Aanpassing van grootte-mengsels tydens voorraadtoewysing in 'n kettingwinkel

Elmien Thom, Stephan Visagie, Jason Matthews

Summary

The allocation of stock to stores is one of the important processes in the management of a retail chain. In the clothing industry, allocation decisions include, amongst other, the calculation of the number of each size (for example small, medium and large) to send to each store. A case study of this problem in Pep Stores Ltd (PEP), a major retailer in South Africa, is considered in this article.

In PEP, products are ordered from factories months before they are available in the stores. They are then shipped to the distribution centres, after which they are distributed by road to the stores. Underlying the distribution network are two processes: the planning process and the allocation process. During the planning process, preliminary allocation decisions are made. During the allocation process, when more recent sales data are available, the initial planning is adjusted, and decisions about the allocation of products and sizes to the stores are finalised. In this article, models are developed that can be used while making these final allocation decisions. The goal of these models attempts to allocate stock such that no store receives too much or too little stock of any size.

Four models are presented in which the expected stock shortages and surpluses at stores are minimised. Two of them are goal programming models. The first goal programming model is not recommended, as the second model achieves better results in a shorter solution time. The second goal programming model achieves good results, but in some cases, the solution time is too long. Two relaxations of this model were developed in order to reduce solution time. These two models achieve satisfactory solution times and obtain, on average, an improvement of up to 27% on PEP's method according to the different measuring criteria.

Keywords: *goal programming; allocation; stock; size-mix; retail store.*

Opsomming

Die toewysing van voorraad aan winkels is een van die belangrike prosesse in die bestuur van 'n kettingwinkel. In die klerebedryf behels toewysingsbesluite onder andere die bepaling van hoeveelhede van elke grootte (byvoorbeeld klein, medium en groot) wat aan elke winkel gestuur moet word. 'n Gevallestudie van hierdie probleem in Pep Stores Bpk. (PEP), een van die vernaamste kleinhandelaars in Suid-Afrika, word in hierdie artikel beskou.

In PEP word produkte by fabrieke bestel maande voordat dit in die takke beskikbaar is. Vanaf die fabrieke word die produkte na hul distribusiesentra verskeep, van waar dit per pad na die onderskeie takke versprei word. Onderliggend aan die verspreidingsnetwerk is 'n beplanningsproses en 'n toewysingsproses. Tydens die beplanningsproses word daar

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

voorlopige toewysingsbesluite geneem. Tydens die toewysingsproses, wanneer daar meer onlangse verkoopsdata beskikbaar is, word die aanvanklike beplanning aangepas en word daar finaal besluit hoeveel van elke produk en grootte aan elke tak gestuur sal word. In hierdie artikel word modelle ontwikkel wat gebruik kan word wanneer hierdie finale toewysingsbesluite geneem word. Die doelwit van die modelle poog om voorraad só toe te wys dat geen winkel te min of te veel voorraad van enige grootte ontvang nie.

Vier modelle word aangebied waarin die verwagte voorraad-tekorte en -surplusse by die takke geminimeer word. Twee van die modelle is doelwitprogrammeringsmodelle. Die eerste doelwitprogrammeringsmodel word nie aanbeveel nie, aangesien die tweede model beter resultate lewer in ’n korter oplossingstyd. Die tweede doelwitprogrammeringsmodel lewer goeie resultate, maar die oplossingstyd is in party gevalle te lank. Daarom is twee verslappings van hierdie model ontwikkel met die oog op die vermindering van oplossingstyd. Hierdie twee modelle lewer bevredigende oplossingstye en toon ’n gemiddelde verbetering van tot 27% op PEP se huidige oplossing volgens die verskillende maatstawwe.

Trefwoorde: doelwitprogrammering; grootte-mengsels; kettingwinkel; toewysing; voorraad.

Extended Abstract

One of a retailer’s challenges is to decide on the quantities of stock to distribute from the distribution centre (DC) to the various stores. In the clothing industry, allocation decisions include, amongst others, the calculation of the number of each size (for example small, medium and large) to send to each store. A case study of this problem in Pep Stores Ltd (PEP) [18], a major retailer in South Africa, is considered in this article.

In PEP, products are ordered from factories about a season (6 months) before they are available in the stores. They are then shipped to the DCs, after which they are distributed by road to the individual stores.

Underlying the distribution network are two processes: the planning process and the allocation process. During the planning process, preliminary allocation decisions are made. During the allocation process, when more recent sales data are available, the initial planning is adjusted, and decisions about the allocation of products and sizes to the stores are finalised. How to make these final allocation decisions is the main question that this article is concerned with.

During these final allocation decisions both the initial planning and the forecast future demand at each store for each size, which can now be done more accurately with more recent sales data and exact knowledge of the quantities delivered to the DC, are considered. The initial planning has to be adjusted for each new order that arrives at the DC.

PEP currently solves the problem by means of a heuristic algorithm. The heuristic starts with an initial solution that approximately satisfies demand for each size at each store, but which may be unfeasible. A set of rules is then followed to ensure a feasible solution, while attempting not to deviate too far from demand.

Two goal programming models, Model 1 and Model 2, were developed in which the expected stock shortages and surpluses at stores are minimised. The goal of these models is to minimise on a size level the deviation between the expected demand and the number

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

of units allocated to all stores. In Model 1, the maximum deviation from the target in all sizes and stores is minimised, and in Model 2, the sum of all the deviations in all sizes and stores is minimised. The models differentiate between shortages and surpluses, and weights are associated with each. The shortages carry a heavier weight than the surpluses, as they are more important.

By minimising the maximum deviation, Model 1 minimises the deviation from the target in all sizes and all stores. Model 2 has the limitation that it can minimise the sum of the deviations by trading off small deviations of some sizes for large deviations of others. To solve this problem, the allowed deviations per size and per store are bounded, to keep the allocated number of units per size and per store close to the demand. This is done by solving the problem with PEP's heuristic and determining the maximum deviation of the allocated stock from the target (or demand), as well as the maximum deviation per store, measured in number of weeks' stock. These deviations are then used as bounds on the allocated sizes and stores.

