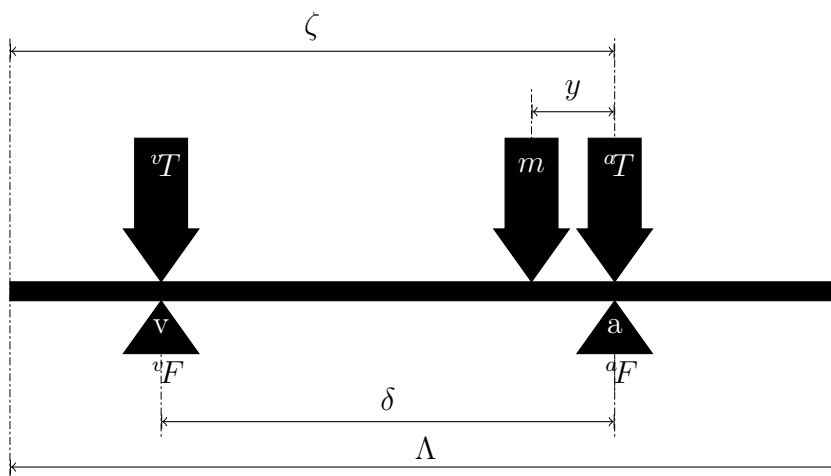
Daar sal aangetoon word dat ineengeskakelde balk- en plaatmodelle konserwatiewe beramings van laste kan bied. Die berekeningswyse van laste word ingelei met 'n balkmodel waarvan die notasie en konsepte uitgebrei word na 'n starre-plaatmodel. Uitdrukings vir die berekening van laste op grond van hierdie modelle word vir elke konfigurasie in Tabel 3-2 verkry.

4.1 Balkstruktuur

Beskou 'n balk wat in twee punte v en a laste uitvoer. Die balk het 'n lengte van Λ en die steunpunte v en a is 'n afstand δ van mekaar. Die balk word op die steunpunte geplaas op so 'n wyse dat die linkerkant van die balk op 'n afstand ζ vanaf punt a is. Aanvaar die balk se eie massa (sonder vrag) van T bring massalaste in die steunpunte mee van vT en aT onderskeidelik.

Kies die punt a as die 0-punt van 'n verwysingstelsel waar y 'n posisie relatief tot a voorstel. Aanvaar die konvensie dat y positief is na links. Laat 'n puntlading met massa

m op die balk inwerk op 'n afstand y vanaf die punt a in die rigting van v soos in Figuur 4.1 getoon.



Figuur 4.1: 'n Belaste balk met afmetings

Vir die stelsel om in rus te bly moet die som van die kragte en die som van die momente op die stelsel in balans wees en is

$${}^vF + {}^aF - (m + {}^vT + {}^aT)g = 0 \quad (4.1)$$

en

$$\delta {}^vF - \delta {}^vTg - ymg = 0. \quad (4.2)$$

Parameteriese vergelykings vir vF en aF in terme van die balkstelsel se eienskappe T , ω , Λ en massas m in punt y kan afgelei word as

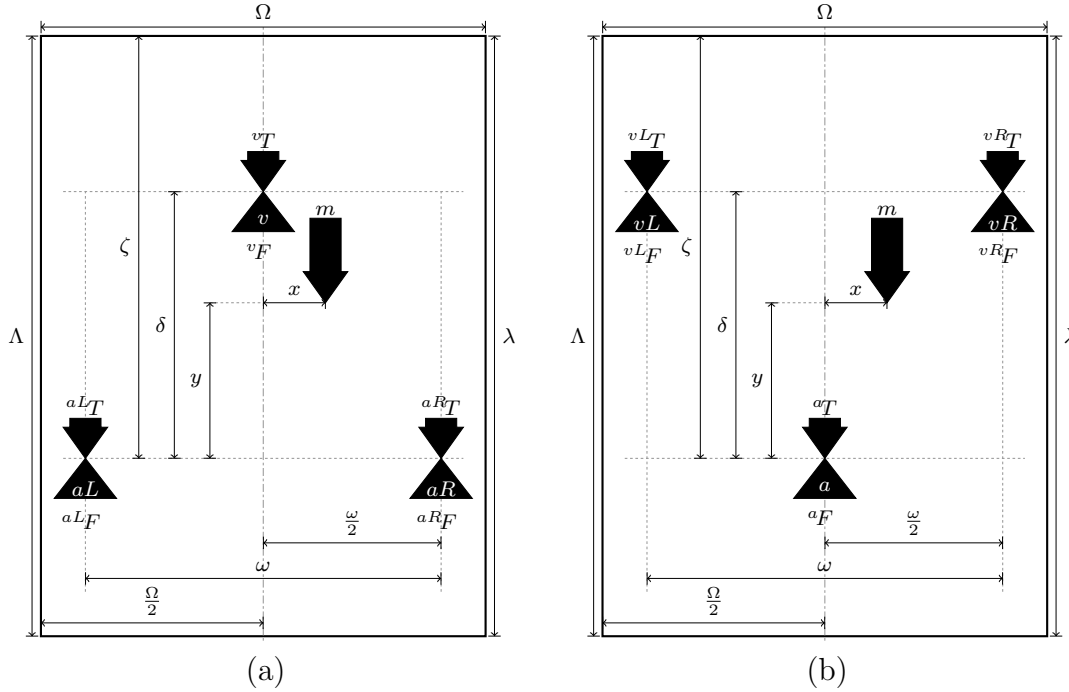
$${}^vF = g \left({}^vT + \frac{my}{\delta} \right) \quad (4.3)$$

en

$${}^aF = g \left({}^aT + m - \frac{my}{\delta} \right), \quad (4.4)$$

vir $0 \leq y \leq \delta$.

Die balkstruktuur vir lasberekening is geskik vir gevalle waar die belading van 'n struktuur simmetries om die mediaanlyn van die struktuur geskied. Waar die belading egter nie simmetries is nie, verkry die beladingsposisie 'n tweede dimensie en is die balkmodel ontoereikend en kan 'n plaatmodel oorweeg word.



Figuur 4.2: Starre-plaat met drie steunpunte

4.2 Ondersteunde plaatstruktuur

Figuur 4.2(a) toon 'n starre plaat met lengte Λ en breedte Ω , met $\Lambda > \Omega$. Die lengte van die laaibare gedeelte van die plaat is λ en $\lambda \leq \Lambda$. Die plaat word in drie punte, aL, aR en v , ondersteun. Punte aL en aR is in 'n lyn wat parallel is aan die kort sye van die plaat op 'n afstand ζ vanaf die voorkant van die plaat. Steunpunte aL en aR is op 'n afstand $\frac{\omega}{2}$ aan weerskante van die mediaanlyn geplaas. (Aanvaar dat die mediaanlyn van die plaat ooreenstem met 'n middelloodlyn van die lyn wat steunpunte aL en aR verbind.) Die punt v lê op die mediaanlyn van die plaat, op 'n afstand δ vanaf die lyn wat aL en aR verbind. Die plaat het 'n tarramassa van $T = aL_T + aR_T + v_T$ en die las as gevolg van die tarramassa op die steunpunte is $aL_T \mathbf{g}$, $aR_T \mathbf{g}$ en $v_T \mathbf{g}$ onderskeidelik. Verder is $aL_T = aR_T$ en $aL_T + aR_T = a_T$.

'n Puntmassa met massa m werk op die plaat in op 'n punt met afstand x vanaf die mediaanlyn en afstand y vanaf die lyn deur punte aL en aR . Vir die plaat om in rus te bly, moet die som van kragte en som van momente op die plaat in balans wees en die vergelykings

$$v_F + aL_F + aR_F - (m + v_T + aL_T + aR_T) \mathbf{g} = 0 \quad (4.5)$$

$$\delta v_F - \delta v_T \mathbf{g} - ym \mathbf{g} = 0 \quad (4.6)$$

$$xm \mathbf{g} + \frac{\omega}{2} (aL_F - aR_F) = 0, \quad (4.7)$$

vir die plaat geld.

Dan kan vergelykings (4.5), (4.6) en (4.7) gebruik word om uitdrukkings

$${}^aL_F = \frac{1}{2}\mathbf{g} \left[{}^aL_T + {}^aR_T + m \left(1 - \frac{2x}{\omega} - \frac{y}{\delta} \right) \right], \quad (4.8)$$

$${}^aR_F = \frac{1}{2}\mathbf{g} \left[{}^aL_T + {}^aR_T + m \left(1 + \frac{2x}{\omega} - \frac{y}{\delta} \right) \right] \quad (4.9)$$

en

$$v_F = \mathbf{g} \left(v_T + \frac{my}{\delta} \right), \quad (4.10)$$

deur algebraïese manipulasie te verkry, wat die steunkragte in die laspunte weergee vir $-\frac{\Omega}{2} \leq x \leq \frac{\Omega}{2}$ en $\zeta - \Lambda \leq y \leq \zeta$.

4.3 Konserwatiewe beraming

Volgens (4.7) in die model, word die moment om die “ y -as”, wat meegebring word deur die x -posisie van m , slegs deur die twee steunkragte in aL en aR gedra. Die resultaat is ’n oorberaming van die steunkrag aR_F en ’n onderberaming van die steunkrag in aL_F (vir ’n belading soos in Figuur 4.2). Sou die belading aan die ander kant van die mediaanlyn plaasvind, sal die oorberaming/onderberaming omgekeerd wees. In ’n omgewing waar maksimum lasgrense simmetries om die mediaanlyn geld, word die oorberaming as ’n konserwatiewe beraming beskou.

Vir ’n voertuig wat in werklikheid in vier punte ondersteun word, soos ’n sleepwa of vastebak-voertuig, sal die bostaande model net die wiel op een as konserwatief beraam, terwyl ’n wiel op die ander as onderberaam kan word. Die probleem kan oorkom word deur alternatiewelik aan te neem dat die moment om die “ y -as” slegs deur die steunkragte op die ander as gedra word. Daarvoor is ’n tweede model nodig.

Beskou nou die plaat in Figuur 4.2(b). Die twee steunpunte aan weerskante van die mediaanlyn word na die v -posisie verskuif en die steunpunt op die mediaanlyn na die a -posisie. Die plaat het steeds ’n tarramassa van T , maar nou is $T = {}^vL_T + {}^vR_T + {}^aT$ en die las as gevolg van die tarramassa op die steunpunte is ${}^vL_T\mathbf{g}$, ${}^vR_T\mathbf{g}$ en ${}^aT\mathbf{g}$ onderskeidelik, en ${}^vL_T = {}^vR_T$ en ${}^vL_T + {}^vR_T = {}^vT$.

Nou geld die som van kragte en som van momente vergelykings

$${}^aF + {}^vL_F + {}^vR_F - (m + {}^aT + {}^vL_T + {}^vR_T)\mathbf{g} = 0 \quad (4.11)$$

$$\delta {}^aF - \delta {}^aT\mathbf{g} - (\delta - y)m\mathbf{g} = 0 \quad (4.12)$$

$$xmg + \frac{\omega}{2} ({}^vL_F - {}^vR_F) = 0 \quad (4.13)$$

(onder andere) vir die plaat om in rus te bly.

Soortgelyk aan die vorige model, word die uitdrukkings (4.11), (4.12) en (4.13) gebruik om uitdrukkings vir kragte in die steunpunte

$$v^L_F = \frac{1}{2}\mathbf{g} \left[v^L_T + v^R_T + m \left(-\frac{2x}{\omega} + \frac{y}{\delta} \right) \right], \quad (4.14)$$

$$v^R_F = \frac{1}{2}\mathbf{g} \left[v^L_T + v^R_T + m \left(\frac{2x}{\omega} + \frac{y}{\delta} \right) \right] \quad (4.15)$$

en

$$a_F = \mathbf{g} \left(a_T + m - \frac{my}{\delta} \right), \quad (4.16)$$

te kry, vir $-\frac{\Omega}{2} \leq x \leq \frac{\Omega}{2}$ en $\zeta - \Lambda \leq y \leq \zeta$.

In hierdie geval word 'n steunkrag van 'n wiel op die as in die v -posisie oorberaam. Nie een van die twee oorberamings van steunkragte in wielposisies sal egter 'n invloed hê op die bepaling van die laste op die asse nie, want daar kan gesien word uit (4.14) en (4.15) dat

$$\begin{aligned} v^L_F + v^R_F &= \frac{1}{2}\mathbf{g} \left[v^L_T + v^R_T + m \left(-\frac{2x}{\omega} + \frac{y}{\delta} \right) \right] + \frac{1}{2}\mathbf{g} \left[v^L_T + v^R_T + m \left(\frac{2x}{\omega} + \frac{y}{\delta} \right) \right] \\ &= \mathbf{g} \left(v_T + \frac{my}{\delta} \right) \\ &= v_F, \end{aligned}$$

wat gelyk is aan (4.10). Dit word ook bevestig deur (4.8) en (4.9) waaruit volg dat

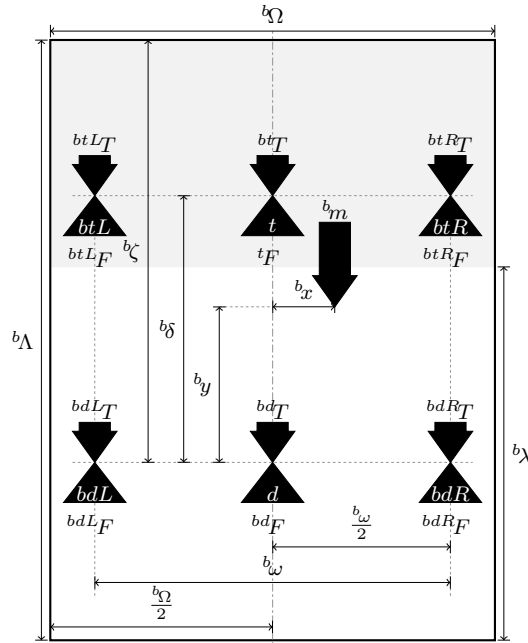
$$\begin{aligned} a^L_F + a^R_F &= \frac{1}{2}\mathbf{g} \left[a^L_T + a^R_T + m \left(1 - \frac{2x}{\omega} - \frac{y}{\delta} \right) \right] + \frac{1}{2}\mathbf{g} \left[a^L_T + a^R_T + m \left(1 + \frac{2x}{\omega} - \frac{y}{\delta} \right) \right] \\ &= \mathbf{g} \left(a_T + m - \frac{my}{\delta} \right) \\ &= a_F, \end{aligned}$$

wat gelyk is aan (4.16).

Hierdie plaatmodelle word vervolgens uitgebrei om vir al die konfigurasies onder beskouing uitdrukkings te verkry waarmee steunkragte bereken kan word.

4.4 Plaatmodelle vir spesifieke konfigurasies

In hierdie afdeling word die konfigurasies van Tabel 3-2 afsonderlik behandel. 'n Toepaslike samestelling van ondersteunde plaat-modelle word vir elke konfigurasie voorgestel, tesame met toepaslike som van kragte- en som van momente-vergelykings. Uitdrukkings vir die steunkragte, wat uit die vergelykings afgelei is, word daarna aangebied.



Figuur 4.2(a)-tipe vergelykings

$${}^{bt}F + {}^{bd}L_F + {}^{bd}R_F - ({}^b m + {}^{bt}T + {}^{bd}L_T + {}^{bd}R_T) \mathbf{g} = 0 \quad (4.17)$$

$${}^{b\delta} {}^{bt}F - {}^{b\delta} {}^{bt}T \mathbf{g} - {}^{b_y} {}^b m \mathbf{g} = 0 \quad (4.18)$$

$${}^{b_x} {}^b m \mathbf{g} + \frac{{}^{b_\omega}}{2} ({}^{dL}F - {}^{dR}F) = 0, \quad (4.19)$$

Figuur 4.2(b)-tipe vergelykings

$${}^{bd}F + {}^{bt}L_F + {}^{bt}R_F - ({}^b m + {}^t T + {}^{bt}L_T + {}^{bt}R_T) \mathbf{g} = 0 \quad (4.20)$$

$${}^{b\delta} {}^{bd}F - {}^{b\delta} {}^{bd}T \mathbf{g} - ({}^{b\delta} - {}^{b_y}) {}^b m \mathbf{g} = 0 \quad (4.21)$$

$${}^{b_x} {}^b m \mathbf{g} + \frac{{}^{b_\omega}}{2} ({}^{bt}L_F - {}^{bt}R_F) = 0 \quad (4.22)$$

 Figuur 4.3: Bak-uitleg en vergelykings vir 'n vastebak-voertuig (b - en bs -konfigurasies)

4.4.1 Vastebak alleen (b -konfigurasie)

Die b -konfigurasie is die enigste konfigurasie wat uit slegs een voertuig, 'n vastebak-voertuig, bestaan. Elke vastebak-voertuig het 'n kajuit wat 'n gedeelte van die voertuig opneem sodat die vragarea korter is as die totale lengte van die voertuig. Die "onlaaibare" deel van die voertuig word grys ingekleur vir 'n deel met lengte ${}^b\Lambda - {}^b\lambda$, soos getoon in Figuur 4.3. Die voertuig word deur vier wiele ondersteun. Dit verg dat die vergelykings wat geassosieer is met die Figuur 4.2(a)-tipe plaat sowel as die Figuur 4.2(b)-tipe plaat gebruik word om uitdrukkings vir die steunkragte van die wiele te verkry. Laspuntinligting soortgelyk aan die in Figuur 4.2(a) en (b) is gekonsolideerd in Figuur 4.3 opgeneem met die geassosieerde som van kragte- en som van momente-vergelykings langsaan.

Vergelykings (4.17) tot (4.22) is gebruik om uitdrukkings

$${}^{bd}L_F = \frac{1}{2}\mathfrak{g} \left[{}^{bd}L_T + {}^{bd}R_T + {}^b m \left(1 - \frac{2 {}^b x}{{}^b \omega} - \frac{{}^b y}{{}^b \delta} \right) \right], \quad (4.23)$$

$${}^{bd}R_F = \frac{1}{2}\mathfrak{g} \left[{}^{bd}L_T + {}^{bd}R_T + {}^b m \left(1 + \frac{2 {}^b x}{{}^b \omega} - \frac{{}^b y}{{}^b \delta} \right) \right], \quad (4.24)$$

$${}^{bt}F = \mathfrak{g} \left({}^{bt}T + \frac{m {}^b y}{{}^b \delta} \right), \quad (4.25)$$

$${}^{bt}L_F = \frac{1}{2}\mathfrak{g} \left[{}^{bt}L_T + {}^{bt}R_T + {}^b m \left(-\frac{2 {}^b x}{{}^b \omega} + \frac{{}^b y}{{}^b \delta} \right) \right], \quad (4.26)$$

$${}^{bt}R_F = \frac{1}{2}\mathfrak{g} \left[{}^{bt}L_T + {}^{bt}R_T + {}^b m \left(\frac{2 {}^b x}{{}^b \omega} + \frac{{}^b y}{{}^b \delta} \right) \right], \quad (4.27)$$

$${}^{ba}F = \mathfrak{g} \left({}^{ba}T + {}^b m - \frac{m {}^b y}{{}^b \delta} \right), \quad (4.28)$$

vir die steunkragte te bepaal vir $-\frac{{}^b \Omega}{2} \leq {}^b x \leq \frac{{}^b \Omega}{2}$, en $\zeta - \Lambda \leq {}^b y \leq \zeta - \Lambda + \lambda$.

Numeriese voorbeeld:

'n b -Konfigurasie-voertuig, soos die vastebak-voertuig in die tegniese tekening in Bylae A.1, se parameters is

$${}^b \mathcal{P} = \{ \mathfrak{g} = 9.81, {}^b \delta = 5.265, {}^b \zeta = 6.665, {}^b \lambda = 7.341, {}^b \Lambda = 9.528, \\ {}^b \omega = 1.8, {}^b \Omega = 2.45, {}^{bt}T = 5337, {}^{bd}T = 5975 \}, \quad (4.29)$$

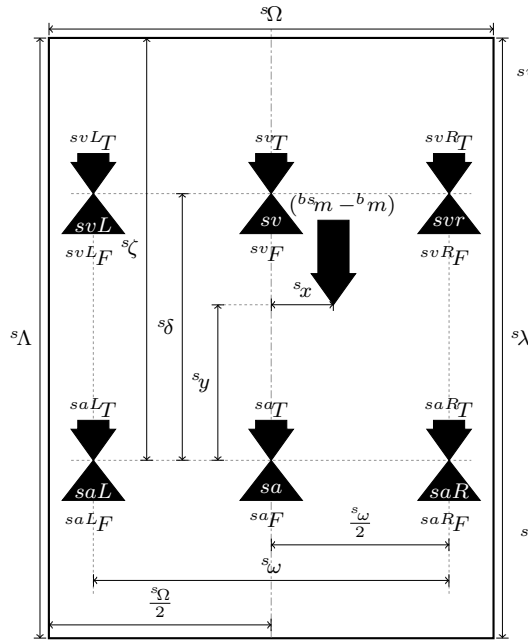
wat in uitdrukkings (4.23) tot (4.28) vervang kan word om

$$\begin{aligned} {}^{bd}F &= 58614.8 + 9.81 {}^b m - 1.86325 {}^b m {}^b y, \\ {}^{bd}L_F &= 29307.4 + 4.905 {}^b m - 5.45 {}^b m {}^b x - 0.931624 {}^b m {}^b y, \\ {}^{bd}R_F &= 29307.4 + 4.905 {}^b m + 5.45 {}^b m {}^b x - 0.931624 {}^b m {}^b y, \\ {}^{bt}F &= 52356. + 1.86325 {}^b m {}^b y, \\ {}^{bt}L_F &= 26178. - 5.45 {}^b m {}^b x + 0.931624 {}^b m {}^b y, \\ {}^{bt}R_F &= 26178. + 5.45 {}^b m {}^b x + 0.931624 {}^b m {}^b y, \end{aligned} \quad (4.30)$$

te verkry waar $-1.225 \leq {}^b x \leq 1.225$, en $-2.863 \leq {}^b y \leq 4.478$.

4.4.2 Vastebak met sleepwa (bs -konfigurasie)

Hierdie konfigurasie bestaan uit 'n vastebak-voertuig wat met 'n trekstang aan 'n sleepwa gekoppel is. In teenstelling met 'n vastebak-voertuig, is 'n sleepwa oor die volle lengte van die voertuig benutbaar as vragarea. Beide voertuie word volledig deur hulle eie wiele ondersteun. Daarom word vergelykings wat geassosieer is met die Figuur 4.2(a)-tipe



Figuur 4.2(a)-tipe vergelykings

$$sv_F + saL_F + saR_F - \left((b_{sm} - b_m) + sv_T + saL_T + saR_T \right) \mathbf{g} = 0 \quad (4.31)$$

$$s_\delta sv_F - s_\delta sv_T \mathbf{g} - s_y (b_{sm} - b_m) \mathbf{g} = 0 \quad (4.32)$$

$$s_x (b_{sm} - b_m) \mathbf{g} + \frac{s_\omega}{2} (saL_F - saR_F) = 0, \quad (4.33)$$

Figuur 4.2(b)-tipe vergelykings

$$sa_F + svL_F + svR_F - \left((b_{sm} - b_m) + sv_T + svL_T + svR_T \right) \mathbf{g} = 0 \quad (4.34)$$

$$s_\delta sa_F - s_\delta sa_T \mathbf{g} - (s_\delta - s_y) (b_{sm} - b_m) \mathbf{g} = 0 \quad (4.35)$$

$$s_x (b_{sm} - b_m) \mathbf{g} + \frac{s_\omega}{2} (svL_F - svR_F) = 0 \quad (4.36)$$

 Figuur 4.4: Bak-uitleg en vergelykings vir 'n sleepwa (*bs*- en *hls*-konfigurasies)

plaat sowel as die Figuur 4.2(b)-tipe plaat gebruik om uitdrukkings vir die steunkragte van die wiele van beide voertuie te verkry.

Die kombinasie van twee vragareas verg dat die massa wat aanboord die kombinasie gelaai kan word, geskei word om die massa aanboord elke voertuig afsonderlik in vergelykings te kan hanteer. Daar word voorgestel dat die massa aanboord die vastebak-voertuig gebruik word as die verwysingsmassa van die skeidingspunt. Derhalwe is die massaterme van die vastebak en die sleepwa onderskeidelik b_m en $(b_{sm} - b_m)$, waar b_{sm} die kombinasie se massa is.

Uitdrukkings (4.23) tot (4.28) kan sonder meer vir die vastebak se steunkragte in hierdie konfigurasie gebruik word. Sien Figuur 4.4 vir bakuitleg en vergelykings vir die sleepwa.

Die trekstang, wat as komponent oor 'n noemenswaardige massa kan beskik, word in moderne voertuie deur 'n veer ondersteun wat dit belym met die sleepvoertuig se sleephaak vir veilige koppelingsdoeleindes. Daarom word aanvaar dat die sleepstang se massa volledig in die sleepwa se tarramassa opgeneem word.

Vergelykings (4.23) tot (4.28) en (4.31) tot (4.36) is gebruik om uitdrukkings

$$saLF = \frac{1}{2}g \left[saLT + saRT + (bsm - b_m) \left(1 - \frac{2^s x}{s\omega} - \frac{s_y}{s\delta} \right) \right], \quad (4.37)$$

$$saRF = \frac{1}{2}g \left[saLT + saRT + (bsm - b_m) \left(1 + \frac{2^s x}{s\omega} - \frac{s_y}{s\delta} \right) \right], \quad (4.38)$$

$$svF = g \left(v_T + \frac{(bsm - b_m)^s y}{s\delta} \right), \quad (4.39)$$

$$svLF = \frac{1}{2}g \left[svLT + svRT + (bsm - b_m) \left(-\frac{2^s x}{s\omega} + \frac{s_y}{s\delta} \right) \right], \quad (4.40)$$

$$svRF = \frac{1}{2}g \left[svLT + svRT + (bsm - b_m) \left(\frac{2^s x}{s\omega} + \frac{s_y}{s\delta} \right) \right], \quad (4.41)$$

$$saF = g \left(saT + (bsm - b_m) - \frac{(bsm - b_m)^s y}{s\delta} \right), \quad (4.42)$$

vir die steunkragte te bepaal vir $-\frac{s\Omega}{2} \leq s_x \leq \frac{s\Omega}{2}$, en $b\zeta - b\Lambda \leq b_y \leq b\zeta$.

Numeriese voorbeeld:

'n bs -Konfigurasie-voertuig, soos die in die tegniese tekening in Bylae A.1, se parameters is

$$\begin{aligned} {}^{bs}\mathcal{P} = \{ & g = 9.81, \quad b\delta = 5.265, \quad b\zeta = 6.665, \quad b\lambda = 7.341, \quad b\Lambda = 9.528, \quad b\omega = 1.8, \\ & b\Omega = 2.45, \quad btT = 5337, \quad bdT = 5975, \quad s\delta = 8.1, \quad s\zeta = 10.03, \quad s\Lambda = 11.548, \\ & s\lambda = 11.548, \quad s\omega = 1.8, \quad s\Omega = 2.45 \quad svT = 3967, \quad saT = 4033 \} \end{aligned} \quad (4.43)$$

wat in uitdrukkings (4.37) tot (4.42) vervang kan word om

$$\begin{aligned} bdF &= 58614.8 + 9.81 b_m - 1.86325 b_m b_y, \\ bdLF &= 29307.4 + 4.905 b_m - 5.45 b_m b_x - 0.931624 b_m b_y, \\ bdRF &= 29307.4 + 4.905 b_m + 5.45 b_m b_x - 0.931624 b_m b_y, \\ btF &= 52356. + 1.86325 b_m b_y, \\ btLF &= 26178. - 5.45 b_m b_x + 0.931624 b_m b_y, \\ btRF &= 26178. + 5.45 b_m b_x + 0.931624 b_m b_y, \\ saF &= 39563.7 - 9.81 b_m + 1.21111 b_m s_y + 9.81 bsm - 1.21111 s_y bsm, \\ saLF &= 19781.9 - 4.905 b_m + 5.45 b_m s_x + 0.605556 b_m s_y + 4.905 bsm \\ &\quad - 5.45 s_x bsm - 0.605556 s_y bsm, \\ saRF &= 19781.9 - 4.905 b_m - 5.45 b_m s_x + 0.605556 b_m s_y + 4.905 bsm \\ &\quad + 5.45 s_x bsm - 0.605556 s_y bsm, \\ svF &= 38916.3 - 1.21111 b_m s_y + 1.21111 s_y bsm, \\ svLF &= 19458.1 + 5.45 b_m s_x - 0.605556 b_m s_y - 5.45 s_x bsm + 0.605556 s_y bsm, \\ svRF &= 19458.1 - 5.45 b_m s_x - 0.605556 b_m s_y + 5.45 s_x bsm + 0.605556 s_y bsm \end{aligned} \quad (4.44)$$

te verkry waar $-1.225 \leq b_x \leq 1.225$, $-2.863 \leq b_y \leq 4.478$, $-1.225 \leq s_x \leq 1.225$ en $-1.518 \leq s_y \leq 10.03$.

4.4.3 Voorhaker met leunwa

Die ineenskakeling van 'n voorhaker en leunwa vind plaas waar die leunwa met sy krinkpen op die voorhaker se vyfdewiel lê. 'n Leunwa se eie agteras dra dus net 'n gedeelte van sy eie massalas, die ander gedeelte word deur die voorhaker se asse gedra. Die leunwa se hele vragarea vorm die totale vragarea van hierdie konfigurasie terwyl die voorhaker geen vragarea het nie. Daar word aangeneem dat die krinkpen-vyfdewiel-sluiting geen momente om die mediaanlyn oordra na die voorhaker nie. Al die momente meegebring deur die x -posisie van die vrag word slegs deur die leunwa se agterwiele gedra. Derhalwe is 'n plaatmodel en vergelykings soos die in Figuur 4.2(a) geskik vir die leunwa. Dieselfde veronderstelling bring mee dat die model in Figuur 4.2(a) vereenvoudig kan word vir die voorhaker omdat daar geen momente rondom die mediaanlyn daarop uitgevoer word nie. Die steunkrag wat die voorhaker bied aan die leunwa, ${}^l p_F$, is 'n las op die voorhaker. Hierdie las se posisie is vasgestel in die vyfdewiel-posisie wat lê op die mediaanlyn, op 'n afstand van ${}^h \kappa$ voor die verbindingslyn van ${}^h a_L$ en ${}^h a_R$. Sien Figuur 4.5 vir die plaatuitlegte en geassosieerde vergelykings.