The goal programming models were solved in both Lingo 14.0 [14] and CPLEX 12.5 [1] for a data set, and compared with PEP's solution according to the total shortage and total surplus, the maximum shortage and surplus and the maximum shortage and surplus per store. The data set used in this test was relatively small with regard to the number of stores and sizes, compared with other data sets provided by PEP for testing purposes. In Lingo, the process for Model 1 was stopped after 13 hours and 34 minutes, at which time an optimal solution had not yet been reached. In CPLEX, an optimal solution for Model 1 was reached after 19,68 seconds. For Model 2, an optimal solution was reached after 4,89 seconds in Lingo and 4,83 seconds in CPLEX. Model 1 obtained good solutions compared with PEP's solution with regard to the maximum deviation, but bad solutions with regard to the total deviation. Model 2 obtained good results with regard to both the maximum deviation and the total deviation. Model 1 also has a longer solution time than Model 2 in CPLEX and cannot be solved in Lingo within a reasonable time. This pattern repeated itself with other data sets and Model 1 was thus not used in further experiments.

Model 2 was also tested for larger data sets. The solution quality was similar to that for the smaller data set, but the solution times were too long for practical purposes. Therefore two relaxations of Model 2, namely Model 3 and Model 4, were developed.

Model 3 adapts Model 2 to a point where the LP formulation's A-matrix is unimodular. This formulation has the property that if all the right hand sides of the model are integers, an optimal solution to the model will be integers as well [6]. Therefore, the demand for each size at each store – the right hand sides of the goal in Model 2 – are rounded to the nearest integer. This ensures that an optimal solution to the model will automatically be integers, without having to add integrality explicitly as a constraint. This leads to a shorter solution time.

Model 4 divides the problem into a number of smaller problems that can be solved in parallel. A master problem allocates stock to groups of stores, creating smaller subproblems. These subproblems are then solved individually by assigning stock to individual stores. Because the subproblems are solved in parallel, the solution time becomes shorter. Experiments were performed with some of the data sets to find a regression line for both Lingo and CPLEX in order to determine the number of subproblems needed to ensure that the solution time is close to a certain point, for example 10 seconds.

Using 18 data sets provided by PEP, Models 3 and 4 were tested and compared with PEP's solutions. For Model 4, the regression line was used to ensure that the solution time is approximately 10 seconds. On average over the 18 data sets, both models show an up to 27% improvement on PEP's solution according to the different criteria. On average, Model 3 is more successful in decreasing surpluses than Model 4, and Model 4

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

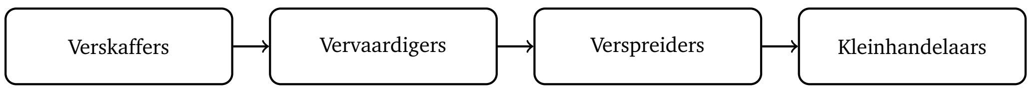
is more successful in decreasing shortages than Model 3. Although decreasing surpluses is less important than decreasing shortages, Model 3 has the advantage of a much shorter solution time than Model 4. (Decreasing surpluses is regarded as less important than decreasing shortages because surplus stock may be sold later in the season or at the end of the season at a discount, whereas stock shortages lead to a loss in income and dissatisfied customers.)

The solutions are exactly the same for Model 3 in Lingo and CPLEX, but differ for Model 4 because the number of subproblems differs depending on the software used. It differs because the solution times for different solvers differ. For Model 3, Lingo's solution time is on average about 3 seconds shorter than that of CPLEX. For Model 4, CPLEX does significantly better than Lingo with regard to the total shortage, and Lingo does significantly better than CPLEX with regard to the maximum surplus per store. CPLEX's solution time is on average about 3 seconds lower than that of Lingo for Model 4. Therefore, Lingo is recommended for Model 3 and CPLEX for Model 4, as shortages are more important than surpluses.

It is concluded from the results that there is room for improvement with regard to PEP's current solution method, as both investigated models improve on PEP's solution. Models can be refined in future research, for example by adding weights in the objective function to differentiate between more and less important sizes. Metaheuristics, for example the Tabu Search, may also be investigated as possible solution methods. PEP's data, which were taken as input to the model, can be analysed in future research, for example the expected demand in each size and store, or the forecast rate of sales at each store.

Inleiding

Toewysingsbesluite in 'n kettingwinkel vind plaas binne die raamwerk van die voorsieningsketting. Die voorsieningketting behels alle aktiwiteite wat gepaardgaan met die verwerking van produkte vanuit grondstowwe tot die finale vorm, asook die voorsiening van die finale produkte aan die verbruikers [19]. Daar is vier belangrike rolspelers in die proses om produkte te verwerk tot die finale vorm soos dit aan verbruikers voorsien word, naamlik die verskaffers, die vervaardigers, die verspreiders en die kleinhandelaars [21]. Die vloei van produkte deur die voorsieningsketting word in Figuur 1 voorgestel.



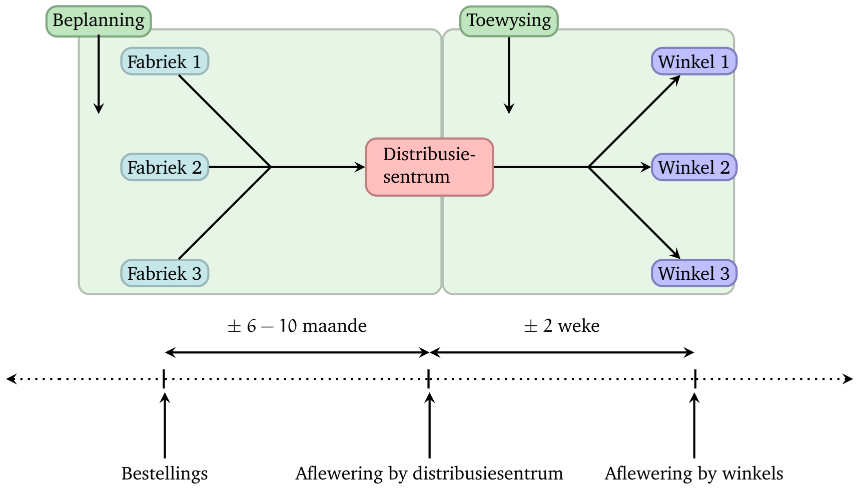
Figuur 1: 'n Grafiese voorstelling van die vloei van produkte deur 'n voorsieningsketting.

Die verskaffers, wat aan die begin van die voorsieningsketting is, is verantwoordelik vir die voorsiening van grondstowwe en onderdele aan die vervaardigers, wat die grondstowwe verwerk of die onderdele aanmekaarsit tot die vorm waarin dit aan die verbruiker verkoop gaan word. Daarna word die voorraad voltooide produkte in grootmaat aan die verspreiders gestuur. Verspreiders maak dikwels gebruik van 'n distribusiesentrum of distribusiesentra. 'n Distribusiesentrum is 'n pakhuis waarin voorraad geberg, bestuur en herorganiseer word voordat dit aan die kleinhandelaar gestuur word. Nadat die voltooide produkte van die verspreider ontvang is, verkoop die kleinhandelaars dit direk aan die kopers of verbruikers in die winkel of winkels van die kettingwinkel [3, 7, 21].

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

Die verspreidingsnetwerk van 'n kettingwinkel

Die vloei van produkte in die laaste drie fases van die voorsieningsketting in Figuur 1 staan bekend as die verspreidingsnetwerk van 'n kettingwinkel. In Figuur 2 is 'n grafiese voorstelling van die tipiese verspreidingsnetwerk.



Figuur 2: 'n Grafiese voorstelling van die belangrikste elemente in 'n tipiese kettingwinkel se verspreidingsnetwerk met die onderliggende prosesse van beplanning en toewysing.

Die vervaardiging van produkte vind gewoonlik in fabrieke plaas, waarna dit aan die verspreiders gestuur word. Die verspreiders prosesseer dan die voorraad in 'n distribusiesentrum of distribusiesentra, waarvandaan dit toegewys word aan die onderskeie winkels. Die tydsverloop vandat die produkte bestel word totdat dit by die distribusiesentrum of distribusiesentra aankom, is in hierdie geval tipies omtrent ses tot tien maande. Daarna verloop 'n verdere aantal weke voordat die produkte by die winkels beskikbaar is.

Onderliggend aan die verspreidingsnetwerk is twee prosesse, naamlik die beplanningsproses en die toewysingsproses. Die besluite wat tydens beplanning geneem word, beïnvloed die gedeelte van die verspreidingsnetwerk vandat bestellings gemaak word totdat die vervaardigde produkte by die distribusiesentrum aankom, soos aangedui in Figuur 2. Die besluite wat tydens die toewysingsproses geneem word, beïnvloed die gedeelte van die voorsieningsketting vandat die produkte by die distribusiesentrum aankom totdat dit in die winkels beskikbaar is.

In 'n kettingwinkel word daar op 'n hoë vlak onderskei tussen twee tipes produkte. Die eerste tipe is dié waarvan die vraag min of meer konstant bly gedurende die hele jaar. Tandepasta sal byvoorbeeld in hierdie kategorie val. Die tweede tipe is dié waarvan die vraag seisoenaal van aard is. Tipiese mode-items, soos somer- of winterklere wat in somer- en wintermaande 'n piek bereik, val in hierdie kategorie. In hierdie artikel word daar gefokus op seisoenale produkte.

Tydens die beplanningsproses word daar onder andere besluite in verband met die bestelling van produkte geneem. In die klerebedryf sluit dit die bepaling van "groottemengsels" (Eng.: *mix of sizes*) in. Dit behels die besluite oor hoeveel verskillende groottes bestel word en hoeveel van elke grootte bestel word. Hierdie besluite word geneem op grond van die verwagte toekomstige vraag na elke grootte, wat voorspel word deur veral gebruik te maak van historiese verkoopsdata [22].

Dit neem gewoonlik 'n paar maande vir bestellings om by die distribusiesentrum aan te

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

kom, waarna die toewysingsproses begin. Tydens die toewysingsproses word daar besluit hoe die voorraad aan die winkels toegewys sal word. Toewysing kan geskied volgens 'n stoot- of trek-stelsel. By 'n stoot-stelsel word daar op sentrale vlak besluit hoeveel van elke produk aan elke winkel gestuur word, terwyl toewysing by 'n trek-stelsel op aanvraag van die winkel-bestuurders gedoen word [8].

In die geval van 'n stoot-stelsel word daar reeds tydens die beplanningsfase voorlopige beplanning gedoen oor hoeveel van elke produk na elke winkel gestuur sal word. Daar word ook voorlopig besluit hoeveel eenhede van elke grootte aan elke winkel gestuur gaan word (met ander woorde wat die grootte-mengsel by elke winkel gaan wees). Dit word gedoen deur vooruitskattings te maak op grond van die verkoopsdata wat tydens beplanning beskikbaar is.

Tydens die toewysingsproses is meer onlangse verkoopsdata as tydens beplanning beskikbaar, en word daar aanpassings aan die aanvanklike beplanning gemaak. Daar word dus nou finaal besluit hoeveel van elke produk en grootte in werklikheid aan elke winkel gestuur sal word, gegewe die aanvanklike beplanning met die daaropvolgende aankope en die inligting van meer onlangse verkope wat nou bekend is. Hierdie finale besluite oor die toewysing van produkte en groottes aan winkels is die probleem wat in dié artikel ondersoek word. Dit word gedoen met verwysing na 'n gevallestudie binne PEP.