Vergelykings (4.45) tot (4.49) is gebruik om uitdrukkings

$${}^h t_F = \frac{\mathbf{g}}{h\delta} \left({}^h \delta \delta {}^h t_T + {}^h \kappa \delta {}^l p_T + {}^h \kappa {}^l m {}^l y \right) \quad (4.50)$$

$${}^h d_F = \mathbf{g} \left[{}^h d_T + \frac{({}^h \delta - {}^h \kappa)({}^l \delta {}^l p_T + {}^l m {}^l y)}{h\delta} \right] \quad (4.51)$$

$${}^l a_{LF} = \frac{\mathbf{g}}{2} \left[{}^l a_{LT} + {}^l a_{RT} + {}^l m \left(1 - \frac{2 {}^l x}{{}^l \omega} - \frac{{}^l y}{\delta} \right) \right] \quad (4.52)$$

$${}^l a_{RF} = \frac{\mathbf{g}}{2} \left[{}^l a_{LT} + {}^l a_{RT} + {}^l m \left(1 + \frac{2 {}^l x}{{}^l \omega} - \frac{{}^l y}{\delta} \right) \right] \quad (4.53)$$

en

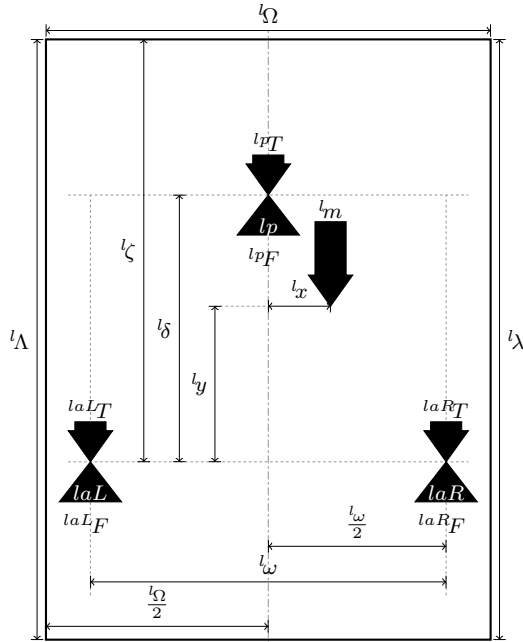
$${}^l p_F = \mathbf{g} \left({}^l p_T + \frac{{}^l m {}^l y}{\delta} \right) \quad (4.54)$$

vir die steunkragte te bepaal vir $-\frac{{}^l \Omega}{2} \leq {}^l x \leq \frac{{}^l \Omega}{2}$ en ${}^l \zeta - {}^l \Lambda \leq {}^l y \leq {}^l \zeta$.

Numeriese voorbeeld:

'n hl -Konfigurasie-voertuig, soos die in die tegniese tekening in Bylae A.2, se parameters is

$$\begin{aligned} {}^h \mathcal{P} = \{ & \mathbf{g} = 9.81, {}^h \delta = 3.885, \delta = 10, {}^l \zeta = 11.35, {}^l \Lambda = 14.2, {}^l \lambda = 14.2, \\ & {}^h \kappa = 0.4, {}^h \omega = 1.8, {}^h \Omega = 2.45, {}^l \omega = 1.8, {}^l \Omega = 2.45, {}^h t_T = 5770, \\ & {}^h d_T = 3940, {}^l p_T = 1680, {}^l a_T = 5240 \} \end{aligned} \quad (4.55)$$

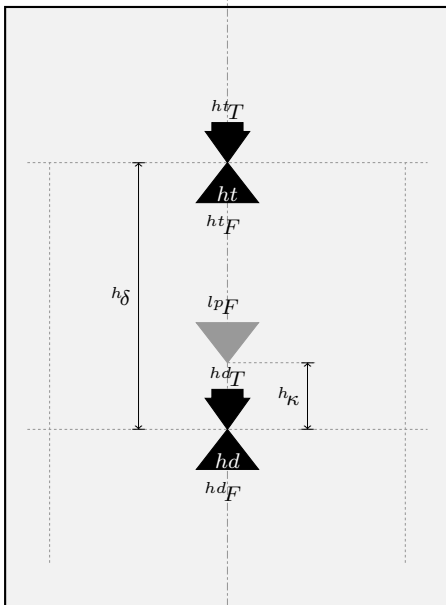


Figuur 4.2(a)-tipe vergelykings vir 'n leunwa

$$l_{pF} + l_{aLF} + l_{aRF} - (l_m + l_{pT} + l_{aLT} + l_{aRT})g = 0, \quad (4.45)$$

$$l_δ l_{pF} - l_δ l_{pT}g - l_y l_{mg} = 0, \quad (4.46)$$

$$l_x l_{mg} + \frac{l_ω}{2} (l_{aLF} - l_{aRF}) = 0, \quad (4.47)$$



Figuur 4.1-tipe vergelykings vir 'n voorhaker

$$h_{tF} + h_{dF} - l_{pF} + (h_{tT} + h_{dT})g = 0 \quad (4.48)$$

$$h_δ h_{tF} - h_δ h_{tT}g - h_κ l_{pF} = 0. \quad (4.49)$$

Figuur 4.5: Bak-uitleg en vergelykings vir 'n voorhaker en leunwa (*hl*- en *hls*-konfigurasies)

wat in uitdrukkings (4.50) tot (4.54) vervang kan word om vir die voorhaker

$$\begin{aligned} {}^{hd}F &= 53435.3 + 0.879996 \text{ }^l m \text{ }^l y, \\ {}^{ht}F &= 58300.6 + 0.101004 \text{ }^l m \text{ }^l y \end{aligned}$$

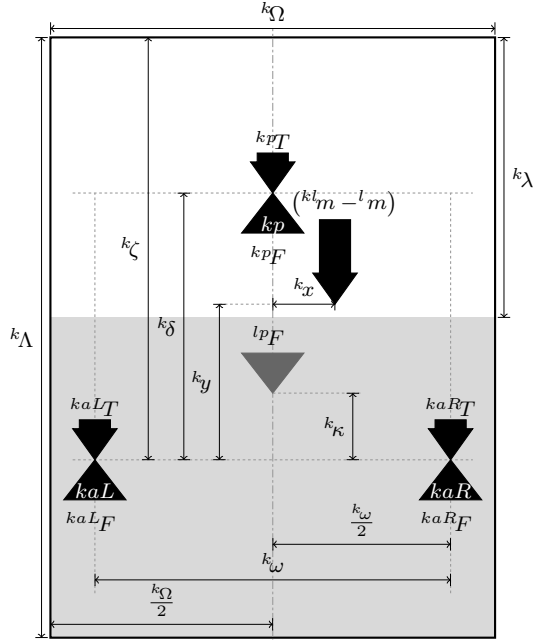
en vir die leunwa

$$\begin{aligned} {}^{la}F &= 51404.4 + 9.81 \text{ }^l m - 0.981 \text{ }^l m \text{ }^l y, \\ {}^{laL}F &= 25702.2 + 4.905 \text{ }^l m - 5.45 \text{ }^l m \text{ }^l x - 0.4905 \text{ }^l m \text{ }^l y, \\ {}^{laR}F &= 25702.2 + 4.905 \text{ }^l m + 5.45 \text{ }^l m \text{ }^l x - 0.4905 \text{ }^l m \text{ }^l y, \\ {}^{lp}F &= 16480.8 + 0.981 \text{ }^l m \text{ }^l y, \end{aligned} \tag{4.56}$$

te verkry waar $-1.225 \leq^l x \leq 1.225$ en $-2.85 \leq^l y \leq 11.35$.

4.4.4 Voorhaker met skakelwa en leunwa (interlink)

Die skakelwa se ineenskakeling met die voorhaker vind op dieselfde wyse plaas as die leunwa se ineenskakeling met die voorhaker in §4.4.3, terwyl die leunwa op soortgelyke wyse op die skakelwa ineenskakel. Geen momente meegebring deur die x -posisies van vrag aanboord die leunwa of skakelwa word onderskeidelik oorgedra na die skakelwa of voorhaker nie, die x -momente word slegs deur die betrokke wa se eie agteras gedra. Derhalwe is 'n plaatmodel en vergelykings soos dié in Figuur 4.2(a) geskik vir beide die leunwa en die skakelwa. Die plaatuitlegte vir die voorhaker en skakelwa word in Figuur 4.5 aangetoon. Die plaatuitleg en vergelykings vir die leunwa is identies aan dié in Figuur 4.5. In Figuur 4.6 kan gesien word dat slegs die voorste gedeelte van die skakelwa beskikbaar is as vragarea om voorsiening te maak vir die roterende leunwa op die skakelwa se vyfdewiel.

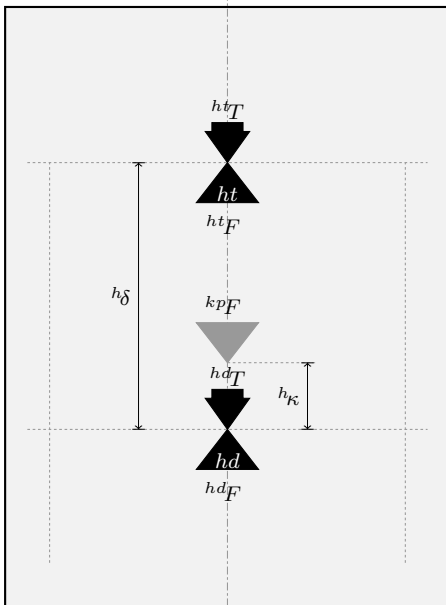


Figuur 4.2(a)-tipe vergelykings vir skakelwa

$$k_{pF} + k_{aL_F} + k_{aR_F} - l_{pF} - \left((k_{m-l}^l) + k_{pT} + k_{aL_T} + k_{aR_T} \right) g = 0, \quad (4.57)$$

$$k_{\delta} k_{pF} - k_{\delta} k_{pT} g - k_y (k_{m-l}^l) g - k_{\kappa} l_{pF} = 0, \quad (4.58)$$

$$k_x (k_{m-l}^l) g + \frac{k_{\omega}}{2} (k_{aL_F} - k_{aR_F}) = 0, \quad (4.59)$$



Figuur 4.1-tipe vergelykings vir voorhaker

$$h_{tF} + h_{dF} - k_{pF} + (h_{tT} + h_{dT}) g = 0 \quad (4.60)$$

$$h_{\delta} h_{tF} - h_{\delta} h_{tT} g - h_{\kappa} k_{pF} = 0. \quad (4.61)$$

Figuur 4.6: Bak-uitleg en vergelykings vir 'n voorhaker met skakelwa en leunwa (interlink) (*hkl*-konfigurasie)

Vergelykings (4.45) tot (4.47) en (4.57) tot (4.61) is gebruik om uitdrukkings

$${}^{ht}F = \mathfrak{g} \frac{{}^h\delta \ {}^{ht}T \ {}^k\delta \ {}^l\delta + {}^h\kappa ({}^k\delta \ {}^{kp}T \ {}^l\delta + ({}^{kl}m - {}^l m) \ {}^k y \ {}^l\delta + {}^k\kappa \ {}^l\delta \ {}^{lp}T + {}^k\kappa \ {}^l m \ {}^l y)}{{}^h\delta \ {}^k\delta \ {}^l\delta} \quad (4.62)$$

$${}^{hd}F = \frac{\mathfrak{g}}{{}^h\delta \ {}^k\delta \ {}^l\delta} \left[- {}^h\kappa ({}^k\delta \ {}^{kp}T \ {}^l\delta + ({}^{kl}m - {}^l m) \ {}^k y \ {}^l\delta + {}^k\kappa \ {}^l\delta \ {}^{lp}T + {}^k\kappa \ {}^l m \ {}^l y) \right. \\ \left. + {}^h\delta ({}^{hd}T \ {}^k\delta \ {}^l\delta + {}^k\delta \ {}^{kp}T \ {}^l\delta + ({}^{kl}m - {}^l m) \ {}^k y \ {}^l\delta + {}^k\kappa \ {}^l\delta \ {}^{lp}T + {}^k\kappa \ {}^l m \ {}^l y) \right], \quad (4.63)$$

$${}^{kaL}F = \frac{\mathfrak{g}}{2 \ {}^k\delta \ {}^k\omega \ {}^l\delta} \left[{}^k\delta \ {}^k\omega \ {}^l\delta \ {}^{kaL}T + {}^k\delta \ {}^k\omega \ {}^l\delta \ {}^{kaR}T + {}^k\delta \ {}^k\omega \ {}^l\delta ({}^{kl}m - {}^l m) \right. \\ \left. - 2 \ {}^k\delta \ {}^l\delta ({}^{kl}m - {}^l m) \ {}^k x - {}^k\omega \ {}^l\delta ({}^{kl}m - {}^l m) \ {}^k y + {}^k\delta \ {}^k\omega \ {}^l\delta \ {}^{lp}T - {}^k\kappa \ {}^k\omega \ {}^l\delta \ {}^{lp}T \right. \\ \left. + {}^k\delta \ {}^k\omega \ {}^l m \ {}^l y - {}^k\kappa \ {}^k\omega \ {}^l m \ {}^l y \right], \quad (4.64)$$

$${}^{kaR}F = \frac{\mathfrak{g}}{2 \ {}^k\delta \ {}^k\omega \ {}^l\delta} \left[{}^k\delta \ {}^k\omega \ {}^l\delta \ {}^{kaL}T + {}^k\delta \ {}^k\omega \ {}^l\delta \ {}^{kaR}T + {}^k\delta \ {}^k\omega \ {}^l\delta ({}^{kl}m - {}^l m) \right. \\ \left. + 2 \ {}^k\delta \ {}^l\delta ({}^{kl}m - {}^l m) \ {}^k x - {}^k\omega \ {}^l\delta ({}^{kl}m - {}^l m) \ {}^k y + {}^k\delta \ {}^k\omega \ {}^l\delta \ {}^{lp}T - {}^k\kappa \ {}^k\omega \ {}^l\delta \ {}^{lp}T \right. \\ \left. + {}^k\delta \ {}^k\omega \ {}^l m \ {}^l y - {}^k\kappa \ {}^k\omega \ {}^l m \ {}^l y \right], \quad (4.65)$$

$${}^{kp}F = \frac{\mathfrak{g} \ {}^k\delta \ {}^{kp}T \ {}^l\delta + ({}^{kl}m - {}^l m) \ {}^k y \ {}^l\delta + {}^k\kappa \ {}^l\delta \ {}^{lp}T + {}^k\kappa \ {}^l m \ {}^l y}{{}^k\delta \ {}^l\delta}, \quad (4.66)$$

$${}^{lp}F = \mathfrak{g} \left({}^{lp}T + \frac{{}^l m \ {}^l y}{{}^l\delta} \right), \quad (4.67)$$

$${}^{laL}F = \frac{\mathfrak{g}}{2} \left[{}^{laL}T + {}^{laR}T + {}^l m \left(1 - \frac{2 \ {}^l x}{{}^l\omega} - \frac{{}^l y}{{}^l\delta} \right) \right] \quad (4.68)$$

$${}^{laR}F = \frac{\mathfrak{g}}{2} \left[{}^{laL}T + {}^{laR}T + {}^l m \left(1 + \frac{2 \ {}^l x}{{}^l\omega} - \frac{{}^l y}{{}^l\delta} \right) \right] \quad (4.69)$$

vir die steunkragte te bepaal vir $-\frac{{}^k\Omega}{2} \leq {}^k x \leq \frac{{}^k\Omega}{2}$, ${}^k\zeta - {}^k\lambda \leq {}^k y \leq {}^k\zeta$, $-\frac{{}^l\Omega}{2} \leq {}^l x \leq \frac{{}^l\Omega}{2}$ en ${}^l\zeta - {}^l\lambda \leq {}^l y \leq {}^l\zeta$.

Numeriese voorbeeld:

'n hkl -Konfigurasie voertuig, soos die in die tegniese tekening in Bylae A.3, se parameters is

$${}^{hkl}\mathcal{P} = \{ \mathfrak{g} = 9.81, \ {}^h\delta = 3.975, \ {}^k\delta = 7.4, \ {}^l\delta = 8, \ {}^k\zeta = 9.155, \ {}^l\zeta = 9.755, \\ {}^k\Lambda = 10.655, \ {}^k\lambda = 6.07, \ {}^l\Lambda = 12.203, \ {}^l\lambda = 12.203, \ {}^h\kappa = 0.6, \ {}^k\kappa = 0.63, \\ {}^k\omega = 1.8, \ {}^k\Omega = 2.45, \ {}^l\omega = 1.8, \ {}^l\Omega = 2.45, \ {}^{ht}T = 5527, \ {}^{hd}T = 3893, \\ {}^{kp}T = 1552, \ {}^{ka}T = 3148, \ {}^{lp}T = 1440, \ {}^{la}T = 3780 \} \quad (4.70)$$

wat in uitdrukkings (4.62) tot (4.69) vervang kan word om vir die

voorhaker

$$\begin{aligned} {}^{hd}F &= 52138.4 - 1.12557 {}^{ky}l_m + 0.0886389 {}^l m {}^l y + 1.12557 {}^{ky^k}l_m, \\ {}^{ht}F &= 56699.5 - 0.200102 {}^{ky}l_m + 0.015758 {}^l m {}^l y + 0.200102 {}^{ky^k}l_m, \end{aligned}$$

skakelwa

$$\begin{aligned} {}^{ka}F &= 43805.6 - 9.81 {}^l m + 1.32568 {}^{ky}l_m + 1.12185 {}^l m {}^l y \\ &\quad + 9.81 {}^{kl}m - 1.32568 {}^{ky^k}l_m, \\ {}^{kaL}F &= 21902.8 - 4.905 {}^l m + 5.45 {}^{kx}l_m + 0.662838 {}^{ky}l_m \\ &\quad + 0.560927 {}^l m {}^l y + 4.905 {}^{kl}m - 5.45 {}^{kx^k}l_m - 0.662838 {}^{ky^k}l_m, \\ {}^{kaR}F &= 21902.8 - 4.905 {}^l m - 5.45 {}^{kx}l_m + 0.662838 {}^{ky}l_m \\ &\quad + 0.560927 {}^l m {}^l y + 4.905 {}^{kl}m + 5.45 {}^{kx^k}l_m - 0.662838 {}^{ky^k}l_m, \\ {}^{kp}F &= 16427.8 - 1.32568 {}^{ky}l_m + 0.104397 {}^l m {}^l y + 1.32568 {}^{ky^k}l_m, \end{aligned}$$

en leunwa

$$\begin{aligned} {}^{la}F &= 37081.8 + 9.81 {}^l m - 1.22625 {}^l m {}^l y, \\ {}^{laL}F &= 18540.9 + 4.905 {}^l m - 5.45 {}^l m {}^l x - 0.613125 {}^l m {}^l y, \\ {}^{laR}F &= 18540.9 + 4.905 {}^l m + 5.45 {}^l m {}^l x - 0.613125 {}^l m {}^l y, \\ {}^{lp}F &= 14126.4 + 1.22625 {}^l m {}^l y \end{aligned} \tag{4.71}$$

steunkragte te bereken waar $-1.225 \leq^k x \leq 1.225$, $-1.225 \leq^l x \leq 1.225$, $3.085 \leq^k y \leq 9.155$ en $-2.448 \leq^l y \leq 9.755$.

4.4.5 Voorhaker met leunwa en sleepwa

In hierdie kombinasie word 'n sleepwa, soos beskryf in Afdeling 4.4.2, agter 'n voorhaker-en-leunwa-kombinasie van Afdeling 4.4.3, gekoppel. Die sleepwa word ten volle deur sy eie wiele ondersteun; en die leunwa deur sy eie wiele en die voorhaker. Die steunkragte vir die sleepwa is soos bepaal in (4.37) tot (4.42) en die vir die voorhaker en leunwa soos bepaal in (4.52) tot (4.54).

Numeriese voorbeeld:

'n *hls*-Konfigurasie-voertuig, soos die in die tegniese tekening in Bylae A.4, se parameters is

$$\begin{aligned} {}^{hkl}\mathcal{P} &= \{g = 9.81, {}^h\delta = 3.9, {}^l\delta = 9.42, {}^s\delta = 1.36, {}^l\zeta = 10.97, {}^l\Lambda = 13.5, \\ &\quad {}^l\lambda = 13.5, {}^s\Lambda = 4.5, {}^s\lambda = 4.5, {}^h\kappa = 0.55, {}^h\omega = 1.8, {}^h\Omega = 2.45, \\ &\quad {}^l\omega = 1.8, {}^l\Omega = 2.45, {}^s\omega = 1.8, {}^s\Omega = 2.45, {}^{ht}T = 4928, {}^{hd}T = 4176, \\ &\quad {}^{lp}T = 1665, {}^{la}T = 4995, {}^{sv}T = 2025, {}^{s\alpha}T = 2025, {}^s\zeta = 2.787 \} \end{aligned} \tag{4.72}$$

wat in uitdrukkings (4.37) tot (4.42) en (4.52) tot (4.54) vervang kan word om vir die

voorhaker

$$\begin{aligned} {}^{hd}F &= 54996.7 + 0.894537 \text{ }^l m \text{ }^l y, \\ {}^{ht}F &= 50647.1 + 0.146864 \text{ }^l m \text{ }^l y, \end{aligned}$$

leunwa

$$\begin{aligned} {}^{la}F &= 49001. + 9.81 \text{ }^l m - 1.0414 \text{ }^l m \text{ }^l y, \\ {}^{laL}F &= 24500.5 + 4.905 \text{ }^l m - 5.45 \text{ }^l m \text{ }^l x - 0.520701 \text{ }^l m \text{ }^l y, \\ {}^{laR}F &= 24500.5 + 4.905 \text{ }^l m + 5.45 \text{ }^l m \text{ }^l x - 0.520701 \text{ }^l m \text{ }^l y, \\ {}^{lp}F &= 16333.6 + 1.0414 \text{ }^l m \text{ }^l y, \end{aligned}$$

en sleepwa

$$\begin{aligned} {}^{sa}F &= 19865.3 - 9.81 \text{ }^l m + 7.21324 \text{ }^l m \text{ }^s y + 9.81 \text{ }^{kl} m - 7.21324 \text{ }^s y \text{ }^{kl} m, \\ {}^{saL}F &= 9932.63 - 4.905 \text{ }^l m + 5.45 \text{ }^l m \text{ }^s x + 3.60662 \text{ }^l m \text{ }^s y + 4.905 \text{ }^{kl} m \\ &\quad - 5.45 \text{ }^s x \text{ }^{kl} m - 3.60662 \text{ }^s y \text{ }^{kl} m, \\ {}^{saR}F &= 9932.63 - 4.905 \text{ }^l m - 5.45 \text{ }^l m \text{ }^s x + 3.60662 \text{ }^l m \text{ }^s y + 4.905 \text{ }^{kl} m \\ &\quad + 5.45 \text{ }^s x \text{ }^{kl} m - 3.60662 \text{ }^s y \text{ }^{kl} m, \\ {}^{sv}F &= 19865.3 - 7.21324 \text{ }^l m \text{ }^s y + 7.21324 \text{ }^s y \text{ }^{kl} m, \\ {}^{svL}F &= 9932.63 + 5.45 \text{ }^l m \text{ }^s x - 3.60662 \text{ }^l m \text{ }^s y - 5.45 \text{ }^s x \text{ }^{kl} m + 3.60662 \text{ }^s y \text{ }^{kl} m, \\ {}^{svR}F &= 9932.63 - 5.45 \text{ }^l m \text{ }^s x - 3.60662 \text{ }^l m \text{ }^s y + 5.45 \text{ }^s x \text{ }^{kl} m + 3.60662 \text{ }^s y \text{ }^{kl} m \end{aligned} \tag{4.73}$$

steunkragte te verkry, waar $-1.225 \leq^l x \leq 1.225$, $-2.53 \leq^l y \leq 10.97$, $-1.225 \leq^s x \leq 1.225$ en $-1.713 \leq^s y \leq 2.787$.

4.5 Samevatting

In hierdie hoofstuk is uitdrukkings verkry vir die laste wat wiele, asse en asstelle op die pad uitvoer, vir algemene voertuig-konfigurasies. Die uitdrukkings wat verkry is, oorberaam die kragte in die wiele aan die een of ander kant van die voertuig in die belang van 'n konserwatiewe benadering. Die uitdrukkings wat verkry is, is geskik om in beperkings opgeneem te word wat die toelaatbare gebied vir 'n vragmassamiddelpunt afbaken.

Hoofstuk 5

Toelaatbare ruimte

In Hoofstuk 3 is daar voorgestel dat die wetlike lasgrensbepalings beskou kan word as beperkings op individuele kragte, somme van kragte en verhoudings waarin kragte en somme van kragte tot mekaar mag staan. In Hoofstuk 4 is aangetoon hoe kragte in steunpunte (wat voertuie se wiellaste ondersteun), vir 'n spesifieke voertuig, op konserwatiewe wyse beraam kan word. In hierdie hoofstuk word konsepte bekendgestel wat dit moontlik maak om die beperkings van Hoofstuk 3 te kombineer met die uitdrukkings vir steunkragte van Hoofstuk 4, ten einde ruimtes te definieer waarbinne 'n gegewe vrag van 'n gegewe voertuig se massamiddelpunt mag val, om “wetlik toelaatbare” vragrangskikkings te lewer.

'n Padkarweier kan besluit op die vragmassa wat aanboord 'n voertuig gelaai gaan word sowel as die posisie waarin die vrag gaan staan. Hierdie besluitnemingsvryhede vorm die dimensies van die toelaatbare ruimtes in hierdie bespreking. Daar word aangeneem dat 'n vrag en sy posisie deur sy massamiddelpunt se massa m en posisie op die voertuigbak gemodelleer kan word. Sou die voertuig en sy vrag met behulp van 'n balkmodel (soos die in Figuur 4.1) gemodelleer word, is daar slegs een posisie-dimensie y ter sprake, in welke geval die toelaatbare ruimte bestaan uit (m, y) -getallepare. In die geval van 'n plaatmodel, soos die in Figuur 4.2(a), is daar twee posisie-dimensies x en y , en bestaan die toelaatbare ruimte uit (m, x, y) -drietalle. In die geval van ineengeskakelde plaatmodelle, soos van toepassing op die *hkl*-konfigurasië, *hls*-konfigurasië en *bs*-konfigurasië, is daar ses dimensies in die toelaatbare ruimte.

Die voorbeeld waarmee die konsepte ten opsigte van die toelaatbare ruimte bekendgestel word, berus op 'n voertuig wat as 'n suiwer balkmodel (soos die vertoon in Figuur 4.1) gemodelleer word. Ten spyte van die beperkte voorkoms van voertuie wat as balkmodelle gemodelleer kan word, is al die konsepte wat vir die balk met sy twee dimensies geld, met eenvoudige uitbreiding vir die plaatmodelle met drie en ses dimensies aanpasbaar. In die voorbeeld sal notasie bekendgestel word vir konsepte soos toelaatbare gebied, triviale beperkings, lineêre beperkings, oorbodige beperkings en apeksmassa.

Beskou nou 'n spesifieke voertuig, wat as 'n balk gemodelleer word met 'n steunkragte-

vektor $\mathbf{F} = [{}^vF, {}^aF]^T$ en beperkingstel

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ -10 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^vF \\ {}^aF \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1\mathbf{g} \\ \mathbf{b}_2\mathbf{g} \\ \mathbf{b}_3\mathbf{g} \\ \mathbf{b}_4\mathbf{g} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

waarin $\mathbf{b}_1 < \mathbf{b}_3$ en $\mathbf{b}_4 < \mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2$. Die voertuig se parameters $\mathcal{P} = \{\Lambda, \zeta, \delta, {}^vT, {}^aT\}$ en die \mathbf{b}_i 's is bekend, maar die simbole vir die parameters word in hierdie voorbeeld behou ter wille van die veralgemening van die probleem. Gewoonlik word dit invervang (wat uitdrukkings heelwat vereenvoudig) tydens die oplossing van 'n probleem.

5.1 Die toelaatbare gebied van 'n beperking

Laat $\mathcal{I} = \{1..|\mathcal{R}|\}$ die volledige versameling indekse van beperkings wees wat vir 'n bepaalde voertuig geld. Laat $G_i, i \in \mathcal{I}$, die toelaatbare gebied wees vir die massamidelpunt volgens beperking $\underline{a}_i\mathbf{F} \leq \mathbf{b}_i\mathbf{g}$, dan is G_i die versameling (m, y) -getalleepare wat die beperking bevredig.

In die geval van (5.1) is $\mathcal{I} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Beskou nou G_1 uit (5.1) wat geskryf kan word as

$$G_1 = \{(m, y) : [1, 0]\mathbf{F}^T \leq \mathbf{b}_1\mathbf{g}\} \quad (5.2)$$

$$= \{(m, y) : [1, 0][{}^vF \ {}^aF]^T \leq \mathbf{b}_1\mathbf{g}\} \quad (5.3)$$

$$= \{(m, y) : {}^vF \leq \mathbf{b}_1\mathbf{g}\} \quad (5.4)$$

wat volgens (4.3)

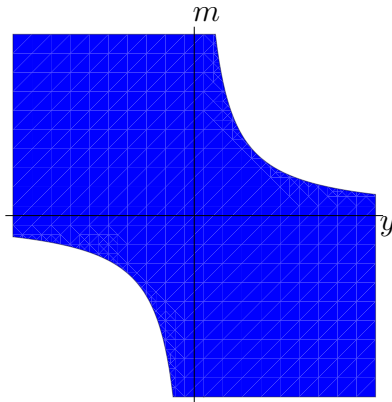
$$= \{(m, y) : \mathbf{g} \left({}^vT + \frac{my}{\delta} \right) \leq \mathbf{b}_1\mathbf{g}\} \quad (5.5)$$

$$= \left\{ \left\{ (m, y) : m \leq \frac{\delta(\mathbf{b}_1 - {}^vT)}{y} \right\} \cap \{(m, y) : y > 0\} \right\} \cup \left\{ \left\{ (m, y) : m \geq \frac{\delta(\mathbf{b}_1 - {}^vT)}{y} \right\} \cap \{(m, y) : y < 0\} \right\}. \quad (5.6)$$

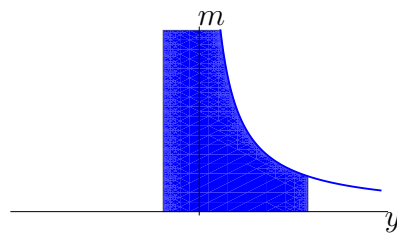
G_1 kan grafies voorgestel word as die blou geskakeerde ruimte in Figuur 5.1.