1 Agtergrond

Een van die uitdagende besluite waarmee kettingwinkels gekonfronteer word, is hoe en hoeveel voorraad uit die distribusiesentrum aan winkels toegewys moet word. 'n Bykomende besluit in die klerebedryf is hoe om die groottes (byvoorbeeld klein, medium en groot) aan die winkels toe te wys. 'n Gevallestudie van hierdie probleem binne Pep Stores Bpk. (PEP) [18], word in hierdie artikel beskou.

PEP is 'n filiaal van die Suid-Afrikaanse onderneming Pepkor [17]. PEP verkoop onder andere klere en skoene, sellulêre produkte en huisware. Die eerste PEP-winkel is in 1965 in die Noord-Kaap geopen, en sedertdien het die onderneming gegroei tot die grootste kleinhandelaar in Afrika wat onder 'n enkele handelsmerk sake doen. PEP bedryf meer as 1500 winkels, en het meer as 12 500 werknemers in diens [18].

In PEP word beplanning en toewysing op sentrale vlak vir al die winkels gedoen, en toewysing geskied volgens 'n stoot-stelsel. Daar word dus reeds tydens die beplanningsfase voorlopige besluite geneem oor die toewysing van produkte en groottes aan winkels. Tydens die toewysingsproses word hierdie aanvanklike beplanning aangepas om finaal te bepaal hoeveel van elke produk en watter grootte-mengsel na elke winkel gestuur gaan word. Vir die aanpassings word aanvanklike beplanning in ag geneem, asook die vooruitgeskatte toekomstige vraag by elke winkel vir elke grootte, wat nou meer akkuraat gedoen kan word as tydens beplanning, aangesien meer onlangse verkoopsdata asook die presiese hoeveelhede wat afgelewer is, beskikbaar is. Die toekomstige vraag word as 'n vaste aantal eenhede per winkel bepaal; met ander woorde, die vraag word as deterministies beskou.

Die beplanning word opnuut aangepas met elke nuwe bestelling wat by die distribusiesentrum aankom. Elke bestelling bevat een styl wat uit verskillende groottes bestaan. Wanneer die eerste bestelling van 'n spesifieke produk by die distribusiesentrum aankom, word die vorige seisoen se verkoopsdata van 'n soortgelyke produk gebruik om aanpassings aan die beplande versendings te maak. Teen die tyd dat die tweede bestelling van daardie produk by die distribusiesentrum aankom, is gedeeltelike verkope van die eerste bestelling reeds bekend. Dit kan dan gebruik word om aanpassings aan die beplande

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

hoeveelhede te maak wanneer daar bepaal word hoeveel eenhede van elke grootte van die tweede bestelling aan elke tak gestuur word.

PEP los tans die toewysingsprobleem op deur gebruik te maak van 'n heuristiese metode. Die heuristiek word uitgevoer vir elke nuwe styl wat by die distribusiesentrum aankom en aan die winkels toegewys moet word. Vir elke styl is daar 'n datastel met inligting wat nodig is om die heuristiek vir daardie styl uit te voer.

Elke datastel bevat 'n unieke nommer vir elke winkel waar die styl verkoop word, asook die verwagte toekomstige vraag en verwagte toekomstige verkoopstempo by elke winkel. Die data bevat ook 'n onder- en bogrens vir elke winkel wat gebaseer is op die verwagte vraag by die winkel. Daar word vereis dat die aantal eenhede wat na die winkel gestuur word, binne hierdie grense val indien dit enigsins moontlik is. Aan elke winkel word daar ook 'n grootte-profiel gekoppel wat die verwagte persentasie van die verkope by die winkel vir elke grootte gee. Die grootte-profiele word gebruik om die verwagte vraag per grootte by elke winkel te bereken. Hierdie hoeveelhede word afgerond tot die naaste heelgetal.

In die eerste deel van die heuristiek word daar eenhede by groottes bygetel of daarvan afgetrek totdat die totale aantal eenhede wat na alle winkels gestuur word, tussen die onder- en bogrense val. Indien dit egter onmoontlik is om hierdie beperking na te kom, word die onder- of bogrens wat oorskry word, verslap. Dit word gedoen deur die spesifieke ondergrens te verander na die minimum van alle ondergrense, of die bogrens na die maksimum van alle bogrense.

In die volgende deel van die heuristiek word daar eenhede by groottes bygetel of daarvan afgetrek om te verseker dat die totale aantal eenhede van elke grootte wat na al die winkels gestuur word, gelyk is aan die aantal eenhede wat van daardie grootte bestel is.

Nadat die heuristiek uitgevoer is, word die toewysings deur beplanners gekontroleer en met die hand aangepas indien nodig. Daar word dus vereis dat enige metode wat die huidige heuristiese metode vervang, 'n kort oplossingstyd moet hê, aangesien die probleem soms (herhaaldelik) her-opgelos word voordat die beplanners tevrede is met die resultate.

2 Literatuurstudie

Die probleem onder beskouing, naamlik die aanpassing van grootte-mengsels in 'n stelsel waar voorraad na die winkels gestoot word, kom nie baie algemeen in die literatuur voor nie. Die geval waar winkels voorraad bestel, is meer algemeen en volop in die literatuur [11]. Hierdie probleem is 'n spesiale geval van die algemene toewysingsprobleem van voorraad aan die winkels van 'n kettingwinkel. 'n Ander verwante probleem is die bepaling van die grootte-mengsels van produkte vir die hele maatskappy tydens die beplanningsproses. Dit vorm deel van 'n groter beplanningsproses, naamlik verskeidenheidsbeplanning. Die belangrikste publikasies wat in elk van hierdie drie groepe val, word volgende bespreek.

2.1 Die algemene voorraadtoewysingsprobleem

In die literatuur kom baie verskillende benaderings tot die algemene voorraadtoewysingsprobleem voor. Nie een van die onderliggende probleme wat in die literatuur gevind kon word, stem egter in alle opsigte ooreen met die een onder beskouing nie. 'n Paar aanverwante probleme uit die literatuur word in hierdie afdeling beskryf.

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

In ’n studie deur Federgruen en Zipkin [9], word ’n toewysingsprobleem beskou waar voorraad vanuit ’n pakhuis na verskillende winkels versprei word. Die vraag by die winkels is stogasties. Daar word aangeneem dat bestellings geplaas word indien daar nie voorraad van ’n produk by ’n winkel is nie. Federgruen en Zipkin stel die formulering van ’n dinamiese programmeringsprobleem voor vir die oplossing van die probleem, met die doelwit om die totale koste van die stelsel oor ’n eindige aantal tydsperiodes te minimeer, onderhewig aan voorraadbeperkings. Daar word aangetoon dat ’n naby-optimale oplossing vir die probleem gevind kan word deur die probleem te benader as ’n eenbergplek-voorraadprobleem.

Federgruen en Zipkin se toewysingsprobleem verskil egter van die probleem onder beskouing, aangesien die vraag by winkels in hulle artikel as stogasties beskou word, terwyl daar in hierdie artikel aangeneem word dat vraag deterministies is. ’n Ander verskil is dat voorraadtekorte in hierdie artikel nie agterna aangevul kan word nie, terwyl daar in Federgruen en Zipkin se artikel bestellings geplaas kan word indien daar tekorte ontstaan.

McGavin e.a. [16] beskou die toewysing van voorraad vanuit ’n pakhuis aan N identiese winkels. Alle winkels het ’n stogastiese vraag, soos in Federgruen en Zipkin [9] se studie. ’n Toewysingsbeleid wat in twee intervalle plaasvind, word bestudeer. Tydens die eerste interval word slegs ’n gedeelte van die voorraad toegewys, en aan die begin van die tweede interval word die voorraadvlakke by die winkels eers waargeneem voordat die res van die voorraad in die pakhuis toegewys word. Die doel van McGavin e.a. se studie is om te bepaal hoe toewysings wat in twee intervalle plaasvind, gedoen moet word sodat tekorte by elke tak geminimeer word. Uit die resultate blyk dit dat ’n optimale toewysing vir ’n toewysingsbeleid oor twee intervalle bepaal kan word indien die maksimum voorraadvlak oor al die winkels geminimeer word.

McGavin e.a. se navorsing kan egter nie direk toegepas word op die probleem in hierdie artikel nie, aangesien die toewysingsbeleid by PEP verskil van dié in McGavin e.a. se artikel. By PEP vind daar vir elke styl slegs een keer toewysings plaas, in teenstelling met die twee intervalle waarin toewysings in McGavin e.a. se artikel plaasvind.

Hill [11] vergelyk vier trek-toewysingsbeleide, waar toewysing vanuit die pakhuis plaasvind volgens bestellings wat deur takbestuurders geplaas word. Die beleide neem toe in kompleksiteit: die eerste is die eenvoudigste beleid, waar die voorraad aan winkels toegewys word in die volgorde waarin die winkels se bestellings geprosesseer word, en die vierde is die mees komplekse beleid wat baie meer faktore in ag neem. Die beleid wat die beste resultate gelewer het, beskou alle winkels se bestellings gelyktydig. Indien daar nie genoeg voorraad is om aan al die winkels se vraag te voldoen nie, word die meeste voorraad toegewys aan winkels waar die waarskynlikheid van tekorte die hoogste is.

PEP se toewysingsbeleid verskil van die beleide wat in Hill se studie beskou word, aangesien toewysings in PEP volgens ’n stoot-stelsel plaasvind en nie volgens ’n trek-stelsel nie.

Axsäter e.a. [2] beskou toewysing vanuit ’n sentrale pakhuis aan winkels, waar vraag weer eens stogasties is. Vir hierdie probleem word daar ook aangeneem dat daar bestellings geplaas kan word indien voorraadtekorte voorkom. Die doel by die bepaling van die toewysingsbeleid is om die voorraaddrakoste plus die koste om bestellings te plaas wanneer voorraadtekorte voorkom, te minimeer. ’n Heuristiek word voorgestel waarin toewysing ook, soos in McGavin e.a. se studie [16], in twee intervalle plaasvind. Saam met hierdie beleid word ook ’n heuristiek voorgestel vir die bestelling van voorraad by die pakhuis. Axsäter e.a. bewys dat, indien hierdie twee beleide saam geïmplementeer word, ’n koste-besparing van tot 50% moontlik is.

Weens die stogastiese beskouing van vraag in Axsäter e.a. se artikel, kan hierdie model nie direk toegepas word op PEP se probleem nie, aangesien daar in PEP aangeneem word

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

dat die vraag by winkels deterministies is.

2.2 Die aanpassing van grootte-mengsels tydens voorraadtoewysing

In die literatuur kon slegs een geval gevind word waar die probleem soortgelyk is aan die een onder beskouing. Dit is 'n onlangse studie deur Caro e.a. [4, 5], waar operasionelenavorsingstegnieke gebruik word vir die toewysing van groottes aan die meer as 1500 winkels van die bekende internasionale mode-maatskappy Zara [24]. Geen artikel kon egter in die literatuur gevind word waar die probleembeskrywing in alle opsigte ooreenstem met die een onder beskouing nie.