5.2 Triviale beperkings

In die konteks van die balk van Figuur 4.1 is daar egter ook triviale beperkings wat op G_1 , soos op alle $G_i, i \in \mathcal{I}$, van toepassing sal wees. Die triviale beperkings spruit voort



Figuur 5.1: Die versameling getallepare $G_1 = \{(m, y) : \mathbf{g} \left({}^v T + \frac{my}{\delta} \right) \leq \mathbf{b}_1 \mathbf{g}\}$

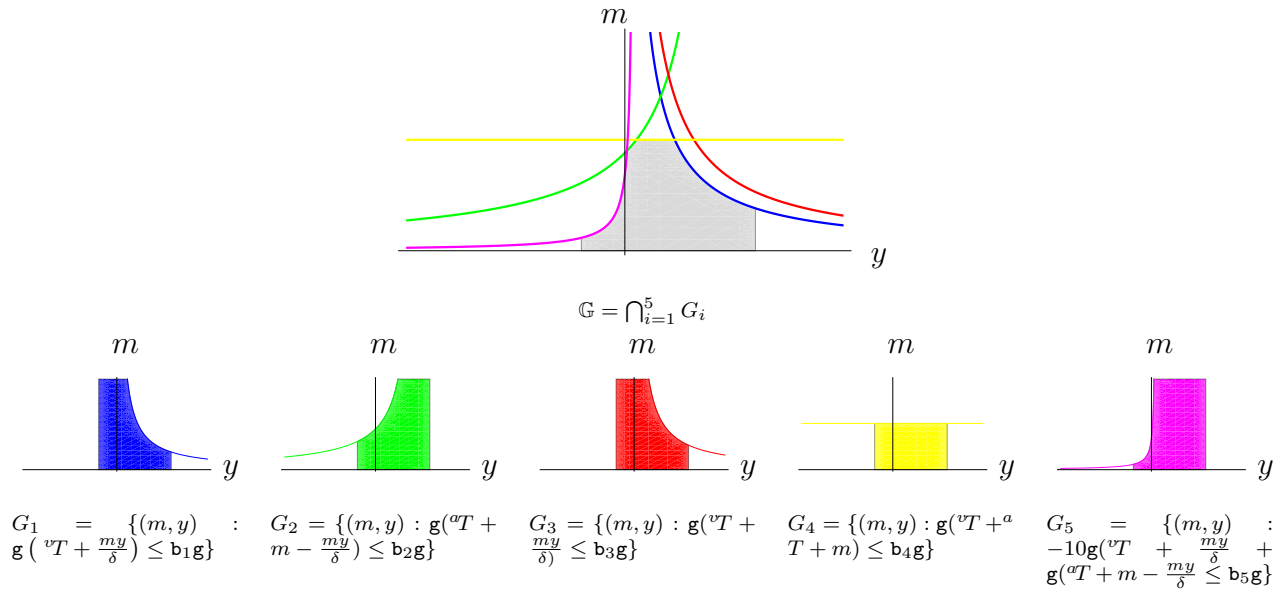


Figuur 5.2: Die versameling getallepare $G_1 = \{(m, y) : \mathbf{g} \left({}^v T + \frac{my}{\delta} \right) \leq \mathbf{b}_1 \mathbf{g}\}$ met triviale beperkings in ag genome

uit die fisiese dimensies van die balk, $\zeta - \Lambda \leq y \leq \zeta$ en die nie-negatiewe aard van massa $m \geq 0$, wat meebring dat die toelaatbare gebied, in ag genome die triviale beperkings, slegs die ruimte in Figuur 5.2 is. Triviale beperkings word nie in hierdie bespreking spesifiek vermeld nie, maar word geag altyd van krag te wees.

5.3 Die toelaatbare gebied van 'n beperkingstel

Laat $\mathbb{G} = \bigcap_{i \in \mathcal{I}} G_i$ die toelaatbare gebied van 'n beperkingstel wees. In die geval van die bostaande voorbeeld is \mathbb{G} die versameling (m, y) -getallepare wat al die beperkings vir die struktuur bevredig. 'n Grafiese voorstelling van hierdie \mathbb{G} kan gesien word as die grys geskakeerde gebied in die groot grafiek in Tabel 5.3. Die wyse waarop \mathbb{G} se buitelyne deur die komponent-ruimtes G_i gevorm word, is sigbaar uit die komponent-ruimtes in die tweede ry van die tabel.



Figuur 5.3: Toelaatbare ruimte as snyding van komponent-ruimtes

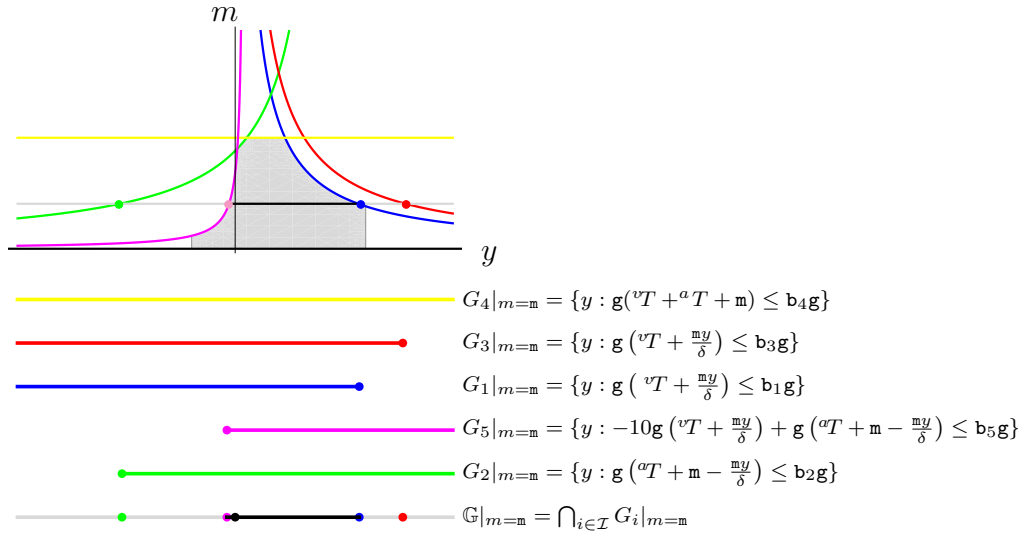
5.4 Randvergelykings

Die gekleurde lyne waarvan sommige 'n grens van \mathbb{G} vorm in Figuur 5.3, stel die randvergelykings \bar{G}_i van die onderskeie individuele toelaatbare gebiede G_i voor. Die punte op die gekleurde lyn is $\bar{G}_i = \{(m, y) : \underline{a}_i \mathbf{F} = \mathbf{b}_i \mathbf{g}\}$. Die snyding van randvergelykings met ander randvergelykings lewer punte wat toetsbaar is vir insluiting in \mathbb{G} .

5.5 Globaal oorbodige beperkings

Beperkings waarvoor die geassosieerde $\bar{G}_i \cap \mathbb{G} = \emptyset$, het geen invloed op die vorm van \mathbb{G} nie en word as globaal oorbodig beskou. In Tabel 5.3 kan gesien word dat \bar{G}_3 (die rooi lyn), nie aan \mathbb{G} raak nie, waaruit volg dat $\bar{G}_3 \cap \mathbb{G} = \emptyset$ en dus as globaal oorbodig beskou kan word. Reduksie van die beperkingstel deur die weglating van oorbodige beperkings verminder rekenwerk.

Globale oorbodigheid word uitgekien deur paargewyse vergelyking van twee beperkings $\underline{a}_i \mathbf{F} \leq \mathbf{b}_i \mathbf{g}$ en $\underline{a}_j \mathbf{F} \leq \mathbf{b}_j \mathbf{g}$ met $i, j \in \mathcal{I}$, waar gevind word dat $\underline{a}_i = \underline{a}_j$ en $\mathbf{b}_i \leq \mathbf{b}_j$. Dit sal daarop dui dat beperking j globaal oorbodig is en sonder meer uit 'n gereduseerde beperkingstel gelaat kan word.



Figuur 5.4: Toelaatbare gebied by 'n gegewe massa

5.6 Toelaatbare ruimte by 'n gegewe massa

Die toelaatbare ruimte geëvalueer by 'n gegewe massa \mathbf{m} is

$$\mathbb{G}|_{m=\mathbf{m}} = \{y : (\mathbf{m}, y) \in \mathbb{G}\} \quad (5.7)$$

$$= \bigcap_{i \in \mathcal{I}} G_i|_{m=\mathbf{m}} \quad (5.8)$$

$$= \bigcap_{i \in \mathcal{I}} \{y : \underline{a}_I \mathbf{F}^T|_{m=\mathbf{m}} \leq \mathbf{b}_i \mathbf{g}\} \quad (5.9)$$

wat grafies in Figuur 5.4 gesien kan word as die swart gedeelte van die lyn wat die grys geskakeerde toelaatbare gebied sny. Die evaluering van \mathbb{G} by massa \mathbf{m} “verwyder” ’n dimensie van die toelaatbare ruimte. In hierdie voorbeeld is die resulterende ruimte slegs die y -dimensie. Komponente van die snyding kan as die gekleurde horisontale lyne, lyne in die y -dimensie, in Figuur 5.4 gesien word ¹. Die klein kleurgevulde sirkeltjies op die lyne stel die onderskeie $\tilde{G}_i|_{m=\mathbf{m}}$ voor.

Bepaling van die toelaatbare ruimte by 'n gegewe massa is van belang, want dit verskaf die grense waarbinne die posisie van vraag met massa m , se middelpunt mag varieer sonder om lasgrense te verbreek. Hoewel aan al die beperkings voldoen moet word, is daar by die vlak van $m = \mathbf{m}$ sekere beperkings wat “aktief” die omsluiting van $\mathbb{G}|_{m=\mathbf{m}}$ bewerkstellig, terwyl ander “onaktief” is. Dit kan gesien word in Figuur 5.4 dat $G_1|_{m=\mathbf{m}}$ en $G_5|_{m=\mathbf{m}}$ aktief is, terwyl die res van die beperkings onaktief is. Aktiewe beperkings verskaf die grense van die toelaatbare gebied. Daarom is dit belangrik om die aktiewe beperkings by 'n gegewe massa te kan identifiseer.

¹Effekte van die triviale beperkings is geïgnoreer in die voorstelling van die toelaatbare gebied van die komponente.

5.7 Aktiewe beperkings in een dimensie

Aktiewe beperkings is beperkings waarvan die rand van die beperking by die gegewe massa ook die rand van die toelaatbare gebied is. Die identifisering van aktiewe beperkings berus dus op die identifisering van punte op die rande van die toelaatbare gebied van individuele beperkings wat sodanig is dat wanneer dit getoets word aan alle beperkings, daardie punt al die beperkings bevredig.

Ten einde aan te toon hoe aktiewe beperkings geïdentifiseer word, laat $\mathcal{A} \subset \mathcal{I}$ die indekse van die aktiewe beperkings by massa $m = \mathbf{m}$ wees. Insluiting van 'n indeks i in \mathcal{A} kan slegs geskied as, en slegs as

$$\{\bar{G}_i \cap \mathbb{G}\}|_{m=\mathbf{m}} \neq \emptyset. \quad (5.10)$$

Dus as daar slegs een punt sou bestaan wat (5.10) waar maak, behoort i tot \mathcal{A} en is

$$\underline{a}_i \mathbf{F}|_{m=\mathbf{m}} \leq \mathbf{b}_i \mathbf{g} \quad (5.11)$$

'n aktiewe beperking van die vraag se massamiddelpunt by die gegewe massa.

In terme van hierdie voorbeeld is punte op die rand van die toelaatbare gebied van elke beperking berekenbaar as punte in die y -dimensie, $\bar{y}_i = \bar{G}_i|_{m=\mathbf{m}}$. Om vas te stel of $\bar{y}_i \in \mathbb{G}|_{m=\mathbf{m}}$ behels 'n toets of dit alle beperkings in $\left\{ \underline{a}_i \mathbf{F} \leq \mathbf{b}_i \mathbf{g} : i \in \boxed{iv} \mathcal{I} \right\}$ bevredig, wat die geval sal wees as

$$\bigwedge_{j \in \mathcal{I}} \left[\begin{array}{c} \underline{a}_j \mathbf{F}|_{y = \bar{y}_i} \leq \mathbf{b}_j \mathbf{g} \\ m = \mathbf{m} \end{array} \right] = 1. \quad (5.12)$$

Soos gemeld in Afdeling 5.6 is die kleurgevulde sirkels in Figuur 5.4 voorstellings van $\bar{G}_i|_{m=\mathbf{m}}$ en daarom ook voorstellings van \bar{y}_i . Uit Figuur 5.4 is kan gesien word dat $\bar{y}_i = \bar{G}_4|_{m=\mathbf{m}} = \emptyset$ en daarom is $\{\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3, \bar{y}_5\}$, die enigste kandidaat-sny punte vir insluiting in \mathcal{A} . Vir elkeen van die kandidaat-sny punte dui die resultate van die toetse van (5.12)

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{c} \underline{a}_1 \mathbf{F}|_{y = \bar{y}_1} \leq \mathbf{b}_1 \mathbf{g} \\ m = \mathbf{m} \end{array} \right] \wedge \left[\begin{array}{c} \underline{a}_2 \mathbf{F}|_{y = \bar{y}_1} \leq \mathbf{b}_2 \mathbf{g} \\ m = \mathbf{m} \end{array} \right] \wedge \left[\begin{array}{c} \underline{a}_3 \mathbf{F}|_{y = \bar{y}_1} \leq \mathbf{b}_3 \mathbf{g} \\ m = \mathbf{m} \end{array} \right] \wedge \left[\begin{array}{c} \underline{a}_4 \mathbf{F}|_{y = \bar{y}_1} \leq \mathbf{b}_4 \mathbf{g} \\ m = \mathbf{m} \end{array} \right] \wedge \left[\begin{array}{c} \underline{a}_5 \mathbf{F}|_{y = \bar{y}_1} \leq \mathbf{b}_5 \mathbf{g} \\ m = \mathbf{m} \end{array} \right] \\ & = 1 \wedge 1 \wedge 1 \wedge 1 \wedge 1 = 1, \\ & \left[\begin{array}{c} \underline{a}_1 \mathbf{F}|_{y = \bar{y}_2} \leq \mathbf{b}_1 \mathbf{g} \\ m = \mathbf{m} \end{array} \right] \wedge \left[\begin{array}{c} \underline{a}_2 \mathbf{F}|_{y = \bar{y}_2} \leq \mathbf{b}_2 \mathbf{g} \\ m = \mathbf{m} \end{array} \right] \wedge \left[\begin{array}{c} \underline{a}_3 \mathbf{F}|_{y = \bar{y}_2} \leq \mathbf{b}_3 \mathbf{g} \\ m = \mathbf{m} \end{array} \right] \wedge \left[\begin{array}{c} \underline{a}_4 \mathbf{F}|_{y = \bar{y}_2} \leq \mathbf{b}_4 \mathbf{g} \\ m = \mathbf{m} \end{array} \right] \wedge \left[\begin{array}{c} \underline{a}_5 \mathbf{F}|_{y = \bar{y}_2} \leq \mathbf{b}_5 \mathbf{g} \\ m = \mathbf{m} \end{array} \right] \\ & = 1 \wedge 1 \wedge 1 \wedge 1 \wedge 0 = 0, \\ & \left[\begin{array}{c} \underline{a}_1 \mathbf{F}|_{y = \bar{y}_3} \leq \mathbf{b}_1 \mathbf{g} \\ m = \mathbf{m} \end{array} \right] \wedge \left[\begin{array}{c} \underline{a}_2 \mathbf{F}|_{y = \bar{y}_3} \leq \mathbf{b}_2 \mathbf{g} \\ m = \mathbf{m} \end{array} \right] \wedge \left[\begin{array}{c} \underline{a}_3 \mathbf{F}|_{y = \bar{y}_3} \leq \mathbf{b}_3 \mathbf{g} \\ m = \mathbf{m} \end{array} \right] \wedge \left[\begin{array}{c} \underline{a}_4 \mathbf{F}|_{y = \bar{y}_3} \leq \mathbf{b}_4 \mathbf{g} \\ m = \mathbf{m} \end{array} \right] \wedge \left[\begin{array}{c} \underline{a}_5 \mathbf{F}|_{y = \bar{y}_3} \leq \mathbf{b}_5 \mathbf{g} \\ m = \mathbf{m} \end{array} \right] \\ & = 0 \wedge 1 \wedge 1 \wedge 1 \wedge 1 = 0 \text{ en} \\ & \left[\begin{array}{c} \underline{a}_1 \mathbf{F}|_{y = \bar{y}_5} \leq \mathbf{b}_1 \mathbf{g} \\ m = \mathbf{m} \end{array} \right] \wedge \left[\begin{array}{c} \underline{a}_2 \mathbf{F}|_{y = \bar{y}_5} \leq \mathbf{b}_2 \mathbf{g} \\ m = \mathbf{m} \end{array} \right] \wedge \left[\begin{array}{c} \underline{a}_3 \mathbf{F}|_{y = \bar{y}_5} \leq \mathbf{b}_3 \mathbf{g} \\ m = \mathbf{m} \end{array} \right] \wedge \left[\begin{array}{c} \underline{a}_4 \mathbf{F}|_{y = \bar{y}_5} \leq \mathbf{b}_4 \mathbf{g} \\ m = \mathbf{m} \end{array} \right] \wedge \left[\begin{array}{c} \underline{a}_5 \mathbf{F}|_{y = \bar{y}_5} \leq \mathbf{b}_5 \mathbf{g} \\ m = \mathbf{m} \end{array} \right] \\ & = 1 \wedge 1 \wedge 1 \wedge 1 \wedge 1 = 1, \end{aligned}$$

daarop dat slegs $\{\bar{y}_1, \bar{y}_5\}$ al die beperkings bevredig en derhalwe is $\mathcal{A} = \{1, 5\}$. Hieruit volg dat die aktiewe beperkings by hierdie gegewe massa die versameling beperkings

$$\{\underline{a}_i \mathbf{F}|_{m=\mathbf{m}} \leq \mathbf{b}_i \mathbf{g} : i \in \mathcal{A}, \mathcal{A} = \{1, 5\}\} \quad (5.13)$$

$$= \{\underline{a}_1 \mathbf{F}|_{m=\mathbf{m}} \leq \mathbf{b}_1 \mathbf{g}, \underline{a}_5 \mathbf{F}|_{m=\mathbf{m}} \leq \mathbf{b}_5 \mathbf{g}\} \quad (5.14)$$

5.8 Aktiewe beperkings in meer dimensies

In die geval waar $\bar{G}_i|_{m=\mathbf{m}}$ randlyne is, sal 'n snypunt van twee randlyne, waar die snypunt ook deel is van $\mathbb{G}|_{m=\mathbf{m}}$, daarop dui dat beide randlyne van die beperkings ook randlyne van die toelaatbare gebied vorm. Die snypunt van beperking i met beperking j is 'n punt $(\bar{x}_{ij}, \bar{y}_{ij}) = \{\bar{G}_i \cap \bar{G}_j\}|_{m=\mathbf{m}}$. Die toets vir insluiting van i en j in \mathcal{A} is dan die analoog van (5.12)

$$\bigwedge_{k \in \mathcal{I}} \left[\begin{array}{l} \underline{a}_k \mathbf{F} | \\ x = \bar{x}_{ij} \\ y = \bar{y}_{ij} \\ m = \mathbf{m} \end{array} \leq \mathbf{b}_k \mathbf{g} \right] = 1. \quad (5.15)$$

Die bepaling van \mathcal{A} verg dus dat al die kombinasies van (i, j) waar $i < j$, $i, j \in \mathcal{I}$ se snypunt $(\bar{x}_{ij}, \bar{y}_{ij}) = \{\bar{G}_i \cap \bar{G}_j\}|_{m=\mathbf{m}}$, bepaal moet word en waar die snypunt dan toets (5.15) bevredig word beide indekse i en j tot \mathcal{A} gevoeg.

In die geval waar daar twee laai-areas op die voertuig is, soos in die geval van die *bs*-, *hkl*- en *hls*-konfigurasies, is daar twee massa-dimensies en vier posisie-dimensies ter sprake. Om aan te toon hoe die aktiewe beperkings ook vir die twee laai-area-gevalle uitgebrei kan word, word die *hkl*-konfigurasie arbitrêr gekies vir die verduideliking.

Vir die *hkl*-konfigurasie is ${}^{hkl}\mathbb{G} = \bigcap_{i \in {}^{hkl}\mathcal{I}} {}^{hkl}G_i$ waar ${}^{hkl}G_i = \{({}^{kl}m, {}^kx, {}^ky, {}^lm, {}^ly) : \underline{a}_i \mathbf{F} \leq \mathbf{b}_i \mathbf{g}\}$.

By gegewe massas ${}^{kl}m = {}^{kl}\mathbf{m}$ en ${}^lm = {}^l\mathbf{m}$ is

$${}^{hkl}\bar{G}_i|_{\substack{{}^{kl}m = {}^{kl}\mathbf{m} \\ {}^lm = {}^l\mathbf{m}}} = \left\{ ({}^kx, {}^ky, {}^lx, {}^ly) : \underline{a}_i \mathbf{F} |_{\substack{{}^{kl}m = {}^{kl}\mathbf{m} \\ {}^lm = {}^l\mathbf{m}}} = \mathbf{b}_i \mathbf{g} \right\},$$

'n vlak in vier dimensies. Die snypunt van vier sulke vierdimensionele vlakke is die punt

$$({}^k\bar{x}_{ijkl}, {}^k\bar{y}_{ijkl}, {}^l\bar{x}_{ijkl}, {}^l\bar{y}_{ijkl}) = \{\bar{G}_i \cap \bar{G}_j \cap \bar{G}_k \cap \bar{G}_l\}|_{m=\mathbf{m}},$$

waar dit bestaan vir $i, j, k, l \in {}^{hkl}\mathcal{I}$. Nou sal i, j, k, l tot \mathcal{A} behoort as

$$\bigwedge_{q \in \mathcal{I}} \left[\begin{array}{c|c} \underline{a}_q \mathbf{F} & \leq \mathbf{b}_q \mathbf{g} \\ \hline \begin{array}{l} {}^{kl}m = {}^{kl}m \\ {}^{kx} = {}^k \bar{x}_{i,j,k,i} \\ {}^{ky} = {}^k \bar{y}_{i,j,k,i} \\ {}^{lm} = {}^l m \\ {}^{lx} = {}^l \bar{x}_{i,j,k,i} \\ {}^{ly} = {}^l \bar{y}_{i,j,k,i} \end{array} & \mathbf{g} \end{array} \right] = 1. \quad (5.16)$$

5.9 Vereenvoudigde aktiewe beperkings

In Afdeling 5.6 is aangetoon hoe die aktiewe beperkings $\{(\underline{a}_i : b_i) : i \in \mathcal{A}\}$ geïdentifiseer kan word, ten einde elkeen in 'n LP te kan dien as die versameling van beperkings

$$\{\underline{a}_i \mathbf{F}|_{m=\mathbf{m}} \leq \mathbf{b}_i \mathbf{g} \quad : i \in \mathcal{A}\}. \quad (5.17)$$

Op die tydstip wat 'n vraag se rangskikking verlang word, is die vragmassa \mathbf{m} bekend en vereenvoudig die linkerkant van elke beperking in (5.17) na die invervanging van $m = \mathbf{m}$, na 'n lineêre uitdrukking, wat vereenvoudig kan word tot die som van 'n vektorproduk en 'n skalare grootheid $\underline{a}'_i[x, y]^{\mathbf{T}} + c_i$. Gestel dat $\mathbf{b}'_i = \mathbf{b}_i \mathbf{g} - c_i$, dan is

$$\{\underline{a}'_i[x, y]^{\mathbf{T}} \leq \mathbf{b}'_i \quad : i \in \mathcal{A}\}, \quad (5.18)$$

ekwivalent aan (5.17).

Vir 'n dubbel-vraagarea-konfigurasie soos die *hkl*-konfigurasie word die ekwivalente beperkings van (5.18) gegee deur

$$\{\underline{a}'_i[{}^k x, {}^k y, {}^l x, {}^l y]^{\mathbf{T}} \leq \mathbf{b}'_i \quad \forall i \in \mathcal{A}\}. \quad (5.19)$$

5.10 Apeks van die toelaatbare gebied

Die apeks van die toelaatbare gebied is die deel van die toelaatbare gebied met die hoogste of maksimum massa-waardes, aangedui as \mathbb{G}^* .

In terme van hierdie voorbeeld is

$$\mathbf{m}^* = \max\{m : (m, y) \in \mathbb{G}\}, \quad (5.20)$$

en die apeks

$$\mathbb{G}^* = \{(\mathbf{m}^*, y) : (\mathbf{m}^*, y) \in \mathbb{G}\} \quad (5.21)$$

en die toelaatbare gebied geëvalueer by $m = \mathbf{m}^*$

$$\mathbb{G}|_{m=\mathbf{m}^*} = \{y : (\mathbf{m}^*, y) \in \mathbb{G}\}. \quad (5.22)$$

Bepaling van die apeks is van belang in vragrangskikking, want enige vrag met massa $\mathbf{m} \leq \mathbf{m}^*$, wat geposisioneer word in 'n posisie, sê y in terme van die voorbeeld, waar $y \in \mathbb{G}|_{m=\mathbf{m}^*}$, sal toelaatbare wielmassalaste meebring. Dus, vir 'n gegewe voertuig en vrag met massa $\mathbf{m} \leq \mathbf{m}^*$, waarvoor daar geen fisiese beperking bestaan in die posisionering van die vrag nie, is die grense van die apeks voldoende vir posisioneringsdoeleindes. As verwysingspunt is die apeksmassa \mathbf{m} ook van belang, aangesien alle kandidaatvragte met massas $\mathbf{m} > \mathbf{m}^*$ summier verwerp kan word.

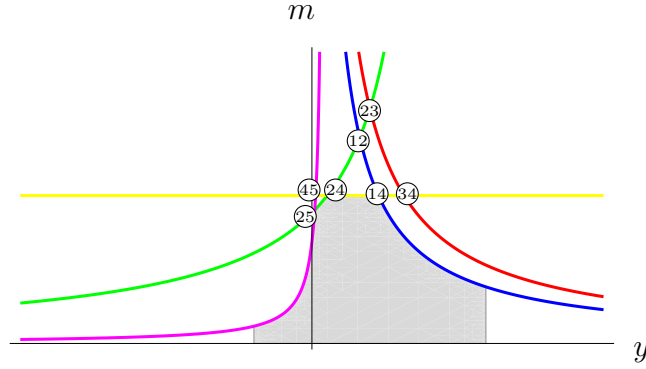
In Figuur 5.3 is die apeks van \mathbb{G} daardie gedeelte van \tilde{G}_4 (die geel lyn) wat aan \mathbb{G} raak, $\mathbb{G}^* = \mathbb{G} \cap \tilde{G}_4$. Die apeks kan ook uit slegs een punt bestaan, wat in hierdie voorbeeld die geval sou wees as $\mathbf{b}_4 > \mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2$, want dan sou $\mathbb{G}^* = \tilde{G}_1 \cap \tilde{G}_2$ wees, wat in Figuur 5.3 gesien kan word as die punt waar die blou en groen lyne sny.

Die toelaatbare gebied word omsluit deur hiperboliese lyne of vlakke en lineêre lyne of vlakke danksy die som van kragte- en som van momente-vergelykings wat gebruik word om alle steunkragte te bepaal. Hierdie aard van die omsluitende lyne en vlakke bring mee dat die maksimum massa sal voorkom by een of meer snypunte van die omsluitende vlakke. Derhalwe behels die bepaling van die apeks eerstens, die bepaling van snypunte van randvergelykings, gevolg deur die uitkies van snypunte wat deel is van die toelaatbare gebied, gevolg deur die identifisering van die snypunte wat die maksimum massa-waarde bevat. Die maksimum massa-waarde kan gebruik word om te dien as verwysingsvlak vir kandidaatvragte sowel as die identifisering van aktiewe beperkings by die apeks.

'n Snypunt word bepaal deur die gelyktydige oplos van randvergelykings, wat die koördinate van die snypunt lewer, as dit bestaan. Die aantal randvergelykings wat gelyktydig opgelos word vir die bepaling van 'n snypunt, is afhanklik van die n -aantal dimensies van die toelaatbare gebied. Vir die balk-geval is $n = 2$ en is die aantal moontlike snypunte wat bestaan gelyk aan die aantal kombinasies van twee elemente wat uit \mathcal{I} gekies kan word $\binom{|\mathcal{I}|}{2}$.

Die uitkies van die snypunte wat deel is van die toelaatbare gebied geskied aan die hand van 'n toets wat soortgelyk is aan die van (5.12), (5.15) en (5.16), waarin 'n snypunt al die beperkings moet bevredig.

In terme van hierdie voorbeeld is daar potensieel $\binom{5}{2} = 10$ moontlike snypunte vir die vyf beperkings in die beperkingstel. Die (i, j) -kombinasies van beperkings is die versameling $\mathcal{K} = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 5)\}$. Die gelyktydige oplossing van elkeen van die randvergelykings met voetskrifte uit kombinasies in \mathcal{K} , toon aan dat Snypunt $(\bar{m}_{13}, \bar{y}_{13}) = \emptyset$, Snypunte $(\bar{m}_{15}, \bar{y}_{15})$ en $(\bar{m}_{35}, \bar{y}_{35})$ verbreek die triviale beperkings en die res van die snypunte bestaan soos grafies voorgestel as die swart sirkels bevattende geassosieerde indekse van snyende randvergelykings van beperkings, in Figuur 5.5.



Figuur 5.5: Snypte van randvergelykings van die toelaatbare gebied.

Laat \mathcal{L} die versameling van snypte van randvergelykings wees wat deel is van die toelaatbare gebied, oftewel

$$\mathcal{L} = \left\{ (\bar{m}_{ij}, \bar{y}_{ij}) : \bigwedge_{q \in \mathcal{I}} \left[\begin{array}{l} a_q \mathbf{F} \\ m = \bar{m}_{ij} \\ y = \bar{y}_{ij} \end{array} \right] \leq \mathbf{b}_q \mathbf{g} = 1, i < j, i, j \in \mathcal{I} \right\}, \quad (5.23)$$

dan is die apeksmassa

$$\mathbf{m}^* = \max \{ \bar{m}_{ij} : (\bar{m}_{ij}, \bar{y}_{ij}) \in \mathcal{L}, i < j, i, j \in \mathcal{I} \} = \max \{ m : (m, y) \in \mathbb{G} \}. \quad (5.24)$$

Vir die voorbeeld onder beskouing is

$$\mathcal{L} = \{ (\bar{m}_{14}, \bar{y}_{14}), (\bar{m}_{24}, \bar{y}_{24}), (\bar{m}_{25}, \bar{y}_{25}) \}$$

en

$$\mathbf{m}^* = \bar{m}_{14} = \bar{m}_{24}$$

waaruit volg dat die toelaatbare gebied by die apeks massa is

$$\mathbb{G}|_{m=\mathbf{m}^*} = \{ y : \bar{y}_{24} \leq y \leq \bar{y}_{14} \}.$$

In Figuur 5.5 kan gesien word dat alle punte (m, y) wat onder die apeks lê, deel is van die toelaatbare gebied, met ander woorde

$$\{ (m, y) : y \in \mathbb{G}|_{m=\mathbf{m}^*}, m \leq \mathbf{m}^* \} \subset \mathbb{G}. \quad (5.25)$$

Daarom kan enige punt wat deel is van die apeks dien as 'n verwysingspunt van 'n toelaatbare vragposisie vir enige vrag met massa $m \leq \mathbf{m}^*$. Die punte

$$\mathcal{L} \cap \mathbb{G}^* = \{ (\bar{m}_{14}, \bar{y}_{14}), (\bar{m}_{24}, \bar{y}_{24}) \}$$

is as apeksrandpunte, sulke verwysingspunte.

Vir 'n toelaatbare ruimte met drie dimensies is die ekwivalente van (5.23) en (5.24)

$$\mathcal{L} = \left\{ (\bar{m}_{ijk}, \bar{x}_{ijk}, \bar{y}_{ijk}) : \bigwedge_{q \in \mathcal{I}} \left[\begin{array}{l} a_q \mathbf{F} \\ m = \bar{m}_{ijk} \\ x = \bar{x}_{ijk} \\ y = \bar{y}_{ijk} \end{array} \right] \leq b_q \mathbf{g} = 1, i < j < k, i, j, k \in \mathcal{I} \right\}, \quad (5.26)$$

en

$$\begin{aligned} \mathbf{m}^* &= \max \left\{ \bar{m}_{ijk} : (\bar{m}_{ijk}, \bar{x}_{ijk}, \bar{y}_{ijk}) \in \mathcal{L}, i < j < k, i, j, k \in \mathcal{I} \right\} \\ &= \max \{ m : (m, x, y) \in \mathbb{G} \} \end{aligned} \quad (5.27)$$

Uitdrukings (5.26) en (5.27) volg uit die redenasie in die vorige paragraaf, dat \mathcal{L} bepaal kan word deur die gelyktydige oplossing van alle pare randvergelykings, wat in die drie-dimensionele geval vertaal na die oplos van alle drietalle randvergelykings $\bar{G}_i, \bar{G}_j, \bar{G}_k, i < j < k, i, j, k \in \mathcal{I}$. Dus as daar n -aantal beperkings bestaan, word $\binom{n}{3}$ oplossings van drie gelyktydige vergelykings geverg, om \mathcal{L} te bepaal. Daar bestaan egter 'n vereenvoudiging van die probleem, danksy die laterale simmetrie van alle beperkings en die feit dat alle beperkings die vertikale vlak deur die agter-na-voor-mediaanlyn van die voertuig, waar $x = 0$, sny.

Hierdie feit bring mee dat \mathcal{L} bepaal kan word deur die gelyktydige oplossing van slegs twee vergelykings $\bar{G}_i|_{x=0}, \bar{G}_j|_{x=0}, i < j, i, j \in \mathcal{I}$. Slegs $\binom{n}{2}$ oplossings van twee gelyktydige vergelykings word in hierdie benadering geverg om \mathcal{L}' te bepaal. Ingevolge hierdie redenasie volg dat

$$\mathcal{L}' = \left\{ (\bar{m}_{ij}, 0, \bar{y}_{ij}) : \bigwedge_{q \in \mathcal{I}} \left[\begin{array}{l} a_q \mathbf{F} \\ m = \bar{m}_{ij} \\ x = 0 \\ y = \bar{y}_{ij} \end{array} \right] \leq b_q \mathbf{g} = 1, i < j, i, j \in \mathcal{I} \right\}, \quad (5.28)$$

en

$$\mathbf{m}^* = \max \{ \bar{m}_{ij} : (\bar{m}_{ij}, 0, \bar{y}_{ij}) \in \mathcal{L}', i < j, i, j \in \mathcal{I} \} \quad (5.29)$$

$$= \max \{ m : (m, x, y) \in \mathbb{G} \}. \quad (5.30)$$

Vir 'n toelaatbare ruimte met ses dimensies, soos benodig vir die bs -konfigurasië, die hkl -konfigurasië en die hls -konfigurasië, is daar vir soortgelyke redes as in die driedimensionele geval, 'n vereenvoudiging van die bepaling van \mathcal{L}' moontlik. Dit geskied deur die oplossing

van slegs vier vergelykings in die bepaling van 'n snypunt. Beskou as voorbeeld die hkl -konfigurasië waarvoor

$$\bar{G}_i \left| \begin{array}{l} k_x = 0 \\ l_x = 0 \end{array} \right., \bar{G}_j \left| \begin{array}{l} k_x = 0 \\ l_x = 0 \end{array} \right., \bar{G}_k \left| \begin{array}{l} k_x = 0 \\ l_x = 0 \end{array} \right., \bar{G}_l \left| \begin{array}{l} k_x = 0 \\ l_x = 0 \end{array} \right. \quad i < j < k < l, \quad i, j, k, l \in \mathcal{I}, \quad (5.31)$$

telkens opgelos moet word. Vervolgens is die ekwivalente van (5.28) en (5.29) die uitdrukking

$$\mathcal{L}' = \left\{ \left({}^{kl}\bar{m}_{ijkl}, 0, {}^k\bar{y}_{ijkl}, {}^l\bar{m}_{ijkl}, 0, {}^l\bar{y}_{ijkl} \right) : \bigwedge_{q \in \mathcal{I}} \left[\begin{array}{l} \underline{a}_q \mathbf{F} \left| \begin{array}{l} {}^{kl}m = {}^{kl}\bar{m}_{ijkl} \\ k_x = 0 \\ k_y = {}^k\bar{y}_{ijkl} \\ l_m = {}^l\bar{m}_{ijkl} \\ l_x = 0 \\ l_y = {}^k\bar{y}_{ijkl} \end{array} \right. \leq \mathbf{b}_q \mathbf{g} \end{array} \right] = 1, \quad i < j < k < l, \quad i, j, k, l \in \mathcal{I} \right\}, \quad (5.32)$$

en

$${}^{kl}m^* = \max \left\{ {}^{kl}\bar{m}_{ijkl} : \left({}^{kl}\bar{m}_{ijkl}, 0, {}^k\bar{y}_{ijkl}, {}^l\bar{m}_{ijkl}, 0, {}^l\bar{y}_{ijkl} \right) \in \mathcal{L}', \quad i < j < k < l, \quad i, j, k, l \in \mathcal{I} \right\} \quad (5.33)$$

$$= \max \{ {}^{kl}m : ({}^{kl}m, {}^kx, {}^ky, {}^lm, {}^lx, {}^ly) \in \mathbb{G} \}. \quad (5.34)$$

5.11 Algoritmes en berekeninge

Die metode wat aangewend kan word om die apeksrandpunte $\mathcal{L} \cap \mathbb{G}^*$ te bepaal, is vervat in Algoritme 1, en die metode wat aangewend is om die aktiewe beperkings, $\{\underline{a}_i \mathbf{F} |_{m=\mathbf{m}} \leq \mathbf{b}_i : i \in \mathcal{A}\}$, te verkry, is vervat in Algoritme 2.

Die algoritmes word rekenaarmatig uitgevoer deur programme wat in Wolfram Mathematica geprogrammeer is. Die programme is elektronies beskikbaar op die CD wat die teks vergesel. Om die apekspunte te bepaal, word die volgende Mathematica programme benodig: “*Inisialiseer.nb*”, “*KragReels.nb*”, “*RegsReels.nb*” en “*KryAGPunte.nb*”. Om aktiewe beperkings by 'n gegewe massa te bepaal, word “*FinMod.nb*” gebruik.

Aktiewe beperkings kan slegs bepaal word vir massas wat minder is as die apeksmassa. Daarom sal die apeksmassa van 'n voertuig eers bepaal word en die massa van 'n gegewe vrug met die apeksmassa vergelyk word alvorens aktiewe beperkings verkry word.

Die stappe wat 'n gebruiker van die programme kan volg om die apeksrandpunte en aktiewe beperkings te verkry vir 'n voertuig met die verstekparameters², is soos volg:

²Die verstek parameters word in “*Inisialiseer.nb*” onderhou en kan verander word vir 'n spesifieke voertuig.

Algoritme 1: Bepaal apeksrandpunte

Data: Voertuig-konfigurasië en -parameters; Wetlike beperkings in die vorm

$$\{\underline{a}_i \mathbf{F} \leq b_i \mathbf{g} : i \in \mathcal{I}\}.$$

Resultaat: Apeksrandpunte $\mathcal{L} \cap \mathbb{G}^*$.

Bepaal $\{\mathbf{b}_i : i \in \mathcal{I}\}$ op grond van voertuigparameters;

Bereken uitdrukkings vir steunkragte op grond van voertuigparameters;

Kombineer steunkrag-uitdrukkings met wetlike beperkings en verkry

- a) Ongelykhede vir toetsdoeleindes;
- b) Vergelykings vir snypunt-bepaling;

Bepaal al die kombinasies van beperkings \mathcal{K} , vir gelyktydige oplossing;

Bepaal die snypunt, waar dit bestaan vir elke kombinasie van beperkings, en toets vir insluiting in die toelaatbare gebied. Vervat snypunte wat deel is van die toelaatbare gebied in \mathcal{L} ;

Bepaal die maksimum waarde van 'n massakoördinaat onder alle punte in \mathcal{L} en stel dit as \mathbf{m}^* ;

Onttrek alle punte uit \mathcal{L} met 'n massakoördinaat gelyk aan \mathbf{m}^* en rapporteer dit as $\mathcal{L} \cap \mathbb{G}^*$.

1. Aktiveer die programme “*Inisialiseer.nb*”, “*KragReels.nb*”, “*RegsReels.nb*”, “*KryAGPunte.nb*” en “*FinMod.nb*”.
2. Loop “*Inisialiseer.nb*” en kies 'n konfigurasie aan die hand van 'n keusesyfer uit die volgende tabel:

Konfigurasie	Keusesyfer
<i>b</i>	1
<i>bs</i>	2
<i>hl</i>	3
<i>hkl</i>	4
<i>hls</i>	5

3. Loop “*KragReels.nb*” om die steunkragte te bereken.
4. Loop “*RegsReels.nb*” om die steunkragte in die wetlike beperkings op te neem.
5. Loop “*KryAGPunte.nb*” om die apeksmassa te bepaal.
6. Vergelyk die gegewe vragmassa \mathbf{m} met die apeksmassa \mathbf{m}^* en indien $\mathbf{m} < \mathbf{m}^*$ loop “*FinMod.nb*” om die aktiewe beperkings te verkry.

Die reëls waarvolgens kragte bepaal word, word onderhou in 'n Microsoft Excel lêer genaamd “*Koeffs2.xlsx*”, wat ingesluit is in die CD wat die teks vergesel. 'n Sigblad in hierdie lêer bevat die parametriese koëffisiënte van die kragte, in die som van kragte- en som van momente-vergelykings van elke konfigurasie onder beskouing in hierdie teks. Die volledige inhoud word in Mathematica ingelees, tydens die loop van “*KragReels.nb*”. Die toepaslike koëffisiënte word geselekteer op grond van die konfigurasie waarvoor 'n berekening uitgevoer word.

Die wetlike beperkings word in 'n Microsoft Excel lêer genaamd “*Regs.xlsx*” onderhou in

Algoritme 2: Bepaal aktiewe beperkings by massa $m = \mathbf{m}$

Data: Voertuig-konfigurasië en -parameters; Wetlike beperkings in die vorm $\{\underline{a}_i \mathbf{F} \leq b_i \mathbf{g} : i \in \mathcal{I}\}$.

Resultaat: Die versameling aktiewe beperkings $\{\underline{a}_i \mathbf{F}|_{m=\mathbf{m}} \leq b_i \mathbf{g} : i \in \mathcal{I}\}$.

Bepaal $\{b_i : i \in \mathcal{I}\}$ op grond van voertuigparameters;

Bereken uitdrukkings vir steunkragte op grond van voertuigparameters en die vragmassa \mathbf{m} ;

Kombineer steunkrag-uitdrukkings met wetlike beperkings en verkry

- a) Ongelykhede vir toetsdoeleindes;
- b) Vergelykings vir snypunt-bepaling;

Bepaal al die kombinasies van vergelykings \mathcal{K} , vir gelyktydige oplossing;

Bepaal die snypunt, waar dit bestaan vir elke kombinasie van vergelykings en toets vir insluiting in die toelaatbare gebied. Vervat die indekse van snypunte wat deel is van die toelaatbare gebied in \mathcal{A} ;

Rapporteer aktiewe beperkings $\{\underline{a}_i \mathbf{F}|_{m=\mathbf{m}} \leq b_i \mathbf{g} : i \in \mathcal{I}\}$.

afsonderlike sigblaaie vir elke konfigurasië. Die inhoud van die sigblaaie word na onderhoud³ uitgelees na afsonderlike tekslêers vir elke konfigurasië. Die tekslêers is benoem “KlasIReg.txt”, “KlasIIReg.txt”, “KlasIIIReg.txt”, “KlasIVReg.txt” en “KlasVReg.txt”. Tydens die loop van “RegsReels.nb” lees Mathematica die toepaslike konfigurasië se koëffisiënte van die wetlike beperkings uit die geassosieerde tekslêer in.

5.12 Numeriese voorbeelde

In hierdie afdeling word numeriese waardes verskaf vir die grense van die toelaatbare gebied vir die b - en bs -konfigurasië by ’n massa wat 500 kilogram minder is as die apeksmassa van die onderskeie voertuie. Die voorbeelde demonstreer die uitvoerbaarheid van die berekening van apekspunte en die vorm van die toelaatbare ruimte op grond van die diskriminerende vermoë van die aktiewe beperkings. Daar word grafies aangetoon dat die toelaatbare gebied by ’n gegewe massa ’n apeksrandpunt bevat.

Numeriese voorbeeld: b -konfigurasië-voertuig

Vir ’n b -konfigurasië-voertuig met parameters soos dié in (4.29); steunkragte soos dié in (4.30) en wetlike beperkings soos dié in Tabel 3-3, is die apeksrandpunte

$$\mathcal{L} \cap \mathbb{G}^* = \{({}^b m = 14188, {}^b x = 0, {}^b y = 0.802664)\}.$$

Interessantheidshalwe toon ’n by-resultaat aan dat die apeks gevorm is deur beperkings $\{2, 7\} \in \mathcal{I}$, wat geassosieer is met Regulasie 238 btL en Regulasie 239(1)(a)(iii)bd. (Sien Tabel 3-3). Die by-resultate is tydens ontwikkeling van die model gebruik om die resultate te verifieer.

³Onderhoud van die wetlike beperkings kan nodig wees om vir wetswysigings voorsiening te maak.

Vir die doeleindes van hierdie voorbeeld is die massa van 'n denkbeeldige vrag arbitrêr gestel as 'n massa van 500 kilogram minder as die apeksmassa. Met die apeksmassa bekend as $m^* = 14188$, is die massa van die denkbeeldige vrag $m = m^* - 500 = 13688$. (Vir 'n werklike vrag is die vragmassa m bekend en word dit net met die apeksmassa vergelyk om te verseker dat $m < m^*$, voor daar na aktiewe beperkings gesoek kan word.)

Inligting van aktiewe beperkings by 'n vragmassa $m = 13688$, is in Tabel 5-1 vervat. Die eerste deel van die tabel toon die indekse van die aktiewe beperkings, die laspuntverwante regulasies waaruit die beperkings voortspruit en die ongelykhede wat die toelaatbare ruimte vorm. Die randvergelykings van elke beperking se kleur word benoem soos wat dit in die grafiese voorstelling van die toelaatbare gebied in die tweede deel van die tabel gesien kan word. Die grafiese voorstelling van die toelaatbare gebied aan die linkerkant toon die relatiewe grootte en ligging van die toelaatbare gebied tot die volledige vragarea aan. Aan die regterkant kan 'n vergrote beeld van die toelaatbare gebied gesien word, met die ligging van die apeksrandpunt aangedui as 'n rooi skyf.

Numeriese voorbeeld: bs -konfigurasiervoertuig

Vir 'n bs -konfigurasiervoertuig met parameters soos die in (4.4.2); steunkragte soos die in (4.44) en wetlike beperkings soos die in Tabel 3-4, is die apeksrandpunte

$$\mathcal{L} \cap \mathbb{G}^* = \{ ({}^b m = 14188., {}^b y = 0.802664, {}^s y = 4.0374, {}^{bs} m = 35683.1), \quad (5.35)$$

$$({}^b m = 13263.1, {}^b y = 0.858637, {}^s y = 4.20499, {}^{bs} m = 35683.1) \} \quad (5.36)$$

Die by-resultaat toon aan dat die apeks gevorm is deur beperkings met indekse

$$\{1, 12, 14, 33\} \in \mathcal{I} \text{ en } \{1, 13, 14, 33\} \in \mathcal{I}$$

onderskeidelik. Die geassosieerde regulasies is $\{238btL, 239(1)(a)(iii)bd, 239(1)(a)(ii)sa, 241(1)bdsa\}$ en $\{238btL, 239(1)(a)(ii)sv, 239(1)(a)(ii)sa, 241(1)bdsa\}$.

Soos in die vorige voorbeeld word die massa van 'n denkbeeldige vrag gestel as 'n vrag met 'n massa van 500 kilogram minder as die apeksmassa. In hierdie geval is die apeksmassa die totale massa wat aanboord die vastebak-voertuig en die sleepwa gelaai gaan word. Die vastebak-voertuig se vragmassa word ook arbitrêr gestel as 250 kilogram minder as sy massa in 'n apeksrandpunt. Die 250 kilogram is deel van die 500 kilogram wat die totale vragmassa minder is as die apeksmassa.

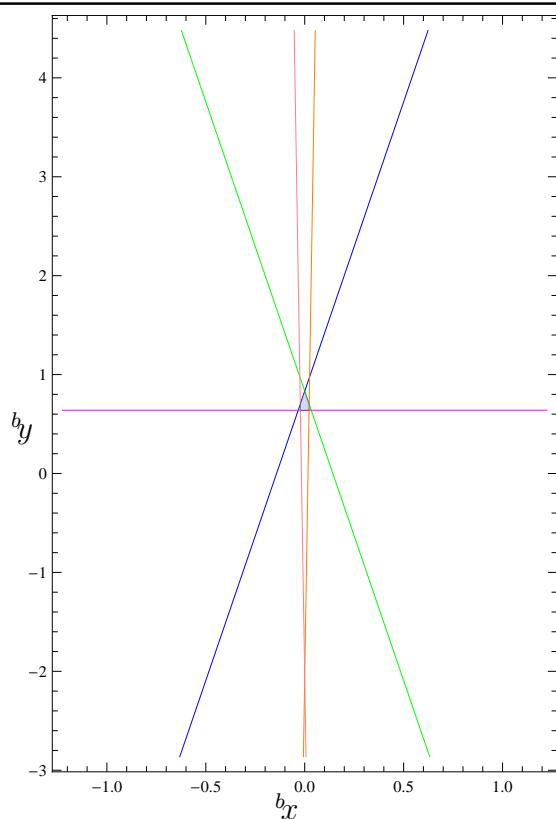
Inligting van die aktiewe beperkings by vragmassas ${}^{bs} m = {}^{bs} m^* - 500 = 35183$ en ${}^b m = {}^b m^* - 250 = 13938$ is in Tabel 5-2 vervat. In die eerste gedeelte van die tabel word die indekse van die aktiewe beperkings-, die laspuntverwante regulasies waaruit die beperkings voortspruit, en die ongelykhede wat die toelaatbare ruimte vorm, aangetoon. In teenstelling met die vorige numeriese voorbeeld is dit nie moontlik om die randvergelykings van al die beperkings in 'n enkele grafiese voorstelling te vertoon nie, aangesien die beperkings 'n vierdimensionele ruimte beperk. Dit is wel moontlik om 'n

versameling van punte in die vierdimensionele ruimte aan die beperkings te onderwerp en die vierdimensionele punte wat al die beperkings bevredig te selekteer vir grafiese voorstelling in twee afsonderlike tweedimensionele voorstellings. In die tweede deel van die tabel kan sulke tweedimensionele voorstellings gesien word waar die diskrimenerende effek van die aktiewe beperkings gesien kan word as die byna reguitlyne waarin die geselekteerde punte op die rande lê. Die apeksrandpunt wat gebruik is om die massa van die vrag te bepaal, kan gesien word as die rooi skyf in die toelaatbare gebied.

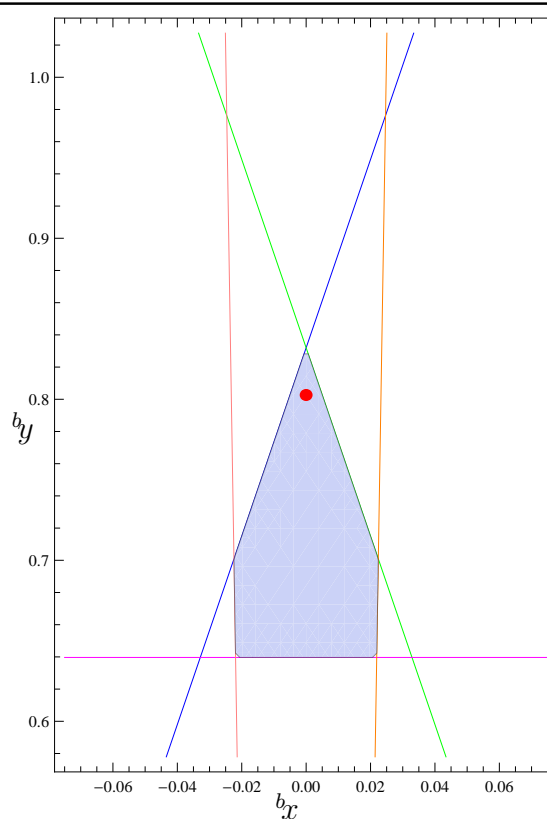
5.13 Samevatting

In hierdie Hoofstuk is konsepte bekendgestel in terme waarvan die bepaling van die toelaatbare gebied en sy apeks bespreek kan word. 'n Metode is voorgestel waarmee die apeksmassa van die toelaatbare gebied van al die konfigurasies onder beskouing bepaal kan word en die suksesvolle aanwending daarvan is aangetoon in twee numeriese voorbeelde. 'n Metode is ook voorgestel waarmee die aktiewe beperkings vir 'n bepaalde voertuig met 'n vragmassa wat bekend is, bepaal kan word vir aanwending in rangskikkingsprobleme. Die suksesvolle bepaling van aktiewe beperkings is aangetoon in twee numeriese voorbeelde.

$i \in \mathcal{A}$	Regulasie	Bepanking	Lynkleur
1	"238btL"	$-74599.6 \ b_x + 12752.1 \ b_y \leq 10609.5$	—
2	"238btR"	$74599.6 \ b_x + 12752.1 \ b_y \leq 10609.5$	—
7	"239(1)(a)(iii)bd"	$-25504.1 \ b_y \leq -16314.$	—
17	"242(a)(i)bt"	$156659. \ b_x - 1275.21 \ b_y \leq 2617.8$	—
18	"242(a)(i)bt"	$-156659. \ b_x - 1275.21 \ b_y \leq 2617.8$	—



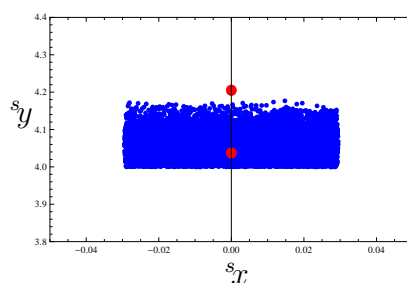
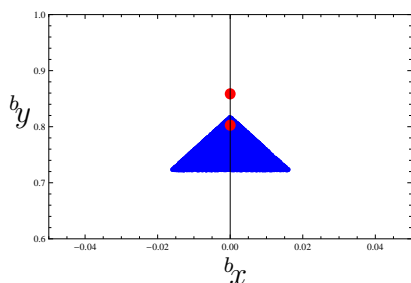
(a)



(b)

Tabel 5-1: Aktiewe beperkings en toelaatbare gebied van 'n b -konfigurasie-voertuig by massa $m = 13688$, (a) op die totale laairuimte en (b) in 'n vergrote beeld met die apeksrandpunt as die rooi skyf.

$i \in \mathcal{A}$	Regulasie	Beperking
1	"238btL"	$-75962.1 \ ^b x + 12985. \ ^b y \leq 10609.5$
2	"238btR"	$75962.1 \ ^b x + 12985. \ ^b y \leq 10609.5$
12	"239(1)(a)(iii)bd"	$-25969.9 \ ^b y \leq -18766.5$
14	"239(1)(a)(ii)sa"	$-25730.2 \ ^s y \leq -102653.$
34	"241(1)bdsV"	$-25969.9 \ ^b y + 25730.2 \ ^s y \leq 86338.8$
40	"242(a)(i)sv"	$243150. \ ^s x - 1286.51 \ ^s y \leq 1945.81$
41	"242(a)(i)sv"	$-243150. \ ^s x - 1286.51 \ ^s y \leq 1945.81$
42	"242(a)(i)sa"	$243150. \ ^s x + 1286.51 \ ^s y \leq 12398.9$
43	"242(a)(i)sa"	$-243150. \ ^s x + 1286.51 \ ^s y \leq 12398.9$



Tabel 5-2: Aktiewe beperkings en punte in die geassosieerde toelaatbare gebied van 'n bs -konfigurasie-voertuig by vragmassas $^{bs}m = 35183$ en $^b m = 13688$ in vergroete beelde van die afsonderlike laairuimtes. Apeksrandpunte word as rooi skywe vertoon.

Hoofstuk 6

Vragrangskikking

6.1 Inleiding

'n Vragrangskikkingsprobleem ontstaan wanneer losstaande vrageenhede aanboord 'n spesifieke voertuig gelaai moet word, en daar rangskikkings daarvan bestaan wat wetlik ontoelaatbare wiellaste meebring.

In Hoofstuk 5 is aangetoon dat daar toelaatbare ruimtes bestaan vir die massamiddelpunte van vragte aanboord voertuie. Die grense van die toelaatbare ruimte by spesifieke vragmassas kan bepaal word om beperkings vir die posisie van vragmassamiddelpunte te vorm. Hierdie beperkings dien as inset in die oplos van vragrangskikkingsprobleme.

Die oplossing van 'n vragrangskikkingsprobleem kan as 'n tweeledige proses gesien word. Eerstens moet die beperkings op die posisie van die massamiddelpunt bepaal word (sien Hoofstuk 5). Tweedens moet 'n rangskikking van die vrageenhede plaasvind, wat 'n massamiddelpunt meebring wat die eersgenoemde beperkings bevredig.

Vragrangskikkingsprobleme is spesifiek tot die aard van die vrag en die vragarea van die voertuig. Byvoorbeeld, die vragrangskikkingsprobleme sal verskil as die vrag amorfe granietblokke is wat gelaai moet word op 'n leunwa, teenoor kubies gevormde granietblokke op dieselfde leunwa, teenoor vrag op palette op 'n leunwa, teenoor bouglas-pakke in pakgleuwe aanboord 'n doelgeboude leunwa. In elkeen van die genoemde gevalle is daar verskille in die fisiese vorm van die vrag, die mate waarin die vrag die vragarea bedek, die eksentrisiteit van die massamiddelpunte van die vrageenhede en die vryhede wat bestaan in die onderlinge uitruil en skuif van vragposisies om toelaatbare vragrangskikkings te vind. Oplossingsmetodes behoort voorsiening te maak vir die spesifieke gevalle.

Lineêre programmeringsbenaderings vir die oplossing van enkele vragrangskikkingsprobleme is in hierdie werk ontwikkel, met die hoofdoel om die nut van die beperkings op die massamiddelpunt te demonstreer. Die geselekteerde vragrangskikkingsprobleme is gekies om op 'n progressiewe wyse beperkings op vryhede in vragrangskikking bekend te stel. Die voorgestelde oplossings is lineêre programme wat die rangskikkings van vrageenhede vir voertuie met bekende parameters, uit die konfigurasies in Tabel 3-2, uitvoer.

Die voorgestelde lineêre programme gebruik beperkings van dieselfde vorm vir die vrag se massamiddelpunt, maar beperkings van verskillende vorms vir die toekenning van posisies aan vrageenhede. Die verskil in wyse van posisie-toekenning of ruimtelike rangskikking berus op bepaalde vryhede wat bestaan in die verskillende rangskikkingsprobleme. Die vryhede en die beperkings daarop, in die verskillende rangskikkingsprobleme, word elkeen in algemene terme beskryf en in terme van wiskundige ongelykhede voorgestel en verduidelik. Hierdie ongelykhede word aan die einde van die afdeling waarin dit bekend gestel word, opgeneem in numeriese voorbeelde wat die aanwending demonstreer.

Die numeriese voorbeelde wat uitgevoer word vir die rangskikkingsprobleme, word toegepas op 'n enkel-vragarea-voertuig. 'n Bykomende numeriese voorbeeld word uitgevoer op 'n dubbel-vragarea-voertuig om die algemene verskille in die struktuur van die lineêre programme tussen enkel- en dubbel-vragarea-voertuie aan te toon.

6.2 Vragrangskikkingsprobleme

Die algemene vragrangskikkingsprobleme waarvoor LP-oplossings aangebied word, is:

VRP I Rangskikking van 'n enkele vrageenheid met 'n eksentriese massamiddelpunt en 'n bepaalde oriëntasie, waarvan die basis¹ nie die totale vragarea vul nie.

VRP II Rangskikking van 'n enkele vrageenheid met 'n eksentriese massamiddelpunt, maar sonder 'n bepaalde oriëntasie waarvan die basis nie die totale vragarea vul nie.

VRP III Rangskikking van veelvuldige vrageenhede met eksentriese massamiddelpunte, sonder bepaalde oriëntasies, waarvan die basisse die totale vragarea vul.

VRP IV Rangskikking van palette met elkeen se massamiddelpunt in sy eie geometriese middelpunt, waarvan die basisse die totale vragarea vul.

In VRP I kan die vrageenheid deur 'n kontinue tweedimensionele ruimte van vragposisies geskuif word om 'n toelaatbare vragmassamiddelpunt te vind waarin geeneen van die vrageenheid se hoeke buite die vragarea se rande val nie. Hierdie rangskikkingsprobleem sal tipies teëgekomp word by die vervoer van groot asimmetriese masjinerie of siviele konstruksie-elemente gemonteer op reghoekige basisse, met vasgestelde voorkante en bokante, wat op die vragarea pas met oop ruimte voor, agter, links en regs daarvan.

In VRP II is daar 'n bykomende vryheid, deurdat die vrageenheid ook geroteer mag word. Indien een of meer van die hoeke van die vrageenheid oor die vragarea se rande steek in 'n bepaalde oriëntasie, kan die vrageenheid geroteer word sodat byvoorbeeld die oorspronklike linkerkant na agter wys en die vrageenheid in die tweedimensionele ruimte tot in 'n toelaatbare posisie geskuif kan word. Hierdie probleem sal tipies ook teëgekomp word by die vervoer van swaar masjinerie of siviele konstruksie-elemente, waar die vrageenheid in sy oorspronklike oriëntasie oor die breedte van die vragarea steek, maar tog pas wanneer dit geroteer word en daar geen voorkeur is op die rigting wat na voor moet wys nie.

¹Die basis van 'n vrageenheid word beskou as die tweedimensionele ruimte op die voertuig se vragarea wat deur 'n vrageenheid gevul word.

In VRP III vul die vrageenhede die vragarea en kan verandering in die vragmassamiddelpunt slegs bewerkstellig word deur veranderings in die volgorde (van voor na agter) van die vrageenhede op die vragarea (soos moontlik deur onderlinge posisie ruilings), en rotasies van die vrageenhede. Daar kan veronderstel word dat die vragarea-dimensies aan die vragbeplanners bekend is en die basisse van die vrageenhede volgens beplanning die vragarea vul. Hierdie probleem is ook die probleem wat gedeeltelik deur [8, Davies en Bischoff] aangespreek is. Dit kom voor wanneer 'n relatiewe groot versameling van nie-homogene pakette in “ewewydige mure” gepak word op die voertuig se vragarea, waarvan elke “ewewydige muur” ’n eksentriese massamiddelpunt mag hê, weens die verskeidenheid van pakket-groottes en -massas waaruit dit bestaan. In hierdie geval is dit moontlik om “ewewydige mure” te laat posisies ruil, maar ook om die massamiddelpunt van enige “ewewydige muur” te verander deur verskillende rotasies en spieëlbeelde te herpak.