Die toewysingsproses in Zara wat deur Caro e.a. beskou word, vind plaas vanuit 'n distribusiesentrum waar voorraad geprosesseer word en na die onderskeie winkels gestuur word. 'n Belangrike aspek van die probleem in Zara is dat minder belangrike groottes (byvoorbeeld ekstra-klein en ekstra-groot) van die rakke af verwyder word indien die belangrike groottes (byvoorbeeld klein, medium en groot) van 'n produk uitverkoop is. Die probleem wat in hierdie studie beskou word, het nie daardie eienskap nie.

Caro e.a. [4, 5] formuleer 'n gemengde heeltallige programmeringsprobleem, waar totale verkope gemaksimeer word onderhewig aan voorraadbeperkings. Vooruitskattings van toekomstige verkope, die voorraadvlakke van elke grootte in die pakhuis en besluite oor die grootte-mengsel wat tydens beplanning geneem is, word as insette vir die model gebruik. Vooruitskattings word gedoen met historiese data en takbestuurders se bestellings. Die resultate toon 'n 3-tot-4%-verhoging in verkope van die vorige stelsel, waarin slegs takbestuurders se bestellings beskou is.

2.3 Die bepaling van grootte-mengsels tydens beplanning

Die bepaling van die grootte-mengsels van produkte vir die hele maatskappy is deel van verskeidenheidsbeplanning, wat 'n onderafdeling van beplanning is. Tydens verskeidenheidsbeplanning word daar gepoog om 'n balans te handhaaf tussen verskeidenheid, diepte en diensvlak. *Verskeidenheidsbeplanning* behels die bepaling van die aantal produk-kategorieë wat aangebied word. *Diepte* verwys na beplanning van die aantal voorraadeenhede (Eng.: *stock-keeping units*), terwyl *diensvlak* gemoeid is met die bepaling van die aantal individuele items van 'n spesifieke voorraadeenheid wat per tak aangebied word [15]. 'n Voorraadeenheid is 'n unieke item en word aangedui met 'n reeks letters en/of syfers waarmee daardie item uniek geïdentifiseer kan word volgens die eienskappe van die item [23]. Die aantal groottes wat aangebied word, vorm deel van besluite oor die aantal voorraadeenhede, met ander woorde die diepte-besluite. Die aantal eenhede van elke grootte wat aangebied word, vorm deel van die beplanning oor die aantal items in elke voorraadeenheid, met ander woorde diensvlakbesluite.

Daar bestaan baie literatuur oor verskeidenheidsbeplanning in die algemeen en die faktore wat in ag geneem moet word wanneer verskeidenheidsbeplanning gedoen word (sien byvoorbeeld die artikel deur Mantrala [15]). Die optimering van grootte-mengsels is egter nie so volop nie. Daar kon wel vyf publikasies gevind word wat hieroor handel, naamlik dié van Silver en Kelle [22], dié van Robb [20], die publikasies deur Gaul e.a. [10] en Kießling e.a. [12], asook 'n artikel deur Kurz e.a. [13].

Silver en Kelle [22] ontwikkel 'n model om die aantal eenhede wat van elke grootte in voorraad gehou word, te optimeer. Daar word aangeneem dat die totale vraag bekend is, terwyl die persentasie van die totale voorraad wat van elke grootte gevra word, slegs geskat kan word uit historiese data. In die model word die verwagte aantal eenhede-tekorte

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

geminimeer deur die vraag na elke grootte as ’n stogastiese veranderlike te modelleer. Hierdie doelfunksie is onderhewig aan ’n begrotingsbeperking. Daar word dan bewys dat die doelfunksie konkaaf is, sodat die model eksak opgelos kan word deur in elke stap een eenheid toe te wys aan die grootte wat die grootste vermindering in tekorte sal bewerkstellig. Hierdie benadering word getoets teen ’n prosedure wat dikwels in die praktyk gebruik word, waar voorraad proporsioneel verdeel word tussen die groottes volgens die geskatte persentasies wat van elke grootte gevra word. Uit die resultate blyk dit dat hul eksakte metode nie veel verbeter op die metode wat in die praktyk gebruik word nie.

Robb [20] gebruik ’n Markov-proses om te modelleer hoe ’n individu van grootte verander oor tyd. Individue kan die Markov-stelsel binnekom en verlaat, en die aantal eenhede wat elke individu benodig, is onseker. Drie oplossingsmetodes word getoets waar die doel is om die aantal eenhede-tekorte te minimeer. Die eerste metode is dieselfde eksakte metode wat deur Silver en Kelle [22] gebruik is. Die tweede is ’n metode waarin die verdeling van vraag as multinomiaal benader word. Die derde is die proporsionele verdeling van voorraad volgens die geskatte persentasies wat van elke grootte gevra word (soortgelyk aan die metode wat in die artikel deur Silver en Kelle [22] getoets word). Uit die resultate blyk dit dat, vir ’n Markov-benadering, die eksakte metode veral voordelig is bo die ander twee indien die onsekerheid oor die aantal eenhede wat deur elke individu gevra word, laag is. Indien die onsekerheid egter hoog is, word daar nie baie bespaar in terme van aantal eenhede-tekorte deur die eksakte metode te gebruik eerder as die eenvoudige proporsionele metode nie.

Gaul e.a. [10] en Kießling e.a. [12] beskou albei die probleem waar daar bepaal moet word hoeveel van elke grootte bestel moet word indien die produkte in pakke bestel word. Elke pak bestaan uit ’n spesifieke grootte-mengsel. Daar mag slegs ’n beperkte aantal verskillende grootte-mengsels bestel word. Vir elke tak mag daar ook slegs pakke van een grootte-mengsel bestel word, met ander woorde, die pakke wat vir die tak bestel word moet almal uit dieselfde aantal van elke grootte bestaan. Die doelwit is dat bestellings gemaak moet word sodat daar so na as moontlik aan die vraag na elke grootte by elke tak voldoen word.