In VRP IV kan vrageenhede slegs in voorafbepaalde posisies geplaas word en onderling geruil word, ten einde ’n toelaatbare vragmassamiddelpunt te vind. Hierdie probleem word tipies teëgekomp by die vervoer van paletvrag waar die palette die vragarea vul en die verandering in posisie van een palet, die verandering in posisie van ’n ander palet impliseer en ’n reeks van sulke ruilings benodig word om vanaf ’n ontoelaatbare rangskikking ’n toelaatbare rangskikking te vind. Die bouglas-probleem wat deur Brits en Conradie [5] bestudeer is, kan moontlik as ’n VRP IV-probleem beskou word.

6.3 Vragmassamiddelpunt-beperkings en die doelfunksie

Wanneer LP-formulerings aangewend word om wetlik toelaatbare rangskikkings te soek, is die doel om afwykings van die vragmassamiddelpunt-beperkings te minimeer tot die vlak waar die afwykings nul is, alvorens ’n rangskikking as wetlik toelaatbaar aanvaar kan word. As ’n LP se oplossing dus ’n rangskikking lewer met ’n doelfunksiewaarde $z > 0$, is daar geen wetlik toelaatbare rangskikking vir daardie voertuig- en vragkombinasie nie. Om die doelfunksie te skep word ’n wysiging aan die beperkings op die massamiddelpunt uit §5.6 genoodsaak.

In §5.6 is aangetoon hoe die aktiewe beperkings geïdentifiseer kan word, ten einde in ’n LP te dien as beperkings van die vorm

$$\underline{a}'_i[x, y]^T \leq \mathbf{b}'_i \quad \forall i \in \mathcal{A}. \quad (6.1)$$

As die doel van ’n lineêre program is om ’n rangskikking te verkry wat die verbreking van beperkings op die posisie van die massamiddelpunt minimeer, is dit nodig om besluitnemingsveranderlikes ε_i in te voer, wat die mate van afwyking in elke beperking i , $i \in \mathcal{A}$ voorstel. Dit verg dat (6.1) gewysig word na

$$\underline{a}'_i[x, y]^T - \varepsilon_i \leq \mathbf{b}'_i \quad \forall i \in \mathcal{A}, \quad (6.2)$$

om die terme van die verlangde doelfunksie

$$\min(z) = \sum_{i \in \mathcal{A}} \varepsilon_i \quad (6.3)$$

te vorm.

6.4 Massamiddelpunt-koppeling-beperkings

Siende dat 'n vragmassamiddelpunt die massamiddelpunt is van die vrageenhede waaruit dit opgemaak is se massamiddelpunte, word die koördinate van die vragmassamiddelpunt $\{x, y\}$ bereken uit die koördinate van vrageenhede se massamiddelpunte. Laat 'n vrag uit n vrageenhede bestaan. Laat $(c_x i, c_y i)$ die koördinate wees van die massamiddelpunt van Vrageenheid i , waar $i \leq n$ en m_i dieselfde vrageenheid se massa is. Dan is die totale massa van die vrageenhede

$$m = \sum_{i=1}^n m_i \quad (6.4)$$

en die koördinate van die vragmassamiddelpunt

$$(x, y) = \left(\frac{\sum_{i=1}^n c_x i m_i}{m}, \frac{\sum_{i=1}^n c_y i m_i}{m} \right). \quad (6.5)$$

6.5 Grondliggende rangskikkingsaannames

Alle lineêre programme wat voorgestel word, veronderstel die bestaan van die volgende grondliggende rangskikkingsaannames aangaande die posisionering van vrageenhede:

GRA 1 Die vragarea is reghoekig en volledig beskikbaar vir die laai van vrageenhede sonder enige uitgeslote gebied.

GRA 2 Alle vrageenhede het 'n reghoekige buitelyn of basis.

GRA 3 Die oriëntasie van vrageenhede is altyd sodanig dat die sye van die vrageenhede parallel is aan die sye van die vragarea.

GRA 4 Geen stapeling van vrageenhede word toegelaat nie.

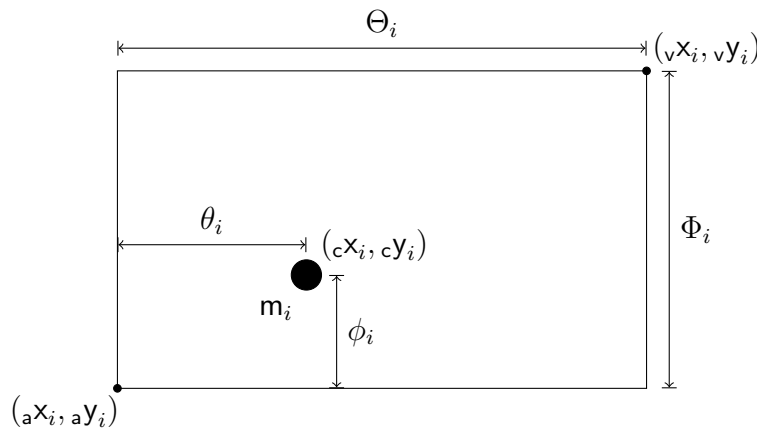
GRA 5 Die vragarea sluit alle gelaaide vrageenhede volledig in en geen rand van 'n vrageenheid steek oor die rand van die vragarea nie.

GRA 6 Die basis van elke vrageenheid is onveranderbaar en onsnybaar deur die basis van 'n ander vrageenheid.

Hierdie rangskikkingsaannames maak dit moontlik om diskrete rotasies en ekstreme posisies vir die hoeke van vrageenhede te definieer. Dit is nodig om hierdie rangskikkingsaannames in die formulering van die LP's van VRP I tot III te spesifiseer, omdat in elkeen van hierdie tipes probleme die moontlikheid bestaan dat daar óf hoeke van 'n vrageenheid oor die rande van die vragarea kan steek, óf die basis van 'n vrageenheid met die basis van 'n ander vrageenheid kan oorvleuel, as dit nie deur 'n beperking verbied word nie. Hierdie moontlikhede bestaan nie in VRP IV nie, want die vragposisies is vooraf vasgestel en daar kan veronderstel word dat die grondliggende rangskikkingsaannames in ag geneem is by die vastelling van die kandidaatvragposisies.

6.6 Koördinate van 'n vrageenheid

Die tweedimensionele basis van elke vrageenheid moet in terme van GRA 5 volledig binne die vragarea ingesluit word, en in terme van GRA 6 mag geen hoeke van 'n vrageenheid binne die basis van 'n ander vrageenheid insteek nie. Daar moet dus verwysingspunte op elke vrageenheid gedefinieer word wat kan dien as besluitnemingsveranderlikes vir 'n lineêre program wat die grondliggende rangskikkingsaannames deur toepaslike beperkings afdwing. Verder moet die ligging van die massamiddelpunt van 'n vrageenheid se posisie ook in terme van die vrageenheid se ruimtelike ligging bepaal kan word.



Figuur 6.1: Ruimtelike afmetings van 'n vrageenheid in die verstek-oriëntasie

Enige twee diagonaal teenoorstaande hoeke van 'n reghoekige vrageenheid beskryf die ruimte wat daardeur opgeneem word eenduidig, en enige hoek kan dien as 'n verwysingspunt vir alle posisies wat betrekking het op die vrageenheid. Die linkeragterhoek en 'n regtervoorhoek word gekies om die vrageenheid se ruimte te beskryf. Die linkeragterhoek word aangewys as die verwysingspunt van regtervoorhoek- en vrageenheid-massamiddelpunt-posisies. Die betekenis van links/regs- en voor/agter-beskrywings word geërf van die ooreenkomstige sye van die voertuig waarop die vrageenheid gelaai word. Die koördinate van die linkeragterhoek en regtervoorhoek van Vrageenheid i , $i \leq n$ is (aX_i, aY_i) en (vX_i, vY_i) onderskeidelik.

Beskou die grafiese voorstelling van Vrageenheid i en sy afmetings in die verstek-oriëntasie² in Figuur 6.1. Hierin het Vrageenheid i 'n breedte van Θ_i , soos gemeet van links na regs, en 'n lengte van Φ_i , soos gemeet van agter na voor. Die massamiddelpunt van Vrageenheid i word ook gestel in terme van die verstek-oriëntasie. Die massamiddelpunt is 'n afstand van θ_i vanaf die linkersy van die vrageenheid en ϕ_i vanaf die agterkant van die vrageenheid. In die verstek-oriëntasie is die regtervoorhoek en die massamiddelpunt se koördinate onderskeidelik

$$({}_v x_i, {}_v y_i) = ({}_a x_i + \Theta_i, {}_a y_i + \Phi_i) \quad (6.6)$$

en

$$({}_c x_i, {}_c y_i) = ({}_a x_i + \theta_i, {}_a y_i + \phi_i). \quad (6.7)$$

Die parameters wat met elke Vrageenheid i , $i \leq n$ geassosieer word, is $\{\Phi_i, \Theta_i, \phi_i, \theta_i\}$ en besluitnemingsveranderlikes wat daarop betrekking sal hê, is $\{({}_a x_i, {}_a y_i), ({}_v x_i, {}_v y_i), ({}_c x_i, {}_c y_i)\}$.

6.7 Vragarea-omsluiting

Die voorskrif in GRA 5 bepaal dat alle vrageenhede volledig binne die vragarea moet pas, oftewel volledig deur die vragarea se sye omsluit moet word. Dus moet alle punte wat deel is van 'n vrageenheid, die hoeke daarvan ingesluit, se koördinate kleiner wees as die maksimum sy-koördinate en groter wees as die minimum sy-koördinate van die vragarea. Die voorskrif in GRA 3, dat die sye van alle vrageenhede parallel bly aan die sye van die vragarea, bring mee dat dit slegs nodig is om twee teenoorstaande hoeke binne die vragarea se afmetings te hou, om te verseker dat al die hoeke tussen die sye bly. Vir elke Vrageenheid i , $i \leq n$, is daardie hoeke se koördinate $\{({}_a x_i, {}_a y_i), ({}_v x_i, {}_v y_i)\}$, wat die stel beperkings

$$\left. \begin{array}{l} {}_a x_i \geq -\frac{\Omega}{2} \quad i \leq n, \\ {}_v x_i \geq -\frac{\Omega}{2} \quad i \leq n, \\ {}_a y_i \geq \zeta - \Lambda \quad i \leq n, \\ {}_v y_i \geq \zeta - \Lambda \quad i \leq n, \\ {}_v x_i \leq \frac{\Omega}{2} \quad i \leq n, \\ {}_a x_i \leq \frac{\Omega}{2} \quad i \leq n, \\ {}_v y_i \leq \zeta - \Lambda + \lambda \quad i \leq n, \\ {}_a y_i \leq \zeta - \Lambda + \lambda \quad i \leq n, \end{array} \right\} \quad (6.8)$$

²Verstek-oriëntasie verwys na die oriëntasie waarin 'n vrageenheid aan 'n probleem bekend gestel word.

moet gehoorsaam. Hierdie beperkings geld vir alle voertuie behalwe vir 'n skakelwa³ in die hkl -konfigurasie. Vir 'n skakelwa se hoeke, $\{(a x_i, a y_i), (v x_i, v y_i), i \leq k n\}$, is die omsluitingsbeperkings

$$\left. \begin{aligned} {}^k a x_i &\geq -\frac{{}^k \Omega}{2} & i &\leq {}^k n, \\ {}^k v x_i &\geq -\frac{{}^k \Omega}{2} & i &\leq {}^k n, \\ {}^k a y_i &\geq \zeta - {}^k \lambda & i &\leq {}^k n, \\ {}^k v y_i &\geq \zeta - {}^k \lambda & i &\leq {}^k n, \\ {}^k v x_i &\leq \frac{{}^k \Omega}{2} & i &\leq {}^k n, \\ {}^k a x_i &\leq \frac{{}^k \Omega}{2} & i &\leq {}^k n, \\ {}^k v y_i &\leq \zeta & i &\leq {}^k n, \\ {}^k a y_i &\leq \zeta & i &\leq {}^k n. \end{aligned} \right\} \quad (6.9)$$

Beide hoeke van elke vragteenheid moet tussen al die sye beperk word weens die rotasievryheid wat mag bestaan.

6.8 LP-formulering vir VRP I

In hierdie afdeling word die algemene beperkings wat uit §6.3 tot §6.7 voortspruit, spesifiek gemaak tot die hl -konfigurasie. Die hl -konfigurasie is arbitrêr gekies vir demonstrasie van die van LP wat vragangskikking verrig.

Beskou die geval waar slegs een onroteerbare vragteenheid aanboord 'n hl -konfigurasievoertuig gelaai moet word. Die inligting met betrekking tot

1. die vragteenheid se parameters $\{{}^l \Phi, {}^l \Theta, {}^l \phi, \theta, {}^l m\}$,
2. die posisie van die vragarea se sye $\{{}^l \Omega, {}^l \zeta, {}^l \Lambda, {}^l \lambda\}$ en
3. die massamiddelpunt-beperkings se tegniese koëffisiënte en regterkantwaardes $\{(a'_i, b'_i) : i \in \mathcal{A}\}$,

is bekend en dien as toevoer tot die VRP I-LP wat die rangskikking uitvoer.

VRP I-LP:

$$\min(z) = \sum_{i \in \mathcal{A}} \varepsilon_i. \quad (6.10)$$

³n Skakelwa verskil van ander voertuie wat die dimensionele parameters se aaneenskakeling betref. In 'n vergelyking van Figuur 4.6 met enige een van die ander vragarea-uitlegte, byvoorbeeld Figuur 4.5, kan gesien word dat die agterkant van die vragarea van 'n skakelwa op 'n afstand van $\zeta - \lambda$ agter die voorkant daarvan geleë is, terwyl in die geval van die ander vragarea-uitlegte, die afstand $\zeta - \Lambda$, is.

onderhewig aan

$$\underline{a}'_i [{}^l x, {}^l y]^T - \varepsilon_i \leq \mathbf{b}'_i \quad \forall i \in \mathcal{A} \quad (6.11)$$

$${}^l x = {}^l_c x \quad (6.12)$$

$${}^l y = {}^l_c y \quad (6.13)$$

$${}^l_v x = {}^l_a x + {}^l \Theta \quad (6.14)$$

$${}^l_v y = {}^l_a y + {}^l \Phi \quad (6.15)$$

$${}^l_c x = {}^l_a x + {}^l \theta \quad (6.16)$$

$${}^l_c y = {}^l_a y + {}^l \phi \quad (6.17)$$

$${}^l_a x \geq -\frac{{}^l \Omega}{2} \quad (6.18)$$

$${}^l_v x \geq -\frac{{}^l \Omega}{2} \quad (6.19)$$

$${}^l_a y \geq {}^l \zeta - {}^l \Lambda \quad (6.20)$$

$${}^l_v y \geq {}^l \zeta - {}^l \Lambda \quad (6.21)$$

$${}^l_v x \leq \frac{{}^l \Omega}{2} \quad (6.22)$$

$${}^l_a x \leq \frac{{}^l \Omega}{2} \quad (6.23)$$

$${}^l_v y \leq {}^l \zeta - {}^l \Lambda + {}^l \lambda \quad (6.24)$$

$${}^l_a y \leq {}^l \zeta - {}^l \Lambda + {}^l \lambda \quad (6.25)$$

Die afvoer wat uit die oplossing van die VRP I-LP verkry word, is

1. die waarde van die doelfunksiewaarde z en die afwykingsveranderlikes ε_i , $i \in \mathcal{A}$,
2. die koördinate van die vragmassamiddelpunt (${}^l x$, ${}^l y$) en
3. ten opsigte van die vraageenheid die
 - (a) massamiddelpunt se koördinate (${}^l_c x$, ${}^l_c y$),
 - (b) linkeragterhoek se koördinate (${}^l_a x$, ${}^l_a y$) en
 - (c) regtervoorhoek se koördinate (${}^l_v x$, ${}^l_v y$).

Om die aanwending van die LP te demonstreer, volg 'n numeriese voorbeeld hieronder.

6.8.1 Numeriese voorbeeld

Toevoer tot die LP

'n Vraageenheid met parameters

$$\{{}^l \Phi = 13, {}^l \Theta = 2.1, {}^l \phi = 7.08, {}^l \theta = 0.9, {}^l m = 32044.5\}$$

moet aanboord 'n bepaalde leunwa in 'n *hl*-konfigurasiervoertuig gelaai word. Die eerste vier parameters word benut in Beperkings (6.14) tot (6.24) terwyl die massaparameter aangewend word in die vasstelling van die aktiewe beperkings.

Die parameters van die voertuig is, soos in (4.4.3)⁴, die versameling

$$\begin{aligned} {}^{hl}\mathcal{P} = \{ & {}^l\zeta = 11.35, {}^l\Lambda = 14.2, {}^l\lambda = 14.2, {}^l\Omega = 2.45, \\ & {}^h\kappa = 0.4, {}^h\omega = 1.8, {}^h\delta = 3.885, {}^l\delta = 10, {}^l\omega = 1.8, {}^h\Omega = 2.45, \\ & {}^{hd}T = 3940, {}^{ht}T = 5770, {}^{lp}T = 1680, {}^{la}T = 5240\}. \end{aligned} \quad (6.26)$$

Die eerste vier parameters word regstreeks in Beperkings (6.18) to (6.25) aangewend terwyl die res van die parameters benut word in die bepaling van die voertuig se apeksmassa en die aktiewe beperkings.

Met die voertuig-konfigurasië en parameter-inligting word die apeksmassa bepaal met behulp van Algoritme 1. Die resultaat van die algoritme is die versameling apekspunte

$$\mathcal{L} \cap \mathbb{G}^* = \{({}^l m = 32544.5, {}^l x = 0, {}^l y = 4.28675), ({}^l m = 32544.5, {}^l x = 0, {}^l y = 4.23559)\},$$

waaruit volg dat ${}^l m^* = 32544.5$.

Die toets ${}^l m = 32044.5 < 32544.5 = {}^l m^*$, dui daarop dat die vraag se massa binne die voertuig se dra vermoë val.

Die aktiewe beperkings vir hierdie voertuig by 'n vraagmassa $m = 32044.5$, word verkry met behulp van Algoritme 2. Die resultaat van die algoritme is die versameling van indekse van die aktiewe beperkings

$$\mathcal{A} = \{7, 22, 30, 31\}.$$

Die beperkings kan volgens die indekse in \mathcal{A} , uit Tabel 3-6 onttrek word en na invervanging van uitdrukkings vir kragte volgens (4.56) en $m = 32044.5$, vereenvoudig word tot die versameling van beperkings

$$\left\{ \begin{array}{l} 31435.7 {}^l y \leq 136859, \\ 31435.7 {}^l y \geq 130321, \\ 366749. {}^l x + 1571.78 {}^l y \leq 18288, \\ -366749. {}^l x + 1571.78 {}^l y \leq 18288, \end{array} \right\} \equiv \begin{bmatrix} 0 & 31435.7 \\ 0 & -31435.7 \\ 366749 & 1571.78 \\ -366749 & 1571.78 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^l x \\ {}^l y \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 136859 \\ -130321 \\ 18288 \\ 18288 \end{bmatrix}. \quad (6.27)$$

Dus is die toevoer tot (6.11)

$$\begin{bmatrix} \underline{a}'_7 \\ \underline{a}'_{22} \\ \underline{a}'_{30} \\ \underline{a}'_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 31435.7 \\ 0 & -31435.7 \\ 366749 & 1571.78 \\ -366749 & 1571.78 \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

⁴Die voertuig wat vir vier van die voorbeelde in hierdie hoofstuk gebruik word, het dieselfde parameters as die *hl*-konfigurasië-voertuig wat gebruik is in die numeriese voorbeeld in §4.4.3, waar die berekening van laste gedemonstreer word. Die massa van die vraag wat in hierdie voorbeeld gebruik word, is 500 kilogram minder as die apeksmassa van die spesifieke voertuig. Dieselfde massa word vir al die ander voorbeelde gebruik wat tot gevolg het dat die aktiewe beperkings dieselfde bly tussen die verskillende voorbeelde.

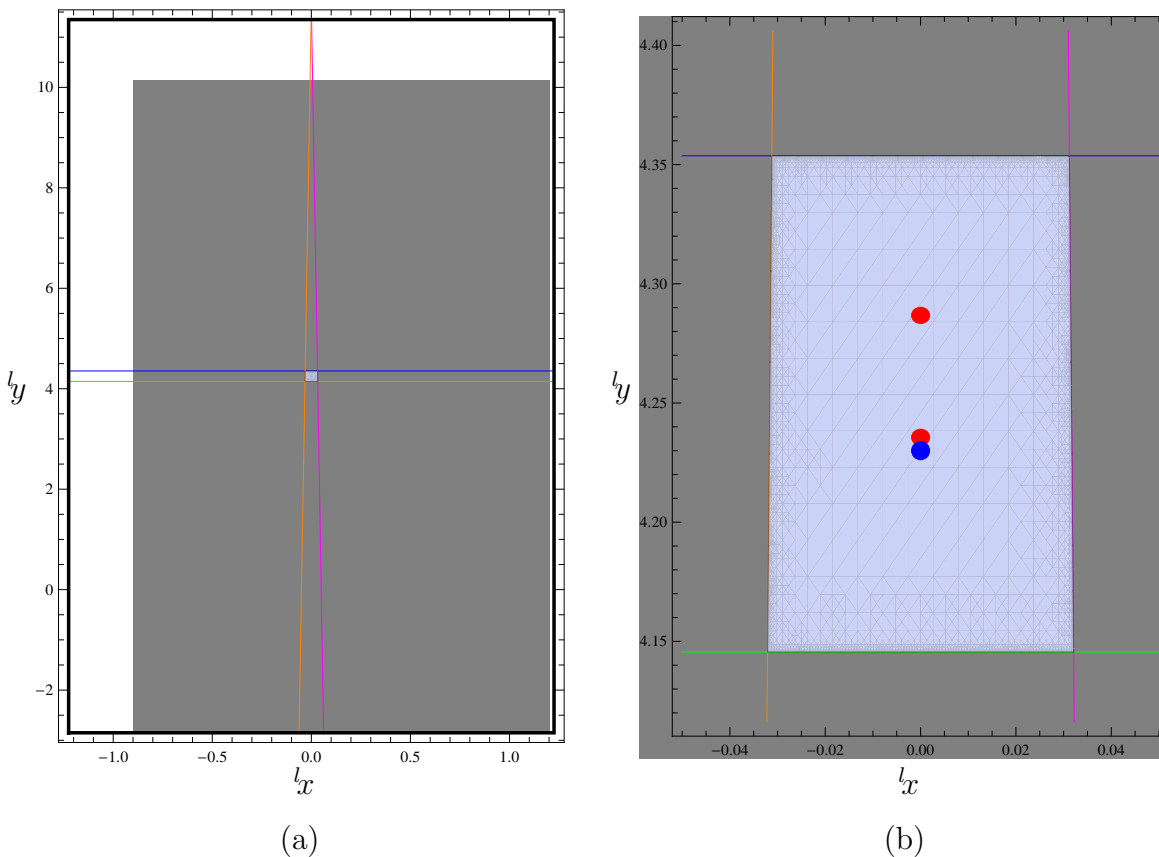
en

$$\begin{bmatrix} b'_7 \\ b'_{22} \\ b'_{30} \\ b'_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 136859 \\ -130321 \\ 18288 \\ 18288 \end{bmatrix}. \quad (6.29)$$

Afvoer uit die LP

Oplossing van die LP lewer

$$\{z = 0, \{\varepsilon_i = 0, i \in \mathcal{A}\}, {}^l_a x = -0.9, {}^l_a y = -2.85, {}^l_v x = 1.2, {}^l_v y = 10.15, {}^l_c x = 0, {}^l_c y = 4.23\}.$$



Figuur 6.2: Grafiese voorstelling van die oplossing van die plasing van 'n enkele onroterbare vragstuk. Vragstuk se (a) posisie op die vragarea (b) massamiddelpunt in 'n vergroting van die toelaatbare gebied.

Hierdie oplossing word grafies voorgestel in Figuur 6.2. Die posisie van die vragteenheid (die grys reghoek) relatief tot die volledige vragarea (die wit gedeelte met die swart lyn as rand) word in die linkerkantste voorstelling getoon. In dieselfde voorstelling is

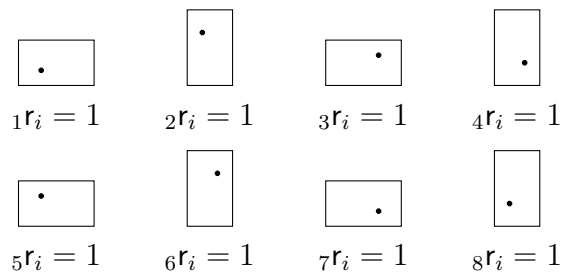
die randlyne van die beperkings op die toelaatbare gebied vir die massamiddelpunt as gekleurde lyne aangebring en die toelaatbare gebied is sigbaar as 'n ligblou geskakeerde area wat deur die gekleurde lyne omsluit is. Daar kan gesien word hoe die vragstuk na regs oorgeskuif word weens die massamiddelpunt wat in die linkerhelfte van die vragstuk geleë is ($\theta = 0.9$). Ook is die vragstuk na agter geskuif weens die massamiddelpunt wat in die voorhelfte van die vragstuk geleë is ($\phi = 7.08$). Die posisie van die massamiddelpunt van die vrageenheid word in 'n vergroting van die toelaatbare gebied aan die regterkant van Figuur 6.2 vertoon as die blou geskakeerde sirkel met die twee rooi geskakeerde sirkels wat die apeksrandpunte voorstel. Daar kan gesien word dat die massamiddelpunt goed binne die toelaatbare gebied val.

6.9 Rotasie van 'n vrageenheid

In VRP I is die oriëntasie van die vrageenheid onveranderbaar deur die LP. As die vrageenheid se verstek-oriëntasie sodanig is dat die vrageenheid geroteer moet word om op die vragarea te pas, of die geometriese middelpunt van die vragarea is nie binne die toelaatbare gebied nie, kan dit nodig wees om die vrageenheid te roteer ten einde 'n toelaatbare rangskikking te bereik. Rotasie het 'n effek op die berekening van $(\sqrt{x_i}, \sqrt{y_i})$ en $(c x_i, c y_i)$ en dit is derhalwe nodig om 'n rotasieveranderlike te definieer vir aanwending in LP's.

Laat ${}_q r_i$ die rotasieveranderlike wees wat aandui of Vragstuk i , $i \leq n$ in rotasietoestand q , $q \leq 8$ is. Laat ${}_q r_i$ 'n binêre veranderlike wees met

$${}_q r_i = \begin{cases} 1 & \text{as Vrageenheid } i \text{ in rotasietoestand } q \text{ geplaas word,} \\ 0 & \text{andersins.} \end{cases} \quad (6.30)$$



Tabel 6-1: Rotasies en geassosieerde waardes van rotasieveranderlikes

In Tabel 6-1 word die verskillende rotasies waarin 'n vrageenheid geplaas kan word met elkeen se geassosieerde waarde van ${}_q r_i$ aangetoon. Rotasie ${}_1 r_i$ is die verstekrotasie van 'n vrageenheid. Rotasie ${}_2 r_i$ word bewerkstellig deur 'n vrageenheid in Rotasie ${}_1 r_i$ deur 'n hoek van $\frac{\pi}{2}$ radiale kloksgewys te roteer, waarop Rotasies ${}_3 r_i$ en ${}_4 r_i$ op soortgelyke rotasiewyse volg. Die versameling rotasies $\{{}_1 r_i, {}_2 r_i, {}_3 r_i, {}_4 r_i\}$ is tipies rotasies van vragenhede met

vasgestelde bokante wat nie onderstebo gedraai mag word nie. Rotasies $\{5r_i, 6r_i, 7r_i, 8r_i\}$, is spieëlbeelde van die eerste versameling rotasies. Rotasies $\{5r_i, 7r_i\}$ word verkry deur $\{1r_i, 3r_i\}$ oor die voor- of agtersy onderstebo te draai. Rotasies $\{6r_i, 8r_i\}$ word verkry deur $\{2r_i, 4r_i\}$ oor die linker- of regtersy onderstebo te draai.

'n Vrageenheid mag slegs in een rotasietoestand verkeer en daarom geld vir elke Vrageenheid i , $i \leq n$,

$${}_1r_i + {}_2r_i + {}_3r_i + {}_4r_i + {}_5r_i + {}_6r_i + {}_7r_i + {}_8r_i = 1. \quad (6.31)$$

Met inagneming van die rotasie-toestand van 'n vrageenheid, is die koördinate van die regtervoorhoek bepaalbaar as

$$\left. \begin{aligned} v_x &= a_x + b_i \\ \text{waar } b_i &= ({}_1r_i + {}_3r_i + {}_5r_i + {}_7r_i) \Theta_i + ({}_2r_i + {}_4r_i + {}_6r_i + {}_8r_i) \Phi_i \\ v_y &= a_y + l_i \\ \text{waar } l_i &= ({}_1r_i + {}_3r_i + {}_5r_i + {}_7r_i) \Phi_i + ({}_2r_i + {}_4r_i + {}_6r_i + {}_8r_i) \Theta_i, \end{aligned} \right\} \quad (6.32)$$

en die koördinate van die massamiddelpunt as

$$\left. \begin{aligned} c_x &= a_x + ({}_1r_i + {}_5r_i)\theta_i + ({}_3r_i + {}_7r_i)(\Theta_i - \theta_i) + ({}_2r_i + {}_8r_i)(\phi_i) + ({}_4r_i + {}_6r_i)(\Phi_i - \phi_i) \\ c_y &= a_y + ({}_4r_i + {}_8r_i)\theta_i + ({}_2r_i + {}_6r_i)(\Theta_i - \theta_i) + ({}_1r_i + {}_7r_i)(\phi_i) + ({}_3r_i + {}_5r_i)(\Phi_i - \phi_i). \end{aligned} \right\} \quad (6.33)$$

In die geval van 'n roteerbare vrageenheid, is die parameters van elke Vrageenheid i , $i \leq n$,

$$\{\Phi_i, \Theta_i, \phi_i, \theta_i\} \quad (6.34)$$

en die besluitnemingsveranderlikes

$$\{(a_x, a_y), (v_x, v_y), (c_x, c_y), \{q_i : q \leq 8\}\} \quad (6.35)$$

6.10 LP-formulering vir VRP II

In hierdie afdeling word die algemene beperkings wat uit §6.3 tot §6.7 en §6.9 voortspruit, spesifiek gemaak tot die *hl*-konfigurasië.

Beskou die geval waar slegs een roteerbare vrageenheid aanboord 'n *hl*-konfigurasiëvoertuig gelaai moet word. Die inligting met betrekking tot

1. die vrageenheid se parameters $\{{}^l\Phi, {}^l\Theta, {}^l\phi, \theta, {}^l\mathbf{m}\}$,
2. die posisie van die vragarea se sye $\{{}^l\Omega, {}^l\zeta, {}^l\Lambda, {}^l\lambda\}$ en
3. die massamiddelpunt-beperkings se tegniese koëffisiënte en regterkantwaardes $\{({}^l a'_i, {}^l b'_i) : i \in \mathcal{A}\}$,

is bekend en dien as toevoer tot die VRP II-LP wat die rangskikking uitvoer.

VRP II-LP:

$$\min(z) = \sum_{i \in \mathcal{A}} \varepsilon_i \quad (6.36)$$

onderhewig aan

$$\underline{a}'_i [{}^l x, {}^l y]^T - \varepsilon_i \leq \underline{b}'_i \quad \forall i \in \mathcal{A} \quad (6.37)$$

$${}^l x = {}^l_c x \quad (6.38)$$

$${}^l y = {}^l_c y \quad (6.39)$$

$$1 = {}^l_1 r + {}^l_2 r + {}^l_3 r + {}^l_4 r + {}^l_5 r + {}^l_6 r + {}^l_7 r + {}^l_8 r \quad \forall i \leq {}^l n \quad (6.40)$$

$${}^l w = ({}^l_1 r + {}^l_3 r + {}^l_5 r + {}^l_7 r) {}^l \Theta + ({}^l_2 r + {}^l_4 r + {}^l_6 r + {}^l_8 r) {}^l \Phi \quad \forall i \leq {}^l n \quad (6.41)$$

$${}^l_v x = {}^l_a x + {}^l w \quad \forall i \leq {}^l n \quad (6.42)$$

$${}^l t = ({}^l_1 r + {}^l_3 r + {}^l_5 r + {}^l_7 r) {}^l \Phi + ({}^l_2 r + {}^l_4 r + {}^l_6 r + {}^l_8 r) {}^l \Theta \quad (6.43)$$

$${}^l_v y = {}^l_a y + {}^l t \quad \forall i \leq {}^l n \quad (6.44)$$

$$\begin{aligned} {}^l_c x = {}^l_a x &+ ({}^l_1 r + {}^l_5 r) {}^l \theta + ({}^l_3 r + {}^l_7 r) ({}^l \Theta - {}^l \theta) \\ &+ ({}^l_2 r + {}^l_8 r) ({}^l \phi) + ({}^l_4 r + {}^l_6 r) ({}^l \Phi - {}^l \phi) \end{aligned} \quad (6.45)$$

$$\begin{aligned} {}^l_c y = {}^l_a y &+ ({}^l_4 r + {}^l_8 r) {}^l \theta + ({}^l_2 r + {}^l_6 r) ({}^l \Theta - {}^l \theta) \\ &+ ({}^l_1 r + {}^l_7 r) ({}^l \phi) + ({}^l_3 r + {}^l_5 r) ({}^l \Phi - {}^l \phi) \end{aligned} \quad (6.46)$$

$${}^l_a x \geq -\frac{{}^l \Omega}{2} \quad (6.47)$$

$${}^l_v x \geq -\frac{{}^l \Omega}{2} \quad (6.48)$$

$${}^l_a y \geq \zeta - {}^l \Lambda \quad (6.49)$$

$${}^l_v y \geq \zeta - {}^l \Lambda \quad (6.50)$$

$${}^l_v x \leq \frac{{}^l \Omega}{2} \quad (6.51)$$

$${}^l_a x \leq \frac{{}^l \Omega}{2} \quad (6.52)$$

$${}^l_v y \leq \zeta - {}^l \Lambda + {}^l \lambda \quad (6.53)$$

$${}^l_a y \leq \zeta - {}^l \Lambda + {}^l \lambda \quad (6.54)$$

Die afvoer wat uit die oplossing van die VRP II-LP verkry word, is

1. die waarde van die doelfunksiewaarde z en die afwykingsveranderlikes ε_i , $i \in \mathcal{A}$,
2. die koördinate van die vragmassamiddelpunt (${}^l x$, ${}^l y$) en
3. ten opsigte van die vraageenheid die
 - (a) rotasieveranderlike se waardes $\{q_r, q \leq 8\}$

- (b) massamiddelpunt se koördinate $({}^l_c x, {}^l_c y)$,
- (c) linkeragterhoek se koördinate $({}^l_a x, {}^l_a y)$ en
- (d) regtervoorhoek se koördinate $({}^l_a x, {}^l_a y)$.

Om die aanwending van die LP te demonstreer, volg 'n numeriese voorbeeld hieronder.

6.10.1 Numeriese voorbeeld

Toevoer tot die LP

'n Vraegeenheid met parameters

$$\{ {}^l\Phi = 2.1, {}^l\Theta = 13, {}^l\phi = 1.245, {}^l\theta = 7.1, {}^l m = 32044.5 \}$$

moet aanboord 'n bepaalde leunwa in 'n *hl*-konfigurasie-voertuig gelaai word. Die eerste vier parameters word benut in Beperkings (6.45) tot (6.54) terwyl die massaparameter aangewend word in die vasstelling van die aktiewe beperkings.

Die parameters van die voertuig is identies aan die in §6.8.1 en die vraag het ook dieselfde massa, waaruit volg dat die beperkings op die massamiddelpunt ook identies is. Daarom is

$$\begin{bmatrix} \underline{a}'_7 \\ \underline{a}'_{22} \\ \underline{a}'_{30} \\ \underline{a}'_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 31435.7 \\ 0 & -31435.7 \\ 366749 & 1571.78 \\ -366749 & 1571.78 \end{bmatrix} \quad (6.55)$$

en

$$\begin{bmatrix} \underline{b}'_7 \\ \underline{b}'_{22} \\ \underline{b}'_{30} \\ \underline{b}'_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 136859 \\ -130321 \\ 18288 \\ 18288 \end{bmatrix}. \quad (6.56)$$

ook die toevoer tot (6.37).

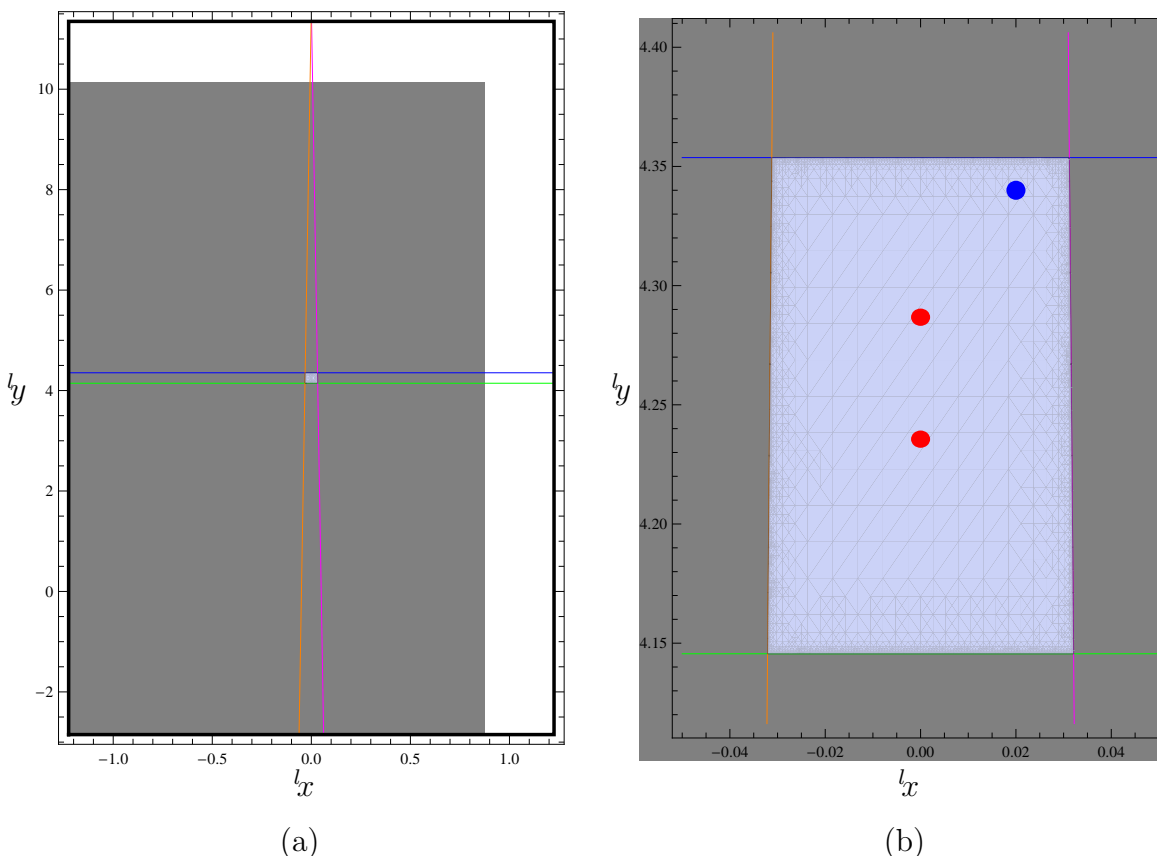
Afvoer uit die LP

Oplossing van die LP lewer

$$\{ z = 0, \{ \varepsilon_i = 0 : i \in \mathcal{A} \}, {}^l_a x = -1.225, {}^l_a y = -2.85, {}^l_v x = 0.875, {}^l_v y = 10.15, \quad (6.57)$$

$${}^l_x = {}^l_c x = 0.02, {}^l_y = {}^l_c y = 4.34, {}_s r = 1, \{ {}_q r = 0 : q \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \} \}. \quad (6.58)$$

Hierdie oplossing word grafies voorgestel in Figuur 6.3. Die linker- en regterhelfte van die oplossing het dieselfde uitleg as die voorstelling van die Onroteerbare vragstuk-geval in Figuur 6.2. Aan die posisie van die vragstuk op die vragarea kan gesien word dat dit nou in die linker agterhoek van die voertuig gedruk staan met die massamiddelpunt



Figuur 6.3: Grafiese voorstelling van die oplossing van die plasing van 'n enkele roteerbare vragstuk. Vragstuk se (a) posisie op die vragarea (b) massamiddelpunt in 'n vergroting van die toelaatbare gebied.

daarvan in die regtervoor-kwadrant van die vragstuk. Dit dui daarop dat die vragstuk wat aanvanklik “plat” gelê het ($l\Phi = 2.1, l\Theta = 13$) met die massamiddelpunt in die regtervoor-kwadrant ($l\phi = 1.245, l\theta = 7.19$), in die oplossing “regop” getoer is en toe in 'n spieëlbeeld oor 'n longitudinale lyn gepak is. (Hierdie rotasie is in ooreenstemming met die funksie van $sr = 1$ volgens Figuur 6-1.)

6.11 Nie-oorvleueling van ewewydige mure

GRA 6 bepaal dat geen basis van een vragseenheid die basis van 'n ander eenheid mag sny nie, wat neerkom op 'n verbod op 'n ruimtelike oorvleueling deur vragseenhede. Die rangskikking van vragseenhede op so 'n wyse dat geen oorvleueling plaasvind nie is in wese 'n pakprobleem met 'n massa-dimensie. Die oplos van pakprobleme is besonder kompleks, maar tog wyd bestudeer en goed in die literatuur beskryf. Die inagneming van vrag se massamiddelpunte as deel van die pakprobleem is egter deurgaans afwesig, soos bevestig word in die verskillende tiperings en opnames wat oor pakprobleme gedoen

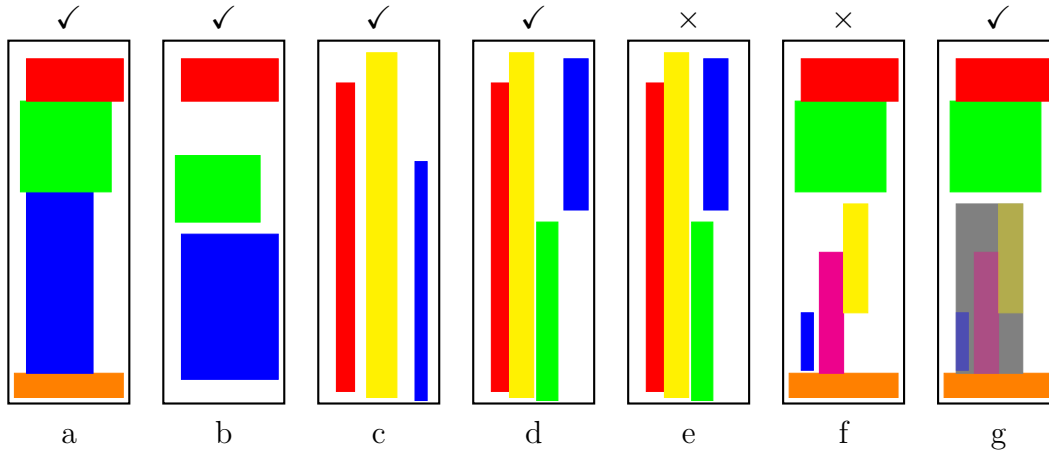
is [9, 23, 26]. Die enigste gedeeltelik bruikbare werk wat gevind is oor die pak van nie-homogeen gevormde vrag wat massamiddelpunt-oorewegings in ag geneem, is die werk van Davies en Bischoff [8].

In die probleem wat Davies en Bischoff beskryf, is daar 'n relatief groot versameling nie-homogene vrageenheede, soos kartonne van verskillende grootte, wat tydens 'n primêre proses gebruik word om 'n relatief klein aantal “ewewydige mure” oor die breedte van die vragarea te bou. In 'n sekondêre proses is die mure “gebalanseer”, òf deur volledige enumerasie òf deur middel van 'n lukrake soektog deur die permutasies van “ewewydige mure” se rangskikkingsvolgorde op die vragarea. Die uiteindelijke rangskikking word bereik wanneer die balanspunt, of vragmassamiddelpunt, binne 'n aanvaarbare interval van 'n teikenpunt land. Geen beskrywing word gegee van die vasstelling van die “aanvaarbare” interval nie en derhalwe kan geen afleiding rakende die wetlike toelaatbaarheid daarvan gemaak word nie. Desnieteenstaande hierdie tekortkoming en die oneffektiewe soekproses wat Davies en Bischoff voorstel, is die konsep van die rangskikking van die “ewewydige mure” wel van nut.

Daar word voorts veronderstel dat 'n versameling van n -aantal “ewewydige mure” met bekende massa en dimensies reeds geskep is en die ligging relatief tot die regteragterhoek van die massamiddelpunt van elke muur bekend is en daar verlang word dat die versameling rangskik word tot 'n wetlik toelaatbare rangskikking. Laat Vrageenheid i , $i \leq n$, nou 'n “ewewydige muur” uit hierdie versameling wees.

Om te voorkom dat enige deel van Vrageenheid i met enige deel van Vrageenheid j oorvleuel, word beperkings gebruik wat berus op die konsep van “rigting van toelaatbare opeenvolging”. As items langs mekaar gerangskik word in 'n ry van links na regs, is die rigting van opeenvolging links en regs. As items agtermekaar gerangskik word in 'n ry, is die rigting van opeenvolging voor en agter. As daar 'n reël gestel word dat 'n bepaalde versameling items slegs agter mekaar gerangskik mag word is die rigting van toelaatbare opeenvolging voor en agter. Met so 'n reël in plek mag geen vrageenheid, of deel van 'n vrageenheid, dus die beweging van 'n ander vrageenheid in die rigting van ontoelaatbare opeenvolging belemmer nie. 'n Grafiese voorstelling van die effek van die instel van 'n toelaatbare rigting van opeenvolging kan gesien word in Tabel 6.4. In Gevalle (a) en (b) is voor en agter die toelaatbare rigting van opeenvolging. In Gevalle (c) en (d) is links en regs die toelaatbare rigting van opeenvolging. Vergelyk egter nou Geval (d) en Geval (e) waarin die opeenvolging links en regs toegelaat word en die skuif van die blou geskakeerde vrageenheid vanuit sy posisie in (d) na sy posisies in (e) meebring dat die groen geskakeerde vrageenheid se beweging na voor belemmer word en dus die reël verbreek. In Geval (f) word die voor en agter toelaatbaarheid-reël verbreek deur die blou, pers en geel vrageenheede, maar sou die blou, pers en geel vrageenheede vooraf in die grys vrageenheid gekonsolideer word, sal dit in 'n rangskikking soos Geval(g) toelaatbaar wees.

Met 'n vasgestelde rigting van opeenvolging vooraf vasgestel, is dit moontlik om beperkings te verkry wat oorvleueling in die rigting van opeenvolging verbied. “Vooraf” veronderstel 'n tydstop wat die skep van die ewewydige mure voorafgaan.



Figuur 6.4: Opeenvolging slegs in een rigting toelaatbaar

Elke besluit op die rigting van toelaatbare opeenvolging sal 'n ander stel van nie-oorvleuelingsbeperkings meebring. Elkeen van die stelle het dieselfde struktuur, maar verskil daarin dat “voor en agter toelaatbaar” die vraageenhede se lengte-dimensies gebruik, teenoor die “links en regs toelaatbaar” wat die vraageenhede se breedte-dimensies in berekening gebruik.

Nie-oorvleueling word verbied vir pare van vraageenhede en as elke paar in 'n vraag nie oorvleuel nie, is daar geen oorvleueling in die vraag nie. Om oorvleueling in 'n paar te voorkom, word daar twee spesifieke “of”-beperkings benodig met 'n geassosieerde besluitnemingsveranderlike. Alle pare vraageenhede in 'n vraag is pare van Vraageenheid i en j , waar $i < j \leq n$.

Gestel die besluit is die rigting van toelaatbare opeenvolging is voor en agter en die nie-oorvleueling van Vraageenheid i en Vraageenheid j moet bewerkstellig word. Laat d_{ij} dan 'n binêre besluitnemingsveranderlike wees in die paar “of”-beperkings

$$\left. \begin{aligned} a y_j &\leq a y_i - l_j + M(1 - d_{ij}) \\ a y_j &\geq a y_i + l_i - M d_{ij}, \end{aligned} \right\} \quad (6.59)$$

waarin M 'n groot getal is, l_i en l_j volgens (6.32) bepaal word en

$$d_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{as Vraageenheid } i \text{ voor Vragposisie } j \text{ in die volgorde van voor na agter geplaas word,} \\ 0 & \text{as Vraageenheid } i \text{ agter Vragposisie } j \text{ in die volgorde van voor na agter geplaas word.} \end{cases} \quad (6.60)$$

Dan sal die beperkingstel (6.59) verseker dat elke paar van Vraageenhede i en j , $i < j \leq n$, spesifiek bepaal aan watter kant elke vraageenheid relatief tot die ander in die paar lê, en as dit vir al die pare bepaal is, is die volgorde in die rigting van toelaatbare opeenvolging bepaal.

Vir die geval waar besluit is die rigting van toelaatbare opeenvolging is links en regs, is die basiese struktuur van die beperkings soortgelyk aan die bostaande, soos in die volgende

uiteensetting gesien kan word. Laat \mathbf{d}_{ij} , $i < j \leq n$, dan 'n binêre besluitnemingsveranderlike wees in die paar “of”-beperkings

$$a_j x_j \leq a_i x_i - b_j + M(1 - d_{ij}) \quad (6.61)$$

$$a_j x_j \geq a_i x_i + b_i - M d_{ij}, \quad (6.62)$$

waarin M 'n groot getal is, b_i en b_j volgens (6.32) bepaal word en

$$d_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{as Vrageenheid } i \text{ regs van Vragposisie } j \text{ in die volgorde van links na regs geplaas word,} \\ 0 & \text{as Vrageenheid } i \text{ links van Vragposisie } j \text{ in die volgorde van links na regs geplaas word.} \end{cases} \quad (6.63)$$

6.12 LP-formulering vir VRP III

In hierdie afdeling word die algemene beperkings wat uit §6.3 tot §6.7, §6.9 en §6.11 voortspruit, spesifiek gemaak tot die hl -konfigurasië.

Beskou die geval waar h -aantal roteerbare vrageenhede aanboord 'n hl -konfigurasiëvoertuig gelaai moet word. Die inligting met betrekking tot

1. die vrageenhede se parameters $\{\phi_i, \theta_i, \phi_i, \theta_i, m_i\} \forall i \leq n$,
2. die posisie van die vragarea se sye $\{\Omega, \zeta, \Lambda, \lambda\}$ en
3. die massamiddelpunt-beperkings se tegniese koëffisiënte en regterkantwaardes $\{(a'_i, b'_i) : i \in \mathcal{A}\}$,

is bekend en dien as toevoer tot die VRP III-LP wat die rangskikking uitvoer.

VRP III-LP:

$$\min(z) = \sum_{i \in \mathcal{A}} \varepsilon_i \quad (6.64)$$

onderhewig aan

$$\underline{a}'_i [{}^l x, {}^l y]^T - \varepsilon_i \leq \mathbf{b}'_i \quad \forall i \in \mathcal{A} \quad (6.65)$$

$${}^l m = \sum_{i=1}^n {}^l m_i \quad (6.66)$$

$${}^l x = \frac{\sum_{i=1}^n {}^l c x_i {}^l m_i}{{}^l m} \quad (6.67)$$

$${}^l y = \frac{\sum_{i=1}^n {}^l c y_i {}^l m_i}{{}^l m} \quad (6.68)$$

$${}^l a y_j \leq {}^l a y_i - l_j + M(1 - d_{ij}) \quad \forall i < j \leq n \quad (6.69)$$

$${}^l a y_j \geq {}^l a y_i + l_i - M d_{ij} \quad \forall i < j \leq n \quad (6.70)$$

$$1 = {}^l_1 r_i + {}^l_2 r_i + {}^l_3 r_i + {}^l_4 r_i + {}^l_5 r_i + {}^l_6 r_i + {}^l_7 r_i + {}^l_8 r_i \quad \forall i \leq n \quad (6.71)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_i &= ({}^l_1 r_i + {}^l_3 r_i + {}^l_5 r_i + {}^l_7 r_i) {}^l \Theta_i \\ &\quad + ({}^l_2 r_i + {}^l_4 r_i + {}^l_6 r_i + {}^l_8 r_i) {}^l \Phi_i \end{aligned} \quad \forall i \leq n \quad (6.72)$$

$${}^l v x_i = {}^l a x_i + \mathbf{b}_i \quad \forall i \leq n \quad (6.73)$$

$$\begin{aligned} l_i &= ({}^l_1 r_i + {}^l_3 r_i + {}^l_5 r_i + {}^l_7 r_i) {}^l \Phi_i \\ &\quad + ({}^l_2 r_i + {}^l_4 r_i + {}^l_6 r_i + {}^l_8 r_i) {}^l \Theta_i \end{aligned} \quad \forall i \leq n \quad (6.74)$$

$${}^l v y_i = {}^l a y_i + l_i \quad \forall i \leq n \quad (6.75)$$

$$\begin{aligned} {}^l c x_i &= {}^l a x_i + ({}^l_1 r_i + {}^l_5 r_i) {}^l \Theta_i + ({}^l_3 r_i + {}^l_7 r_i) ({}^l \Theta_i - {}^l \theta_i) \\ &\quad + ({}^l_2 r_i + {}^l_8 r_i) ({}^l \phi_i) + ({}^l_4 r_i + {}^l_6 r_i) ({}^l \Phi_i - {}^l \phi_i) \end{aligned} \quad \forall i \leq n \quad (6.76)$$

$$\begin{aligned} {}^l c y_i &= {}^l a y_i + ({}^l_4 r_i + {}^l_8 r_i) {}^l \Theta_i + ({}^l_2 r_i + {}^l_6 r_i) ({}^l \Theta_i - {}^l \theta_i) \\ &\quad + ({}^l_1 r_i + {}^l_7 r_i) ({}^l \phi_i) + ({}^l_3 r_i + {}^l_5 r_i) ({}^l \Phi_i - {}^l \phi_i) \end{aligned} \quad \forall i \leq n \quad (6.77)$$

$${}^l a x_i \geq -\frac{{}^l \Omega}{2} \quad \forall i \leq n \quad (6.78)$$

$${}^l v x_i \geq -\frac{{}^l \Omega}{2} \quad \forall i \leq n \quad (6.79)$$

$${}^l a y_i \geq \zeta - {}^l \Lambda \quad \forall i \leq n \quad (6.80)$$

$${}^l v y_i \geq \zeta - {}^l \Lambda \quad \forall i \leq n \quad (6.81)$$

$${}^l v x_i \leq \frac{{}^l \Omega}{2} \quad \forall i \leq n \quad (6.82)$$

$${}^l a x_i \leq \frac{{}^l \Omega}{2} \quad \forall i \leq n \quad (6.83)$$

$${}^l v y_i \leq \zeta - {}^l \Lambda + {}^l \lambda \quad \forall i \leq n \quad (6.84)$$

$${}^l a y_i \leq \zeta - {}^l \Lambda + {}^l \lambda \quad \forall i \leq n \quad (6.85)$$

$$\varepsilon_i \geq 0 \quad \forall i \in \mathcal{A} \quad (6.86)$$

$${}^l x, {}^l y, {}^l v x, {}^l v y, {}^l a x, {}^l a y, {}^l c x, {}^l c y \quad \text{teken onbeperk} \quad (6.87)$$

$$d_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i < j \leq n \quad (6.88)$$

Vragstuk i	${}^l m_i$	${}^l \Phi_i$	${}^l \Theta_i$	${}^l \phi_i$	${}^l \theta_i$
1	1468	1.58	2.45	0.61	1.03
2	1795.08	1.37	2.45	0.36	1.07
3	1588.11	1.29	2.45	0.34	0.73
4	1872.07	1.02	2.45	0.31	0.95
5	1821.94	1.05	2.45	0.26	0.89
6	3840.99	0.4	2.45	0.14	0.8
7	3775.79	1.74	2.45	0.75	0.65
8	3064.72	1.06	2.45	0.45	0.93
9	3221.11	1	2.45	0.45	1.16
10	3616.24	1.66	2.45	0.49	0.74
11	2846.71	1.14	2.45	0.31	1.09
12	3133.74	0.9	2.45	0.44	0.78

Tabel 6-2: Parameters van roteerbare vrageenhede

Die afvoer wat uit die oplossing van die VRP III-LP verkry word, is

1. die waarde van die doelfunksiewaarde z en die afwykingsveranderlikes ε_i , $i \in \mathcal{A}$,
2. die koördinate van die vragmassamiddelpunte (${}^l x$, ${}^l y$) en
3. ten opsigte van Vrageenheid i , $i \leq n$, die
 - (a) rotasieveranderlike se waardes $\{q r_i, q \leq 8\}$
 - (b) massamiddelpunt se koördinate (${}^l c x_i, {}^l c y_i$),
 - (c) linkeragterhoek se koördinate (${}^l a x_i, {}^l a y_i$) en
 - (d) regtervoorhoek se koördinate (${}^l a x_i, {}^l a y_i$).

Om die aanwending van die LP te demonstreer, volg 'n numeriese voorbeeld hieronder.

6.12.1 Numeriese voorbeeld

Toevoer tot die LP

'n Vrageenheid met parameters soos vervat in Tabel 6-2 moet aanboord 'n bepaalde leunwa in 'n hl -konfigurasie-voertuig gelaai word. Die laaste vier kolomme se parameters word benut in Beperkings (6.72) tot (6.77), terwyl die massaparameter aangewend word in die vasstelling van die aktiewe beperkings.

Die parameters van die voertuig is identies aan die in §6.8.1 en die vrag het dieselfde massa, waaruit volg dat die beperkings op die massamiddelpunt ook identies is aan die in §6.8.1. Daarom is

$$\begin{bmatrix} a'_7 \\ a'_{22} \\ a'_{30} \\ a'_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 31435.7 \\ 0 & -31435.7 \\ 366749 & 1571.78 \\ -366749 & 1571.78 \end{bmatrix} \quad (6.89)$$

Vragstuk i	l_{ax}	l_{ay}	l_{vx}	l_{vy}	l_{cx}	l_{cy}	$1r_i$	$2r_i$	$3r_i$	$4r_i$	$5r_i$	$6r_i$	$7r_i$	$8r_i$
1	-1.23	4.51	1.23	6.09	-0.2	5.13	1	0	0	0	0	0	0	0
2	-1.23	7.23	1.23	8.6	0.15	7.59	0	0	0	0	0	0	1	0
3	-1.23	10.06	1.23	11.35	0.49	10.4	0	0	0	0	0	0	1	0
4	-1.23	3.49	1.23	4.51	0.27	3.8	0	0	0	0	0	0	1	0
5	-1.23	-2.85	1.23	-1.8	0.34	-2.59	0	0	0	0	0	0	1	0
6	-1.23	9.66	1.23	10.06	-0.42	9.8	1	0	0	0	0	0	0	0
7	-1.23	-1.8	1.23	-0.06	-0.57	-1.06	1	0	0	0	0	0	0	0
8	-1.23	8.6	1.23	9.66	-0.3	9.05	1	0	0	0	0	0	0	0
9	-1.23	1.6	1.23	2.59	-0.07	2.04	1	0	0	0	0	0	0	0
10	-1.23	-0.06	1.23	1.6	0.49	0.42	0	0	0	0	0	0	1	0
11	-1.23	6.09	1.23	7.23	0.13	6.4	0	0	0	0	0	0	1	0
12	-1.23	2.59	1.23	3.49	0.45	3.03	0	0	0	0	0	0	1	0

Tabel 6-3: Vraageenheid-koördinate en rotasieveranderlike waardes in die oplossing van VRPIII-LP wat 'n versameling roteerbare vraageenhede posisioneer

en

$$\begin{bmatrix} b'_7 \\ b'_{22} \\ b'_{30} \\ b'_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 136859 \\ -130321 \\ 18288 \\ 18288 \end{bmatrix}. \tag{6.90}$$

ook die toevoer tot (6.65).