Gaul e.a. [10] los eers die probleem op deur heeltallige programmering. Aangesien die heeltallige programmeringsprobleem tot dertig minute neem om op te los, word ’n heuristiek ontwikkel om ’n naby-optimale oplossing te vind in ’n korter tyd. Die heuristiek bepaal die grootte-mengsels waaruit die pakke moet bestaan deur tellings toe te wys aan die moontlike grootte-mengsels volgens die aantal winkels wat die spesifieke grootte-mengsel die beste pas. Die heuristiek is getoets deur van werklike data gebruik te maak, en lewer byna optimale oplossings binne ’n paar sekondes.

Later brei Kießling e.a. [12] Gaul e.a. [10] se model uit deur in berekening te bring dat produkte teen afslag verkoop word in die geval van oor-aanbod. Kießling e.a. se model is ’n stogastiese gemengde heeltallige programmeringsmodel. Metodes is ontwikkel om die kwaliteit van die nuwe model te toets, en daar is bevind dat die nuwe model op vorige metodes verbeter.

Kurz e.a. [13] beskou die bestelling van vooraf-opgemaakte pakke vir verskillende winkels. Elke vooraf-opgemaakte pak bevat ’n spesifieke grootte-mengsel. Die probleem word opgelos deur die verwagte gemiddelde “skaarsheid” van elke grootte (gemeet oor alle produkte) by elke tak te bepaal. ’n Grootte wat vinnig uitverkoop, word beskou as ’n “skaars” grootte, en ’n grootte wat lank neem om uit te verkoop, word beskou as ’n “volop” grootte. Elke grootte ontvang dan ’n indeks vir elke tak volgens die verwagte gemiddelde skaarsheid van die grootte by die tak. Die skaarsste grootte by ’n tak ontvang die hoogste indeks en die volopste grootte ontvang die laagste indeks. Die verdeling van groottes vir elke tak word dan bepaal met behulp van ’n heuristiek. Die idee van die heuristiek is dat, indien ’n grootte ’n beduidend hoë indeks by ’n spesifieke tak het, daar in die

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

vervolg in die vooraf-opgemaakte pakke meer van daardie grootte aan die tak toegewys sal word, en indien 'n grootte 'n beduidend lae indeks het, daar in die vervolg minder van die grootte aan die tak toegewys sal word. Die heuristiek is getoets met behulp van 'n regte-lewe eksperiment, en daar is bevind dat die voorgestelde metode bruto wins met omtrent een persent per tak laat verbeter.

Die literatuurstudie het dus niks opgelewer wat gebruik kan word in die oplossing van die probleem waaroor hierdie artikel handel nie. In die volgende afdelings word daar verslag gedoen oor nuwe metodes wat gevolglik ontwikkel is om die probleem op te los.

3 Doelwitprogrammering

In hierdie afdeling word twee doelwitprogrammeringsmodelle ontwikkel om die toewysing van groottes te bepaal. Die doel van die modelle is om te verseker dat die vraag na elke grootte by elke winkel sover moontlik bevredig word sonder dat daar te veel voorraad aan die einde van die seisoen oorbly. Dit word gedoen deur mikpunte daar te stel vir die aantal eenhede van elke grootte wat aan elke tak gestuur word. In albei modelle word die afwykings vanaf hierdie mikpunte geminimeer.

3.1 Aannames

Die volgende aannames in verband met die data wat van PEP ontvang is, moes gemaak word by die modellering en toetsing van die modelle:

1. Die verwagte vraag vir elke winkel soos bepaal deur PEP, is 'n goeie benadering vir toekomstige vraag.
2. Die grootte-profiele wat deur PEP bepaal word, is goeie benaderings vir die werklike verdeling van verkope oor die verskillende groottes.
3. Indien die data nie 'n eie grootte-profiel vir 'n winkel bevat nie, kan die verdeling van verkope oor die verskillende groottes benader word deur die verdeling te gebruik waarvolgens die bestellings gemaak is.
4. Die verkoopstempo by elke winkel is konstant oor tyd en by benadering gelyk aan die verkoopstempo's wat deur PEP verskaf word.
5. Toewysings word gedoen asof daar geen voorraad van die betrokke styl in 'n winkel is aan die begin van 'n seisoen nie.

3.2 Model 1: Minimeer die maksimum afwyking

In die model wat in hierdie afdeling beskryf word, word die maksimum afwyking vanaf die mikpunte geminimeer in die doelfunksie. Die mikpunt vir elke grootte by elke winkel is die verwagte vraag na die spesifieke grootte by daardie winkel. Die minimering van die maksimum afwyking lei daartoe dat al die afwykings vanaf die mikpunte (vir alle winkels en groottes) geminimeer word.

Laat $\mathcal{T} = \{1, 2, \ldots, t, \ldots, T\}$ die versameling van al die winkels en $\mathcal{S} = \{1, 2, \ldots, s, \ldots, S\}$ die versameling van al die groottes wees. Die volgende parameters word in die modelle gebruik. Laat

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

α die gewig tussen 0 en 1 wees van onderprestasie in die doelfunksie,
r_{ts} die aantal eenhede wees van grootte s wat per week by winkel t verkoop word,
d_{ts} die verwagte vraag na grootte s by winkel t wees, soos bereken volgens die grootte-profiel van winkel t,
g_t die minimum aantal eenhede wees wat na winkel t gestuur mag word soos bepaal deur PEP,
h_t die maksimum aantal eenhede wees wat na winkel t gestuur mag word soos bepaal deur PEP,
b_s die totale aantal eenhede wees wat van grootte s bestel is, en
B die totale aantal eenhede wees wat bestel is.
H die maksimum aantal weke voorraad-tekort wees.
P die maksimum aantal weke voorraad-surplus wees.