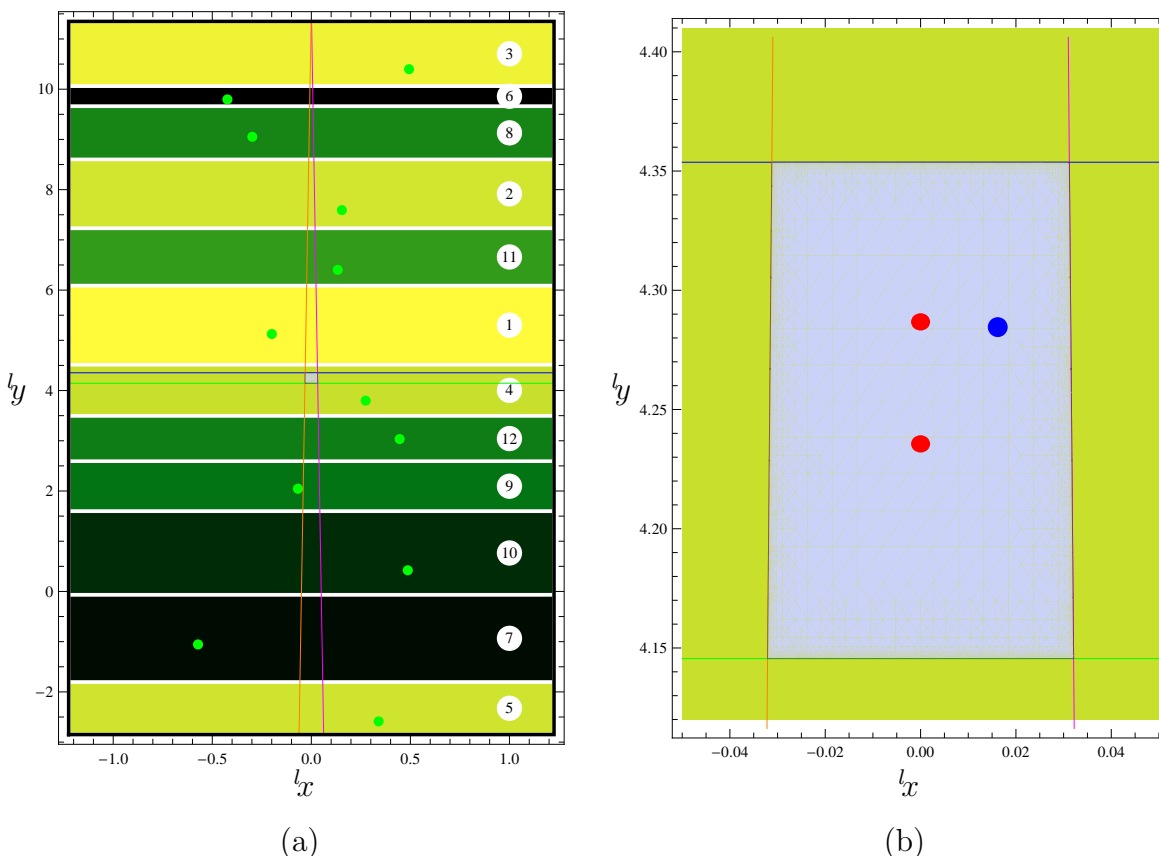
Afvoer uit die LP

Oplossing van die LP lewer die doelfunksiewaarde, afwykingsveranderlikes en massamiddelpuntkoördinate

$$\{z = 0, \{\varepsilon_i = 0 : i \in \mathcal{A}\}, l_x = 0.02, l_y = 4.28\},$$

en die hoek- en middelpunt-koördinate met gesassosieerde rotasieveranderlike waardes in Tabel 6-3.

Hierdie oplossing word grafies voorgestel in Figuur 6.5. Die linker- en regterhelfte van die oplossing het die dieselfde uitleg as die voorstelling van die Onroteerbare vragstuk-geval in Figuur 6.2. Die nommer in die wit skyfie op elke vraageenheid is die identifiseerder i van elke vraageenheid uit Tabel 6-2. Die kleur van elke vraageenheid is 'n aanduiding van die vraageenheid se relatiewe massa, waar 'n donker skakering aandui dat 'n vraageenheid relatief swaar in massa is en 'n ligte skakering aandui dat dit relatief lig in massa is. Twee vraageenhede van dieselfde kleur het dieselfde massa, ongeag hoe groot dit is. Die heldergroen skyfies op elke vraageenheid is die massamiddelpunt daarvan. Daar kan gesien word hoe die massas van die vraageenhede voor en agter die toelaatbare gebied gemeng is om die toelaatbare vragmassamiddelpunt te bewerkstellig in die voor en agter sin. Daar kan ook gesien word dat die vraageenhede se massamiddelpunte rondom die lengtegewyse



Figuur 6.5: Grafiese voorstelling van die oplossing van die plasing van 'n versameling roteerbare vragstukke. (a) Vragstukke se posisies op die vragarea. (b) Massamiddelpunt van die vrag in 'n vergroting van die toelaatbare gebied.

mediaanlyn van die vragarea versprei is om die toelaatbare vragmassamiddelpunt te bewerkstellig in die links en regs sin. In die vergroting van die toelaatbare gebied kan gesien word dat die blou skyfie, wat die vragmassamiddelpunt voorstel, goed binne die toelaatbare gebied lê.

6.13 Vaste vragposisies

In VRP IV word aangeneem dat die vragenehede dimensioneel in die vragposisies sal pas en dat wanneer 'n vrageneheid in 'n vragposisie geplaas word, die vrageneheid se massamiddelpunt met die vragposisie ooreenstem. Die standaardisering van palette en die gebruik van voertuie wat ontwerp word vir die dra van vrag op standaardpalette, ondersteun hierdie aanname.

Laat die kandidaat-vragposisies 'n versameling van koördinate

$$P = \{(pX_1, pY_1), (pX_2, pY_2), \dots, (pX_N, pY_N)\}$$

wees, waar \mathbf{N} die aantal vragposisies is wat beskikbaar is vir vragenhede om in geplaas te word en $N \geq n$. Laat dan u_{ij} 'n binêre veranderlike wees wat Vragposisie j aan Vraageenheid i toeken deur die waardes soos volg aan te neem

$$u_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{as Vraageenheid } i \text{ in Vragposisie } j \text{ geplaas word,} \\ 0 & \text{andersins.} \end{cases} \quad (6.91)$$

Die beperkings in 'n LP wat die toewysing van vragposisies aan vragenhede bewerkstellig, kan geformuleer word deur vir Vraageenheid i , $i \leq n$ te stel dat

$$c x_i = \sum_{j=1}^N u_{ij} p x_j \quad (6.92)$$

$$c y_i = \sum_{j=1}^N u_{ij} p y_j \quad (6.93)$$

met

$$\sum_{i=1}^n u_{ij} = 1, \quad (6.94)$$

om te verseker dat daar wel aan elke vraageenheid 'n vragposisie toegeken word.

6.14 LP-formulering vir VRP IV

In hierdie afdeling word die algemene beperkings wat uit §6.3 tot §6.6 en §6.13 voortspruit, spesifiek gemaak tot die *hl*-konfigurasië.

Beskou die geval waar ${}^l n$ -aantal palette aanboord 'n *hl*-konfigurasië-voertuig gelaai moet word. Die inligting met betrekking tot

1. die vragenhede se massas ${}^l m_i \forall i \leq {}^l n$,
2. die kandidaatposisies se koördinate $\mathbf{P} = \{({}^l p x_1, {}^l p y_1), ({}^l p x_2, {}^l p y_2), \dots, ({}^l p x_{{}^l N}, {}^l p y_{{}^l N})\}$, ${}^l N \geq {}^l n$ en
3. die massamiddelpunt-beperkings se tegniese koëffisiënte en regterkantwaardes $\{({}^l a'_i, {}^l b'_i) : i \in \mathcal{A}\}$, is bekend en dien as toevoer tot die VRP IV-LP wat die rangskikking uitvoer.

VRP IV-LP:

$$\min(z) = \sum_{i \in \mathcal{A}} \varepsilon_i \quad (6.95)$$

onderhewig aan

$$\underline{a}'_i [{}^l x, {}^l y]^T - \varepsilon_i \leq \underline{b}'_i \quad \forall i \in \mathcal{A} \quad (6.96)$$

$${}^l m = \sum_{i=1}^{l_n} {}^l m_i \quad (6.97)$$

$${}^l x = \frac{\sum_{i=1}^{l_n} {}^l c_{x_i} {}^l m_i}{{}^l m} \quad (6.98)$$

$${}^l y = \frac{\sum_{i=1}^{l_n} {}^l c_{y_i} {}^l m_i}{{}^l m} \quad (6.99)$$

$$1 = \sum_{j=1}^{l_N} {}^l u_{ij} \quad \forall i \leq l_n \quad (6.100)$$

$$1 \geq \sum_{i=1}^{l_n} {}^l u_{ij} \quad \forall j \leq l_N \quad (6.101)$$

$${}^l c_{x_i} = \sum_{j=1}^{l_N} {}^l u_{ij} {}^l p_{x_j} \quad \forall i \leq l_n \quad (6.102)$$

$${}^l c_{y_i} = \sum_{j=1}^{l_N} {}^l u_{ij} {}^l p_{y_j} \quad \forall i \leq l_n \quad (6.103)$$

$$\varepsilon_i \geq 0 \quad \forall i \in \mathcal{A} \quad (6.104)$$

$${}^l x, {}^l y, {}^l c_{x_i}, {}^l c_{y_i} \quad \text{teken onbeperk} \quad \forall i \leq l_n \quad (6.105)$$

$${}^l u_{ij} \in 0, 1 \quad \forall i \leq l_n, j \leq l_N \quad (6.106)$$

Die afvoer wat uit die oplossing van die VRP IV-LP verkry word, is

1. die waarde van die doelfunksiewaarde z en die afwykingsveranderlikes ε_i , $i \in \mathcal{A}$,
2. die koördinate van die vragmassamiddelpunte (${}^l x$, ${}^l y$) en
3. ten opsigte van Vraageenheid i , $i \leq l_n$, die
 - (a) toewysingsveranderlike se waardes $\{{}^l u_{ij}, j \leq l_N\}$ en
 - (b) massamiddelpunt se koördinate (${}^l c_{x_i}, {}^l c_{y_i}$).

Om die aanwending van die LP te demonstreer, volg 'n numeriese voorbeeld hieronder.

6.14.1 Numeriese voorbeeld

Toevoer tot die LP

Vraageenheede met parameters soos vervat in Tabel 6-4 moet aanboord 'n bepaalde leunwa in 'n hl -konfigurasie, gelaai word. Die kandidaatposisies wat die palette mag inneem se

Palet i	${}^l m_i$	Palet i	${}^l m_i$
1	617.83	15	504.58
2	578.94	16	542.85
3	535.58	17	2773.77
4	485.39	18	2027.37
5	487.06	19	2125.33
6	685.45	20	2229.1
7	537.34	21	1961.5
8	692.79	22	1606.75
9	587.08	23	1596.64
10	501.23	24	1859.69
11	681.74	25	1717.27
12	613.92	26	1645.58
13	560.71	27	1861.27
14	543.07	28	1484.66

Tabel 6-4: Paletmassas

koördinate word aangetoon in Tabel 6-5. Die massaparameters word aangewend in die vasstelling van die aktiewe beperkings sowel as Beperkings (6.97) tot (6.99).

Die parameters van die voertuig is identies aan die in §6.8.1 en die vraag het dieselfde massa, waaruit volg dat die beperkings op die massamiddelpunt ook identies is aan die in §6.8.1. Daarom is

$$\begin{bmatrix} \underline{a}'_7 \\ \underline{a}'_{22} \\ \underline{a}'_{30} \\ \underline{a}'_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 31435.7 \\ 0 & -31435.7 \\ 366749 & 1571.78 \\ -366749 & 1571.78 \end{bmatrix} \quad (6.107)$$

en

$$\begin{bmatrix} \underline{b}'_7 \\ \underline{b}'_{22} \\ \underline{b}'_{30} \\ \underline{b}'_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 136859 \\ -130321 \\ 18288 \\ 18288 \end{bmatrix} \quad (6.108)$$

ook die toevoer tot (6.96).

Afvoer uit die LP

Oplossing van die LP lewer die doelfunksiewaarde, afwykingsveranderlikes en massamiddelpunt-koördinate

$$\{z = 0, \{\varepsilon_i = 0 : i \in \mathcal{A}\}, {}^l x = 0.02, {}^l y = 4.23\},$$

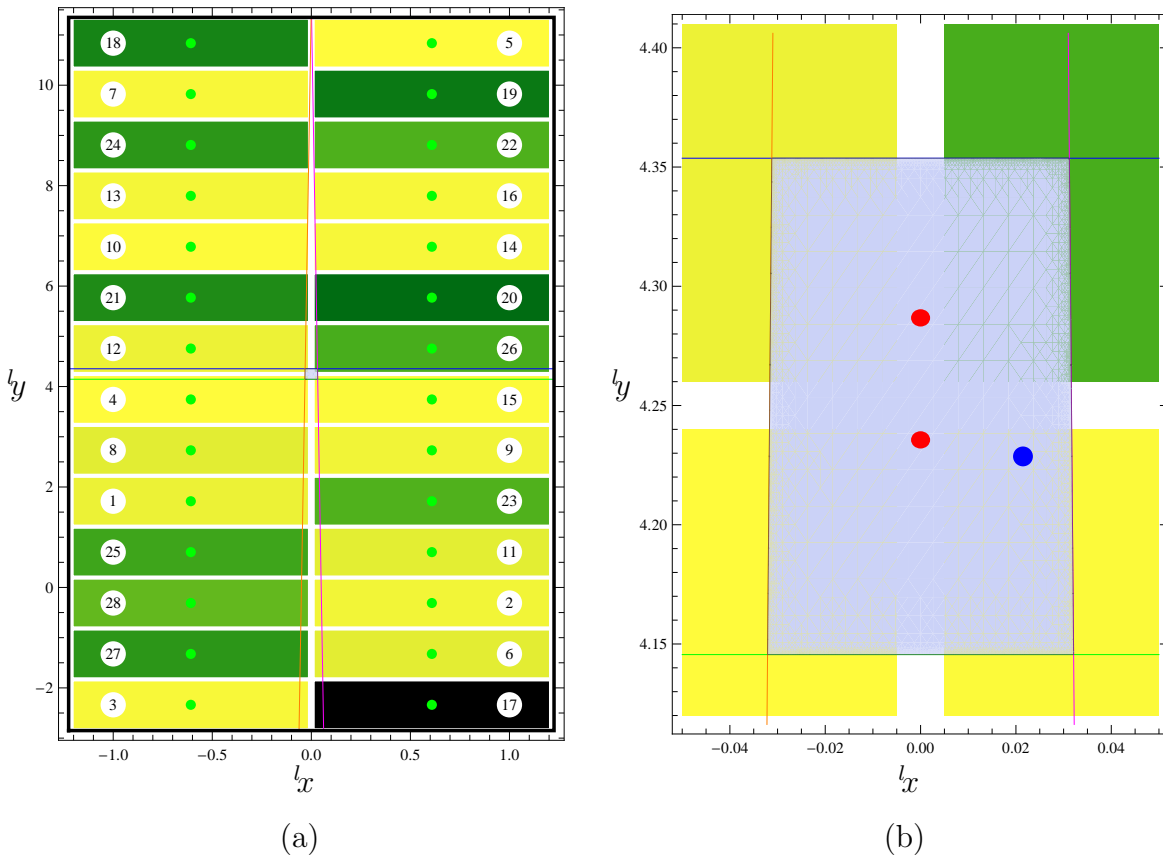
en die waardes van die toekenningsveranderlike ${}^l u_{ij}, i \leq {}^l n, j \leq {}^l N$ in Tabel 6-6. Die koördinaat van Posisie $j, j \leq {}^l N$ kan uit Tabel 6-5 afgelees word.

Posisie j	l_{px_j}	l_{py_j}	Posisie j	l_{px_j}	l_{py_j}
1	-0.61	-2.34	15	-0.61	4.76
2	0.61	-2.34	16	0.61	4.76
3	-0.61	-1.32	17	-0.61	5.77
4	0.61	-1.32	18	0.61	5.77
5	-0.61	-0.31	19	-0.61	6.78
6	0.61	-0.31	20	0.61	6.78
7	-0.61	0.7	21	-0.61	7.8
8	0.61	0.7	22	0.61	7.8
9	-0.61	1.72	23	-0.61	8.81
10	0.61	1.72	24	0.61	8.81
11	-0.61	2.73	25	-0.61	9.82
12	0.61	2.73	26	0.61	9.82
13	-0.61	3.74	27	-0.61	10.84
14	0.61	3.74	28	0.61	10.84

Tabel 6-5: Kandidaatposisies vir palette se massamiddelpunte vir leunwa in die hl -konfigurasie

Waarde van $l_{u_{i,j}}$	Resulterende plasing	Waarde van $l_{u_{i,j}}$	Resulterende plasing
$l_{u_{1\ 9}} = 1$	\Rightarrow Palet 1 in Posisie 9	$l_{u_{15\ 14}} = 1$	\Rightarrow Palet 15 in Posisie 14
$l_{u_{2\ 6}} = 1$	\Rightarrow Palet 2 in Posisie 6	$l_{u_{16\ 22}} = 1$	\Rightarrow Palet 16 in Posisie 22
$l_{u_{3\ 1}} = 1$	\Rightarrow Palet 3 in Posisie 1	$l_{u_{17\ 2}} = 1$	\Rightarrow Palet 17 in Posisie 2
$l_{u_{4\ 13}} = 1$	\Rightarrow Palet 4 in Posisie 13	$l_{u_{18\ 27}} = 1$	\Rightarrow Palet 18 in Posisie 27
$l_{u_{5\ 28}} = 1$	\Rightarrow Palet 5 in Posisie 28	$l_{u_{19\ 26}} = 1$	\Rightarrow Palet 19 in Posisie 26
$l_{u_{6\ 4}} = 1$	\Rightarrow Palet 6 in Posisie 4	$l_{u_{20\ 18}} = 1$	\Rightarrow Palet 20 in Posisie 18
$l_{u_{7\ 25}} = 1$	\Rightarrow Palet 7 in Posisie 25	$l_{u_{21\ 17}} = 1$	\Rightarrow Palet 21 in Posisie 17
$l_{u_{8\ 11}} = 1$	\Rightarrow Palet 8 in Posisie 11	$l_{u_{22\ 24}} = 1$	\Rightarrow Palet 22 in Posisie 24
$l_{u_{9\ 12}} = 1$	\Rightarrow Palet 9 in Posisie 12	$l_{u_{23\ 10}} = 1$	\Rightarrow Palet 23 in Posisie 10
$l_{u_{10\ 19}} = 1$	\Rightarrow Palet 10 in Posisie 19	$l_{u_{24\ 23}} = 1$	\Rightarrow Palet 24 in Posisie 23
$l_{u_{11\ 8}} = 1$	\Rightarrow Palet 11 in Posisie 8	$l_{u_{25\ 7}} = 1$	\Rightarrow Palet 25 in Posisie 7
$l_{u_{12\ 15}} = 1$	\Rightarrow Palet 12 in Posisie 15	$l_{u_{26\ 16}} = 1$	\Rightarrow Palet 26 in Posisie 16
$l_{u_{13\ 21}} = 1$	\Rightarrow Palet 13 in Posisie 21	$l_{u_{27\ 3}} = 1$	\Rightarrow Palet 27 in Posisie 3
$l_{u_{14\ 20}} = 1$	\Rightarrow Palet 14 in Posisie 20	$l_{u_{28\ 5}} = 1$	\Rightarrow Palet 28 in Posisie 5

Tabel 6-6: Waarde van die toekenningsveranderlike u_{ij} wat Palet i aan Posisie j toeken in die resultaat van die VRP IV-LP



Figuur 6.6: Grafiese voorstelling van die oplossing van die plasing van 'n versameling palette. (a) Vragstukke se posisies op die vragarea. (b) Massamiddelpunt van die vrag in 'n vergroting van die toelaatbare gebied.

Die oplossing word grafies voorgestel in Figuur 6.6. Aan die linkerkant van die figuur kan die posisies van die palette op die vragdek gesien word. Die wit skyfie op elke palet dui die palet se identifikasienommer uit Tabel 6-4 aan. Die kleur van elke vragteenheid is 'n aanduiding van die vragteenheid se relatiewe massa, waar 'n donker skakering aandui dat 'n vragteenheid relatief swaar in massa is en 'n ligte skakering aandui dat dit relatief lig in massa is. Die heldergroen skyfies in die geometriese middelpunt van elke vragteenheid is die massamiddelpunt. Die massamiddelpunt van die vragteenhede stem ooreen met die posisies van die massamiddelpunte in Tabel 6-5. Uit die verspreiding van die ligte en swaarder palette oor die vrag-area se lengte kan gesien word dat daar ewe veel ligte en swaar palette aan die voorkant van die toelaatbare gebied is as agter, en dat daar ook 'n balans is tussen die linker- en regterkant. In die vergrote beeld van die toelaatbare gebied word die vragmassamiddelpunt voorgestel deur die blou skyfie wat goed binne die toelaatbare ruimte geleë is.

6.15 LP-formulering vir VRP IV vir hkl -konfigurasie-voertuie

Al die voorafgaande LP-formulerings is vir die enkel-vragarea-voertuig van die hl -konfigurasie aangetoon. Geen strukturele aanpassing is nodig aan enige van die formulerings om die voorgestelde LP-formulering van toepassing te maak op b -konfigurasie-voertuie nie weens die feit dat beide konfigurasies slegs een vragarea het. Eenvoudige strukturele aanpassings aan die LP's is wel nodig om voorsiening te maak vir die dubbel-vragarea-voertuie. In hierdie afdeling word 'n voorbeeld verskaf van die wyse waarop die LP-formulering vir VRP IV vir die hkl -konfigurasie aangepas en opgelos word. Die algemene beperkings wat uit §6.3 tot §6.6 en §6.13 voortspruit, word voorts spesifiek gemaak tot die hkl -konfigurasie.

Beskou die geval waar ${}^k n$ -aantal palette aanboord 'n skakelwa en ${}^l n$ -aantal palette aanboord 'n leunwa van 'n hkl -konfigurasie-voertuig gelaai moet word. Die inligting met betrekking tot

1. die vrageenhede se massas ${}^l m_i \forall i \leq {}^l n$ en ${}^k m_i \forall i \leq {}^k n$,
2. die kandidaatposisies se koördinate

$${}^l P = \{({}^k p x_1, {}^k p y_1), ({}^k p x_2, {}^k p y_2), \dots, ({}^k p x_{{}^k n}, {}^k p y_{{}^k n})\}, \quad {}^k N \geq {}^k n$$

en

$${}^k P = \{({}^l p x_1, {}^l p y_1), ({}^l p x_2, {}^l p y_2), \dots, ({}^l p x_{{}^l n}, {}^l p y_{{}^l n})\}, \quad {}^l N \geq {}^l n$$

en

3. die massamiddelpunt-beperkings se tegniese koëffisiënte en regterkantwaardes

$$\{(\underline{a}'_i, \underline{b}'_i) : i \in \mathcal{A}\}$$

,

is bekend en dien as toevoer tot die VRP IV-LP wat die rangskikking uitvoer.

VRP IV-LP vir hkl -konfigurasie:

$$\min(z) = \sum_{i \in \mathcal{A}} \varepsilon_i \tag{6.109}$$

onderhewig aan

$$\underline{a}'_i [{}^k x, {}^k y, {}^l x, {}^l y]^T - \varepsilon_i \leq \mathbf{b}'_i \quad \forall i \in \mathcal{A} \quad (6.110)$$

$${}^k \mathbf{m} = \sum_{i=1}^{k_n} {}^k \mathbf{m}_i \quad (6.111)$$

$${}^l \mathbf{m} = \sum_{i=1}^{l_n} {}^l \mathbf{m}_i \quad (6.112)$$

$${}^k x = \frac{\sum_{i=1}^{k_n} {}^k c_{x_i} {}^k \mathbf{m}_i}{{}^k \mathbf{m}} \quad (6.113)$$

$${}^k y = \frac{\sum_{i=1}^{k_n} {}^k c_{y_i} {}^k \mathbf{m}_i}{{}^k \mathbf{m}} \quad (6.114)$$

$${}^l x = \frac{\sum_{i=1}^{l_n} {}^l c_{x_i} {}^l \mathbf{m}_i}{{}^l \mathbf{m}} \quad (6.115)$$

$${}^l y = \frac{\sum_{i=1}^{l_n} {}^l c_{y_i} {}^l \mathbf{m}_i}{{}^l \mathbf{m}} \quad (6.116)$$

$$1 = \sum_{j=1}^{l_N} {}^l u_{ij} \quad \forall i \leq {}^k n \quad (6.117)$$

$$1 = \sum_{j=1}^{l_N} {}^l u_{ij} \quad \forall i \leq {}^l n \quad (6.118)$$

$$1 \geq \sum_{i=1}^{k_n} {}^k u_{ij} \quad \forall j \leq {}^k N \quad (6.119)$$

$$1 \geq \sum_{i=1}^{l_n} {}^l u_{ij} \quad \forall j \leq {}^l N \quad (6.120)$$

$${}^k c_{x_i} = \sum_{j=1}^{k_N} {}^k u_{ij} {}^k p_{x_j} \quad \forall i \leq {}^k n \quad (6.121)$$

$${}^k c_{y_i} = \sum_{j=1}^{k_N} {}^k u_{ij} {}^k p_{y_j} \quad \forall i \leq {}^k n \quad (6.122)$$

$${}^l c_{x_i} = \sum_{j=1}^{l_N} {}^l u_{ij} {}^l p_{x_j} \quad \forall i \leq {}^l n \quad (6.123)$$

$${}^l c_{y_i} = \sum_{j=1}^{l_N} {}^l u_{ij} {}^l p_{y_j} \quad \forall i \leq {}^l n \quad (6.124)$$

$$\varepsilon_i \geq 0 \quad \forall i \in \mathcal{A} \quad (6.125)$$

$${}^kx, {}^ky, {}^lx, {}^ly \quad \text{teken onbeperk} \quad (6.126)$$

$${}^kx_i, {}^ky_i \quad \text{teken onbeperk} \quad \forall i \leq {}^kn \quad (6.127)$$

$${}^lx_i, {}^ly_i \quad \text{teken onbeperk} \quad \forall i \leq {}^ln \quad (6.128)$$

$${}^ku_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \leq {}^kn, j \leq {}^kN \quad (6.129)$$

$${}^lu_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \leq {}^ln, j \leq {}^lN \quad (6.130)$$

Die afvoer wat uit die oplossing van die VRP IV-LP vir hkl -konfigurasië verkry word, is

1. die waarde van die doelfunksiewaarde z en die afwykingsveranderlikes ε_i , $i \in \mathcal{A}$,
2. die koördinate van die vragmassamiddelpunte $\{({}^kx, {}^ky), ({}^lx, {}^ly)\}$,
3. ten opsigte van elkeen van die skakelwa se Vrageenhede i , $i \leq {}^kn$,
 - (a) toewysingsveranderlike se waardes $\{{}^ku_{ij} : j \leq {}^kN\}$
 - (b) massamiddelpunt se koördinate $({}^kx_i, {}^ky_i)$ en
4. ten opsigte van elkeen van die leunwa se Vrageenhede i , $i \leq {}^ln$,
 - (a) toewysingsveranderlike se waardes $\{{}^lu_{ij} : j \leq {}^lN\}$
 - (b) massamiddelpunt se koördinate $({}^lx_i, {}^ly_i)$.

Om die aanwending van die LP te demonstreer, volg 'n numeriese voorbeeld hieronder.

6.15.1 Numeriese voorbeeld

Toevoer tot die LP

'n Vrageenheid met parameters soos vervat in Tabel 6-7 moet aanboord 'n bepaalde skakelwa en leunwa in 'n hkl -konfigurasië-voertuig gelaai word. Die kandidaatposisies wat die palette mag inneem se koördinate word aangetoon in Tabel 6-8. Die massaparameters word aangewend in die vasstelling van die aktiewe beperkings sowel as Beperkings (6.111) tot (6.116).

Die parameters van die voertuig in hierdie probleem ${}^{hkl}\mathcal{P}$ is identies aan (4.4.4), wat die parameters is van die voertuig wat in die numeriese voorbeeld in §4.4.3 gebruik is. Die dimensionele paramaters word gebruik in die voorafbepaling van die kandidaatposisies van palette op die vragarea terwyl die ander parameters aangewend word om die apeksmassa en die aktiewe beperkings te verkry.

$$\begin{aligned} {}^{hkl}\mathcal{P} = \{ & \mathbf{g} = 9.81, {}^h\delta = 3.975, {}^k\delta = 7.4, {}^l\delta = 8, {}^k\zeta = 9.155, {}^l\zeta = 9.755, \\ & {}^k\Lambda = 10.655, {}^k\lambda = 6.07, {}^l\Lambda = 12.203, {}^l\lambda = 12.203, {}^h\kappa = 0.6, {}^k\kappa = 0.63, \\ & {}^k\omega = 1.8, {}^k\Omega = 2.45, {}^l\omega = 1.8, {}^l\Omega = 2.45, {}^{ht}T = 5527, {}^{hd}T = 3893, \\ & {}^{kp}T = 1552, {}^{ka}T = 3148, {}^{lp}T = 1440, {}^{la}T = 3780 \}, \end{aligned} \quad (6.131)$$

Skakelwa-palette		Leunwa-palette			
Palet i	$^k m_i$	Palet i	$^l m_i$	Palet i	$^l m_i$
1	435.6	1	1024.8	13	1193.05
2	434.69	2	736.74	14	1575.33
3	464.39	3	849.6	15	1138.32
4	553.85	4	794.46	16	1529.88
5	524.9	5	758.99	17	1510.61
6	842.74	6	791.21	18	1185.47
7	865.23	7	901.44	19	2604.14
8	705.45	8	829.32	20	1965.57
9	912.28	9	927.8	21	2176.16
10	852.14	10	930.85	22	1967.32
11	1040.85	11	1245.92	23	2130.11
12	814.87	12	1302.92	24	1974.5

Tabel 6-7: Paletmassas vir die skakelwa en leunwa van 'n *hkl*-konfigurasie-voertuig

Skakelwa-posisies			Leunwa-posisies					
Posisie j	$^k x_j$	$^k y_j$	Posisie j	$^l x_j$	$^l y_j$	Posisie j	$^l x_j$	$^l y_j$
1	-0.61	3.59	1	-0.61	-1.93	1	-0.61	4.16
2	0.61	3.59	2	0.61	-1.93	2	0.61	4.16
3	-0.61	4.6	3	-0.61	-0.92	3	-0.61	5.18
4	0.61	4.6	4	0.61	-0.92	4	0.61	5.18
5	-0.61	5.61	5	-0.61	0.1	5	-0.61	6.19
6	0.61	5.61	6	0.61	0.1	6	0.61	6.19
7	-0.61	6.63	7	-0.61	1.11	7	-0.61	7.21
8	0.61	6.63	8	0.61	1.11	8	0.61	7.21
9	-0.61	7.64	9	-0.61	2.13	9	-0.61	8.22
10	0.61	7.64	10	0.61	2.13	10	0.61	8.22
11	-0.61	8.65	11	-0.61	3.15	11	-0.61	9.24
12	0.61	8.65	12	0.61	3.15	12	0.61	9.24

Tabel 6-8: Kandidaatposisies vir palette op die skakelwa en leunwa van 'n *hkl*-konfigurasie-voertuig

Uit die resultaat van Algoritme 1 word die apeksmassas gevind as ${}^{kl}\mathbf{m}^* = 33137$ en ${}^l\mathbf{m}^* = 24440$.

Vir die vragmassas ${}^{kl}\mathbf{m} = 32637$ en ${}^l\mathbf{m} = 24190$ is die resultaat van Algoritme 2 die aktiewe beperkings $\mathcal{A} = \{10, 12, 13, 39, 40, 41, 42, 44\}$ uit Tabel 3-7, wat na vereenvoudiging die toevoer tot (6.111)

$$\begin{bmatrix} \underline{a}'_{10} \\ \underline{a}'_{12} \\ \underline{a}'_{13} \\ \underline{a}'_{39} \\ \underline{a}'_{40} \\ \underline{a}'_{41} \\ \underline{a}'_{42} \\ \underline{a}'_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1690.26 & 0 & 381.19 \\ 0 & -11197.98 & 0 & 27137.63 \\ 0 & 0 & 0 & -29662.99 \\ 0 & 0 & 0 & 29662.99 \\ 96675.92 & 559.9 & 0 & -1356.88 \\ -96675.92 & 559.9 & 0 & -1356.88 \\ 0 & 0 & 276854.55 & 1483.15 \\ 0 & 0 & -276854.55 & 1483.15 \end{bmatrix} \quad (6.132)$$

en

$$\begin{bmatrix} \mathbf{b}'_{10} \\ \mathbf{b}'_{12} \\ \mathbf{b}'_{13} \\ \mathbf{b}'_{39} \\ \mathbf{b}'_{40} \\ \mathbf{b}'_{41} \\ \mathbf{b}'_{42} \\ \mathbf{b}'_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16365.35 \\ 38058.82 \\ -107056.53 \\ 111961.53 \\ 6333.53 \\ 6333.53 \\ 13719.29 \\ 13719.29 \end{bmatrix}, \quad (6.133)$$

lewer.

Afvoer uit die LP

Oplossing van die LP lewer die doelfunksiewaarde, afwykingsveranderlikes en massamiddelpunt-koördinate

$$\{z = 0, \{\varepsilon_i = 0 : i \in \mathcal{A}\}, {}^kx = 0.06, {}^ky = 6.03, {}^lx = 0.01, {}^ly = 3.64\},$$

en die waardes van die toekenningsveranderlike ${}^lu_{ij}, i \leq {}^ln, j \leq {}^lN$ in Tabel 6-9. Die koördinate van Posisie $j, j \leq {}^kN$ vir die skakelwa en Posisie $j, j \leq {}^lN$ vir die leunwa, kan uit Tabel 6-8 afgelees word.

Die oplossing word grafies voorgestel in Figuur 6.7. Aan die linkerkant van die figuur kan die posisies van die palette op die vragdek gesien word. Die wit skyfie op elke palet dui die palet se identifikasienommer uit Tabel 6-7 aan. Die kleur van elke vragteenheid is 'n aanduiding van die vragteenheid se relatiewe massa, waar 'n donker skakering aandui dat

Skakelwa-resultate			Leunwa-resultate		
Waarde van ${}^k u_{i,j}$		Resulterende plasing	Waarde van ${}^l u_{i,j}$		Resulterende plasing
${}^k u_{1,9}$	= 1	⇒ Palet 1 in Posisie 9	${}^l u_{1,8}$	= 1	⇒ Palet 1 in Posisie 8
${}^k u_{2,7}$	= 1	⇒ Palet 2 in Posisie 7	${}^l u_{2,21}$	= 1	⇒ Palet 2 in Posisie 21
${}^k u_{3,8}$	= 1	⇒ Palet 3 in Posisie 8	${}^l u_{3,20}$	= 1	⇒ Palet 3 in Posisie 20
${}^k u_{4,11}$	= 1	⇒ Palet 4 in Posisie 11	${}^l u_{4,22}$	= 1	⇒ Palet 4 in Posisie 22
${}^k u_{5,2}$	= 1	⇒ Palet 5 in Posisie 2	${}^l u_{5,19}$	= 1	⇒ Palet 5 in Posisie 19
${}^k u_{6,3}$	= 1	⇒ Palet 6 in Posisie 3	${}^l u_{6,11}$	= 1	⇒ Palet 6 in Posisie 11
${}^k u_{7,5}$	= 1	⇒ Palet 7 in Posisie 5	${}^l u_{7,15}$	= 1	⇒ Palet 7 in Posisie 15
${}^k u_{8,1}$	= 1	⇒ Palet 8 in Posisie 1	${}^l u_{8,10}$	= 1	⇒ Palet 8 in Posisie 10
${}^k u_{9,12}$	= 1	⇒ Palet 9 in Posisie 12	${}^l u_{9,9}$	= 1	⇒ Palet 9 in Posisie 9
${}^k u_{10,10}$	= 1	⇒ Palet 10 in Posisie 10	${}^l u_{10,24}$	= 1	⇒ Palet 10 in Posisie 24
${}^k u_{11,4}$	= 1	⇒ Palet 11 in Posisie 4	${}^l u_{11,7}$	= 1	⇒ Palet 11 in Posisie 7
${}^k u_{12,6}$	= 1	⇒ Palet 12 in Posisie 6	${}^l u_{12,3}$	= 1	⇒ Palet 12 in Posisie 3
			${}^l u_{13,2}$	= 1	⇒ Palet 13 in Posisie 2
			${}^l u_{14,1}$	= 1	⇒ Palet 14 in Posisie 1
			${}^l u_{15,6}$	= 1	⇒ Palet 15 in Posisie 6
			${}^l u_{16,4}$	= 1	⇒ Palet 16 in Posisie 4
			${}^l u_{17,5}$	= 1	⇒ Palet 17 in Posisie 5
			${}^l u_{18,14}$	= 1	⇒ Palet 18 in Posisie 14
			${}^l u_{19,18}$	= 1	⇒ Palet 19 in Posisie 18
			${}^l u_{20,13}$	= 1	⇒ Palet 20 in Posisie 13
			${}^l u_{21,16}$	= 1	⇒ Palet 21 in Posisie 16
			${}^l u_{22,23}$	= 1	⇒ Palet 22 in Posisie 23
			${}^l u_{23,17}$	= 1	⇒ Palet 23 in Posisie 17
			${}^l u_{24,12}$	= 1	⇒ Palet 24 in Posisie 12

Tabel 6-9: Waarde van die toekenningsveranderlike u_{ij} wat Palet i aan Posisie j toeken in die resultaat van die VRP IV vir *hkl*-konfigurasie

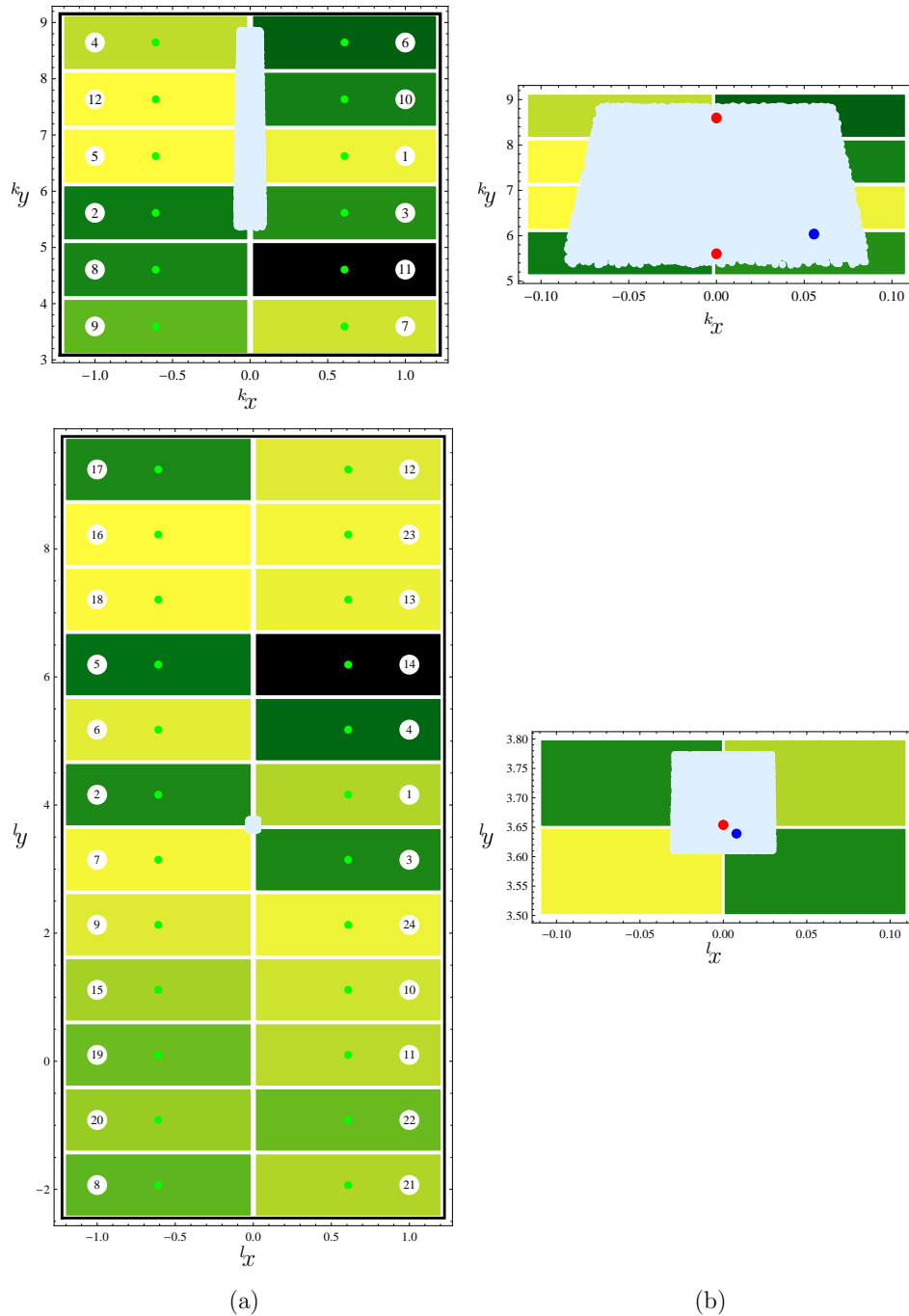
'n vrageenheid relatief swaar in massa is en 'n ligte skakering aandui dat dit relatief lig in massa is. Die heldergroen skyfies in die geometriese middelpunt van elke vrageenheid is die massamiddelpunt. Die massamiddelpunt van die vrageenhede stem ooreen met die posisies van die massamiddepunte in Tabel 6-8. Uit die verspreiding van die ligte en swaarder palette oor die vrag-area se lengte kan gesien word dat daar ewe veel ligte en swaar palette aan die voorkant van die toelaatbare gebied is as agter, en dat daar ook 'n balans is tussen die linker- en regterkant.

Die toelaatbare gebied is 'n vierdimensionele ruimte. Ten einde die effek van die aktiewe beperkings in die afbakening van die toelaatbare gebied grafies voor te stel, is daar 10^6 vier-koördinaatpunte in die omgewing van die toelaatbare gebied op 'n ewekansige wyse geskep en aan die aktiewe beperkings onderwerp om 'n versameling van punte te verkry waarvan die koördinate binne die toelaatbare gebied val. Klein, ligblou kolletjies is geskep in die ligging van elke ingeslote punt se $(^kx, ^ky)$ -koördinaat op die skakelwa se vrag-area en $(^lx, ^ly)$ -koördinaat op die leunwa se vragarea, om die effek van 'n ingekleurde toelaatbare gebied te verkry. In die vergrote beeld van die toelaatbare gebied word die vragmassamiddelpunt voorgestel deur die blou skyfie wat goed binne die toelaatbare gebied geleë is.

6.16 Samevatting

In hierdie hoofstuk is die aanwending van beperkings op die ligging van 'n vrag se massamiddelpunt in die oplossing van 'n seleksie van algemene vragangskikkingsprobleme gedemonstreer. Die verskillende vragangskikkingsprobleme word opgelos deur middel van lineêre programme, waarvoor op 'n progressiewe wyse of kontrasterende wyse beperkings ontwikkel is om die rangskikkingsvoorskrifte na te kom. Ten laaste is 'n LP-model ontwikkel vir 'n dubbel-vragdek-voertuig om die verskille in die struktuur tussen 'n enkel-vragdek-voertuig en 'n dubbel-vragdek-voertuig aan te toon, maar ook te demonstreer dat die lineêre programme vragangskikkingsprobleem gelyktydig vir beide vragdekke opgelos kan word.

Hierdie hoofstuk het die eenvoud van die nodige toevoer- of koppelvlak na die oplossing van rangskikkingsprobleme met lineêre programme gedemonstreer sowel as die aanwending van die afvoer.



Figuur 6.7: Grafiese voorstelling van die oplossing van die plasing van palette aanboord 'n interlink. (a) Vraagstukke se posisies op die vraagarea. (b) Massamiddelpunt van die vraag in 'n vergroting van die toelaatbare gebied.

Hoofstuk 7

Slotopmerkings

In hierdie hoofstuk word 'n kort opsomming verskaf van die inhoud van die verskillende hoofstukke. Die bereiking van doelwitte wat in Hoofstuk 1 gestel is, word aan die relevante gedeeltes van die proefskrif gekoppel. Dit word gevolg deur 'n samevatting van dit wat bereik is in die studie en gevolgtrekkings wat daaruit gemaak kan word. 'n Waardebepaling van die hoofbydraes van die proefskrif word verskaf, gevolg deur aanbevelings vir toekomstige navorsing.

7.1 Proefskrif-opsomming

Hoofstuk 1 is gewy aan 'n inleiding tot die onderwerp. Die behoefte aan metodes om voertuie te laai met vragrangskikkings wat toelaatbaar is in terme van wetgewing is verduidelik. Die doelwitte van die studie en die struktuur van die proefskrif is uiteengesit.

Hoofstuk 2 handel oor die literatuurstudie wat uitgevoer is. Die bydraes uit vorige ondersoeke van pak- en laai probleme wat in die literatuur opgespoor kon word, is oorsigtelik beskou en geëvalueer as boustone vir hierdie studie. Twee studies wat 'n vragrangskikkingsprobleem met wetlike beperkings op asmassalaste ontoereikend aanspreek, word in meer detail geëvalueer. Die literatuurstudie dui bepaalde behoeftes in navorsing aan.

Hoofstuk 3 stel die wetgewing bekend wat asmassalagrense bepaal. Die versameling van algemene voertuig-konfigurasies wat in die proefskrif as basis dien vir ontwikkelingswerk, word bekend gestel. Die wetlike vereistes word herlei na beperkingstelle in die vorm van wiskundige ongelykhede vir elkeen van die verskillende konfigurasies.

Hoofstuk 4 word gebruik om 'n metode te ontwikkel om die laste wat 'n voertuig op die pad uitoefen op 'n konserwatiewe wyse te bereken. Die berekeninge word parametries gespesifiseer en is geskik om in die wiskundige ongelykhede van Hoofstuk 3 opgeneem te word.

Hoofstuk 5 beskryf die toelaatbare ruimte wat verkry word deur die kombinasie van die lasbrekeninge van Hoofstuk 4 met die beperkings van Hoofstuk 3. Daar word aangetoon

hoe lineêre beperkings vir vragmassamiddelpunte uit die grense van die toelaatbare ruimte verkry word. Daar word aangetoon hoe aktiewe beperkings 'n toelaatbare area afbaken. Die maksimum massa en grense vir die toelaatbare area vir vragmassamiddelpunte by die maksimum massa word ook verkry.

Hoofstuk 6 demonstreer die nut van die afgebakende toelaatbare area vir vragmassamiddelpunte in oplossings vir enkele vragrangskikkingsprobleme. Lineêre programme word voorgestel wat vragrangskikking verrig en die resultate van enkele oplossings word verskaf om die uitvoerbaarheid te demonstreer.

7.2 Bereiking van die doelwitte

In Hoofstuk 1 is die volgende doelwitte gestel vir bereiking in die proefskrif:

Doelwit I: Om 'n literatuurstudie uit te voer van operasionele navorsingsmetodes wat oor vragrangskikking handel.

Doelwit II: Om lasgrensverwante wetgewing te ontleed en dit na beperkings te herlei.

Doelwit III: Om meganiese modelle te ontwikkel wat die kragte in die aste en wiele van vragvoertuie konserwatief beraam.

Doelwit IV: Om die beraamde kragte uit Doelwit III in die beperkings uit Doelwit II te inkorporeer ten einde beperkings te kry vir die vrag aanboord 'n spesifieke voertuig.

Doelwit V: Om die gebruik van die beperkings uit Doelwit IV te demonstreer in 'n seleksie van vragrangskikkingsomgewings.

Doelwit VI: Om 'n oorsig te verskaf van wat in die studie bereik is en geleenthede uit te lig vir verdere werk in navorsing oor vragrangskikking aanboord vragvoertuie.

Doelwit I word bereik in Hoofstuk 2 waarin daar verslag gedoen word oor die literatuur wat bestudeer is aangaande vragrangskikking. Hoewel navorsing oor ruimtelike benutting in pakprobleme heelwat aandag geniet is daar 'n ooglopende tekort aan navorsing oor vragrangskikking met inagneming van beperkings op die vragmassamiddelpunt. Studies wat wel vragrangskikking uitvoer, verrig dit aan die hand van heuristieke en daar is geen aanduiding of die uiteindelijke rangskikkings teen voorafbepaalde voorskrifte gemeet word of daaraan voldoen nie. Die literatuurstudie dui daarop dat metodes gevind moet word om grense vir die massamiddelpunt van 'n vragrangskikking te bepaal.

Doelwit II word bereik in Hoofstuk 3 waarin die lasgrensverwante wetgewing geïdentifiseer word en van toepassing gemaak word op voertuie se laspunte. In §3.1 en §3.3 word die wetgewing ontleed en in §3.4 tot §3.5 gekoppel aan algemene voertuig-konfigurasies waarvoor omvattende beperkingstelle geskep word.

Doelwit III word bereik in Hoofstuk 4 waarin daar meganiese modelle aangewend word om die kragte in voertuie se laspunte konserwatief te beraam. In §4.1 en §4.2 word die basiese

berekeningsmodelle bekend gestel en in §4.3 word die konserwatiewe aard gemotiveer. In §4.4 word daar formules ontwikkel wat die kragte in alle laspunte van die konfigurasies onder beskouing beraam.

Doelwit IV word bereik in Hoofstuk 5 waarin die kragte uit Doelwit III met die beperkings in Doelwit II gekombineer word om 'n toelaatbare ruimte vir vragmassamiddelpunte af te baken. Konsepte word bekend gestel in §5.1 tot §5.6 en tegnieke ontwikkel in §5.8 tot §5.9 om die toelaatbare area te bepaal vir die vragmassamiddelpunt van 'n spesifieke vrag. Die maksimum massa en toelaatbare area daarvoor is ook verkry in §5.10.

Doelwit V word bereik in Hoofstuk 6 waarin enkele vragrangskikkingsprobleme bekend gestel word en lineêre programmeringsmodelle aangebied word om die rangskikkings uit te voer. Die lineêre programme gebruik die beperkings op die toelaatbare gebied van Doelwit IV om toelaatbare rangskikkings te vind. In §6.1 tot §6.7 word die vragrangskikkingsmodelle konseptueel beskryf waarna daar in §6.8 tot §6.15 uitbreidings en aanpassings aan beperkings van die LP's gedoen word om die nodige rangskikkingsvermoë te skep.

Doelwit VI word bereik in Hoofstuk 7 waarin daar 'n oorsig verskaf word van dit wat met die studie bereik is in §7.1 tot §7.4. Idees vir toekomstige navorsing word in §7.5 aangebied.

7.3 Samevatting en gevolgtrekkings

Hierdie proefskrif stel metodes bekend waarmee asmassalagrens-beperkings in die wetboek na wiskundige beperkings vir wiel- en aslaste herlei kan word. Konserwatiewe beramings van die laste word in die ongelykhede opgeneem om 'n toelaatbare ruimte vir massamiddelpunte te bepaal. Aktiewe beperkings vir die toelaatbare area vir die massamiddelpunt van 'n bepaalde vrag, vir 'n spesifieke voertuig, word uit die toelaatbare ruimte verkry. Die aktiewe beperkings se aanwending word in die oplos van enkele vragrangskikkingsprobleme, met behulp van lineêre programme, gedemonstreer.

Dit is moontlik om vragrangskikkings te vind wat wetlik toelaatbaar is vir 'n gegewe vrag en 'n gegewe voertuig. Daar word vereis dat die dimensionele en massa parameters van die voertuig en die vrag beskikbaar is¹ en die nodige posisioneringsvryhede bestaan op die voertuig se vragarea. Lineêre programmering is geskik om vragrangskikking uit te voer vir sekere rangskikkingsprobleme waarin daar diskrete sowel as kontinue vryhede bestaan.

¹Vir gevalle waar dimensionele- en massa inligting nie geredelik vir 'n voertuig beskikbaar is nie, is die bepaling daarvan 'n eenvoudige proses wat bestaan uit die neem van fisiese afmetings en weeg van die leë voertuig.

7.4 Waardebepaling van hoofbydraes

Die hoofbydraes tot die kennis van vragrangskikking wat deur hierdie studie gemaak word, is soos volg

1. Dit verskaf 'n metode waarmee beperkings op die posisie van die vragmassamiddelpunt vir 'n gegewe vrag en voertuig bepaal kan word.
2. Dit verskaf 'n metode waarmee die maksimum massa wat aanboord 'n spesifieke voertuig gelaai mag word, bepaal kan word, asook beperkings op die posisies van vragte by daardie massa.
3. Dit verskaf lineêre programme vir vier algemene vragrangskikkingsprobleme.

Vir elke voertuig wat 'n bepaalde vrag moet dra, is daar 'n ruimte wat as die massamiddelpunt van die vrag in daardie ruimte val, dan sal geeneen van die wiele of asse enige massalagrense oorskry nie. Inligting oor die ligging van die toelaatbare area soos beskryf deur sy beperkings, laat die vergelyking toe van alternatiewe vragrangskikkings vir enige vrag waarvan die massamiddelpunt bekend is - ongeag of die vergelyking tydens die fisiese laaiwerk gedoen word of as deel van 'n rekenaarprogram wat vragbeplanning uitvoer. Inligting van die toelaatbare area kan aangewend word as stakingsvoorwaardes in heuristiese soekprosesse na wetlike vragrangskikkings, sowel as in beperkings in lineêre programme wat vragrangskikking uitvoer.

Inligting oor die maksimum massa wat aanboord 'n spesifieke voertuig gelaai mag word, is bruikbaar om te diskrimineer tussen wettige en onwettige vragte. Dit kan ook dien as 'n maatstaf waarteen 'n voertuig se kapasiteitsbenutting gemeet kan word. Inligting oor die posisie waar die massamiddelpunte van vrag by die maksimum massa geposisioneer mag word, is geskik as posisies vir vrag van enige massa laer as die maksimum massa. As daar dus vryheid bestaan oor die posisionering van ligter vrag is geen verdere bepaling van 'n toelaatbare gebied vir die massamiddelpunt van die ligter vrag nodig nie.

Die lineêre programme demonstreer die aanwending van beperkings wat ontwikkel is om vrageenhede te posisioneer, te roteer, in 'n volgorde te rangskik en voorafbepaalde vragposisies toe te ken. Hierdie beperkings kan in enige rangskikkingsomgewing gebruik word waar die behoefte bestaan om die bepaalde handeling op vrageenhede uit te voer.

7.5 Aanbevelings vir toekomstige werk

Die beperkings op die toelaatbare ruimte is die resultaat van 'n soekproses onder die snypunte van randvergelykings. Wanneer snypunte gesoek word by massas wat naby is aan die apeks van die toelaatbare ruimte, bestaan die gevaar dat twee verskillende snypunte weens afronding of beperkte presiesheid van die verwerker on-onderskeibaar is, wat lei tot die onbepaalbaarheid van 'n toelaatbare ruimte. Navorsing word benodig

wat die verband ondersoek tussen voertuie se parameters en die grenswaarde van massas waarby beperkings op die toelaatbare area onbepaalbaar word.

Die oplostye van verskillende vragversamelings vir dieselfde rangskikkingsprobleem verskil. Die tye varieer na gelang van die grootte van die toelaatbare area, die aantal vrageenhede en die variasie wat bestaan in die dimensies van die koördinate van vrageenhede se hoeke en massamiddelpunte. Navorsing oor grenswaardes vir oplostye teenoor eienskappe van die vrageenhede kan moontlik leiding verskaf vir die rigting van ontwikkeling van rangskikkingsheuristieke.

In al die vragrangskikkingsprobleme wat beskou is, is aanvaar dat die voertuie punt tot punt aflewings doen. Wanneer 'n voertuig by verskillende aandoenpunte in 'n rit gedeeltes van die vrag oplaai of aflaai, verander die massamiddelpunt van die vrag by elke aandoenpunt en kan dit gebeur dat massalagrense verbreek word terwyl die voertuig se kapasiteit in wese onderbenut is. Vragrangskikkingsformulerings behoort nagevors te word vir die “tussen aandoenpunte”-toestande met kennis van die toelaatbare area.

Bibliografie

- [1] AMIOUNY SV, BARTHOLDI JJ & VANDEVATE JH, 1992, *Balanced loading*, Operations Research, **40(2)**, pp. 238–246.
- [2] BISCHOFF EE & MARRIOTT MD, 1990, *A comparative evaluation of heuristics for container loading*, European Journal of Operational Research, **44(2)**, pp. 267–276.
- [3] BISCHOFF EE & RATCLIFF MSW, 1995, *Issues in the development of approaches to container loading*, Omega, International Journal of Management Science, **23(4)**, pp. 377–390.
- [4] BISCHOFF EE & RATCLIFF MSW, 1995, *Loading multiple pallets*, Journal of the Operational Research Society, **46(11)**, pp. 1322–1336.
- [5] BRITS R & CONRADIE P, 2003, *A model to optimise payloads at pfg building glass*, South African Journal of Industrial Engineering, **14(1)**, pp. 1–16.
- [6] COLLINGS P, 2006, *Grace under pressure*, Fleetwatch.
- [7] CSIR, ROADS AND TRANSPORT TECHNOLOGY, 1997, *The damaging effect of overloaded heavy vehicles on roads*, Pad27, 4^{de} Uitgawe, Department of Transport, Directorate: Traffic Control, P.O. Box 415, Pretoria, 001.
- [8] DAVIES AP & BISCHOFF EE, 1999, *Weight distribution considerations in container loading*, European Journal of Operational Research, **114**, pp. 509–527.
- [9] DYCKOFF H, 1990, *A typology of cutting and packing problems*, European Journal of Operational Research, **44(2)**, pp. 145–159.
- [10] EILON S & CHRISTOFIDES N, 1971, *The loading problem*, Decision Science, **17(5)**, pp. 247–258.
- [11] GEHRING H, MENSCHNER K & MEYER M, 1990, *A computer-based heuristic for packing pooled shipment containers*, European Journal of Operational Research, **44(2)**, pp. 277–288.
- [12] HAESSLER RW & TALBOT FB, 1990, *Load planning for shipments of low density products*, European Journal of Operational Research, **44(2)**, pp. 289–299.

-
- [13] KRITZINGER MSB, LABUSCHAGNE FJ & PIENAAR PD, 1972, *Verklarende Afrikaanse Woordeboek*, 6th Uitgawe, JL van Schaik Beperk, Libri-gebou, Pretoria.
- [14] MONGEAU M & BES C, 2003, *Optimisation of aircraft container loading*, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, **36(1)**, pp. 140–150.
- [15] RATCLIFF MSW & BISCHOFF EE, 1998, *Allowing for weight considerations in container loading*, OR Spektrum, **20(1)**, pp. 65–71.
- [16] REPUBLIEK VAN SUID-AFRIKA, 2000, *Nasionale padverkeersregulasies*, Staatskoerant, (**GNR.225**).
- [17] REPUBLIEK VAN SUID-AFRIKA, 2003, *Die nasionale padverkeerswet no 93 van 1996*, Staatskoerant, (**25541**).
- [18] REPUBLIEK VAN SUID-AFRIKA, 2007, *Wet op administratiewe beregting van verkeersoortredings no 46 van 1998*, Staatskoerant, (**30033**).
- [19] SALLIE I, 2006, *Overload analysis February '05*, ISallie@csir.co.za e-pos met voertuigmassa-data vir KwaZulu-Natal weegbrûe.
- [20] SPECIAL REPORT, 2011, *Beware the backlash*, Fleetwatch.
- [21] SUID-AFRIKAANSE BURO VAN STANDAARDE, 1992, *Code of practice sabs 013: The determination of performance (at net power) of internal combustion engines*, Pretoria.
- [22] SUID-AFRIKAANSE BURO VAN STANDAARDE, 1992, *Sabs 1550: Motorvoertuigbande en vellings*, Pretoria.
- [23] SWEENEY PE & PATERNOSTER ER, 1992, *Cutting and packing problems: A categorised application oriented research bibliography*, Journal of the Operational Research Society.
- [24] TAHA H, 2004, *An alternative model for optimising payloads of building glass*, South African Journal of Industrial Engineering, **15(1)**, pp. 31–42.
- [25] THE TECHNICAL COMMITTEE FOR STANDARDS AND PROCEDURES FOR TRAFFIC CONTROL AND TRAFFIC CONTROL EQUIPMENT, 2007, *Prosecution Guideline for vehicle mass measuring*, National Department of Transport.
- [26] WÄSCHER G, HAUSSNER H & SCHUMANN H, 2007, *An improved typology of cutting and packing problems*, European Journal of Operational Research.
- [27] WNNR, NASIONALE INSTITUUT VIR VERVOER EN PADNAVORSING, 1987, *Skade aan paaie deur oorbelaste swaarvoertuie*, Pad27, 3^{de} Uitgawe, WNNR, Nasionale Instituut vir Vervoer en Padnavorsing, Posbus 395, Pretoria, 001.

A.4 Parameters vir 'n hls-konfigurasie-voertuig

ppd(f)

NOTE: ALL TARES ARE ESTIMATED
TRUCK TARE = 9104 kg
TRAILER TARE = 6660 kg
PUP TRAILER TARE = 4050 kg
TOTAL PAYLOAD = 36186 kg

22000 OVERALL LENGTH
 13500 DECK LENGTH
 4500 DECK LENGTH
 9420 WHEELBASE

TARE	1665	1665
5th WHEEL	0	0
PAYLOAD	14425	6944
GROSS	16090	8609

OPT-01 OPT-02

TARE	4050	4050
PAYLOAD	3986	12200
GROSS	8036	16290

OPT-01 OPT-02

TARE	6660	6660
PAYLOAD	32200	15500
GROSS	38860	22160

OPT-01 OPT-02

TARES INCLUDE :

4176	4176
13821	7395
17997	11571

OPT-01 OPT-02

OPT-01 --> OPTION 1
 (OPT-02) --> OPTION 2

BRIDGE FORMULA CALCULATED ACCORDING TO OPTION 1

AXLE GROUP	DISTANCE	ACTUAL	LE GAL	RESULT
A-C	14130	47964	47673	291
B-C	10970	40767	40911	-142
A-D	19492	56000	56000	0
B-D	16272	48803	52171	-3368
C-D	5362	30806	29260	7546

BRIDGE FORMULA

(A) --- (B) --- (C) --- (D) --- (E)

BRIDGE FORMULA CALCULATED ACCORDING TO OPTION 2

TARE	4928	4928
PAYLOAD	2269	1214
GROSS	7197	6142

OPT-01 OPT-02

TARE	4985	4985
PUP TARE	620	620
PAYLOAD	17775	8556
PUP PAYLOAD	610	1866
GROSS	24000	16037

OPT-01 OPT-02

TARE	3430	3430
PAYLOAD	3376	10334
GROSS	6806	13764

OPT-01 OPT-02

TOTAL PAYLOAD = 36186 kg

TOTAL PAYLOAD	36186 kg
GCM	56000 kg
POWER	KW

ALL TARES ARE ESTIMATED

SCALE DATE
 GA-1837 30/11/07

TITLE
 TRIDEM FLATDECK WITH TANDEM PUP TRAILER
 ON MAN TGA 33.480 6X4 BBS