Definieer die volgende veranderlikes. Laat

x_{ts} die aantal eenhede wees van grootte s wat na winkel t gestuur word,
η_{ts} die onderprestasie (voorraad tekort) op die mikpunt wees vir grootte s by winkel t, en
ρ_{ts} die oorprestasie (voorraad surplusse) op die mikpunt wees vir grootte s by winkel t.

Die wiskundige formulering van die model in terme van die gedefinieerde simbole volg dan as

$$\text{minimeer } w = \alpha H + (1-\alpha)P \tag{1}$$

onderhewig aan

$$x_{ts} + \eta_{ts} - \rho_{ts} = d_{ts}, \qquad t \in \mathcal{T},\ s \in \mathcal{S} \tag{2}$$
$$H \geq \frac{\eta_{ts}}{r_{ts}}, \qquad t \in \mathcal{T},\ s \in \mathcal{S} \tag{3}$$
$$P \geq \frac{\rho_{ts}}{r_{ts}}, \qquad t \in \mathcal{T},\ s \in \mathcal{S} \tag{4}$$
$$\sum_{s\in\mathcal{S}} \sum_{t\in\mathcal{T}} x_{ts} = B \tag{5}$$
$$\sum_{t\in\mathcal{T}} x_{ts} = b_s, \qquad s \in \mathcal{S} \tag{6}$$
$$g_t \leq \sum_{s\in\mathcal{S}} x_{ts} \leq h_t, \qquad t \in \mathcal{T} \tag{7}$$
$$\eta_{ts},\ \rho_{ts} \geq 0, \qquad t \in \mathcal{T},\ s \in \mathcal{S} \tag{8}$$
$$x_{ts} \in \mathbb{Z}^+, \qquad t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S}, \tag{9}$$

waar $\mathbb{Z}^+$ die versameling van nie-negatiewe heelgetalle is.[1]

Die doelfunksie poog om die aantal eenhede van grootte s wat na winkel t gestuur word, so na as moontlik te kry aan die verwagte vraag na grootte s by winkel t (met ander woorde d_{ts}), vir alle groottes en winkels. Die afwykings vanaf hierdie mikpunte, wat verteenwoordig word deur die veranderlikes η_{ts} en ρ_{ts}, word bereken in die stel beperkings in (2). Die doelfunksie in (1) minimeer dus die maksimum verwagte tekorte en surplusse. ’n Gewig van α word gekoppel aan die tekorte, en ’n gewig van $1-\alpha$ aan die surplusse. ’n Swaarder gewig word aan tekorte gekoppel, omdat dit belangriker is om tekorte te minimeer as surplusse. In die geval van surplusse kan die voorraad nog later in die seisoen verkoop word, of uitverkopings kan gehou word om verliese te beperk, terwyl tekorte lei tot verlore verkope en ontevredenheid by klante kan veroorsaak. Die

[1] Hierdie formulering is vir ’n pakgrootte van 1, maar dit kan maklik aangepas word vir ’n pakgrootte van groter as 1 deur x_{ts} te vermenigvuldig met die toepaslike konstante.

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

maksimum tekorte word bereken in die stel beperkings in (3) en die maksimum surplusse in die stel beperkings in (4). Die tekorte en surplusse word in aantal weke se voorraad gemeet.

Die stel beperkings in (5) verseker dat die totale aantal eenhede van alle groottes wat na alle winkels gestuur word, gelyk is aan die totale aantal eenhede wat bestel is. Die stel beperkings in (6) verseker dat die totale aantal eenhede van elke grootte s wat na al die winkels gestuur word, gelyk is aan die aantal eenhede wat van grootte s bestel is. Die stel beperkings in (7) hou die aantal eenhede wat aan elke winkel gestuur word, binne die grense wat deur PEP vir elke winkel vasgestel is.

3.3 Model 2: Minimeer die som van die afwykings

Die model wat in hierdie afdeling bespreek word, verskil van die model in §3.2 deurdat dit die som van die afwykings vanaf die mikpunte minimeer, in plaas daarvan om die maksimum afwyking te minimeer.

Dieselfde parameters en veranderlikes as wat in §3.2 gedefinieer is, word ook in hierdie model gebruik. Verder word die volgende verstelbare parameters benodig. Laat

l_{ts} die minimum aantal eenhede wees van grootte s wat na winkel t gestuur mag word,
u_{ts} die maksimum aantal eenhede wees van grootte s wat na winkel t gestuur mag word,
l_t die minimum aantal eenhede wees wat na winkel t gestuur mag word, en
u_t die maksimum aantal eenhede wees wat na winkel t gestuur mag word.

Die wiskundige formulering vir die model volg dan as

$$\text{minimeer } w = \alpha \sum_{t\in\mathcal{T}} \sum_{s\in\mathcal{S}} \frac{\eta_{ts}}{r_{ts}} + (1-\alpha) \sum_{t\in\mathcal{T}} \sum_{s\in\mathcal{S}} \frac{\rho_{ts}}{r_{ts}} \tag{10}$$

onderhewig aan

$$x_{ts} + \eta_{ts} - \rho_{ts} = d_{ts}, \qquad t \in \mathcal{T},\ s \in \mathcal{S} \tag{11}$$

$$\sum_{s\in\mathcal{S}} \sum_{t\in\mathcal{T}} x_{ts} = B \tag{12}$$

$$\sum_{t\in\mathcal{T}} x_{ts} = b_s, \qquad s \in \mathcal{S} \tag{13}$$

$$\text{maks}[g_t, l_t] \leq \sum_{s\in\mathcal{S}} x_{ts} \leq \min[h_t, u_t], \qquad t \in \mathcal{T} \tag{14}$$

$$l_{ts} \leq x_{ts} \leq u_{ts}, \qquad t \in \mathcal{T},\ s \in \mathcal{S} \tag{15}$$

$$\eta_{ts},\ \rho_{ts} \geq 0, \qquad t \in \mathcal{T},\ s \in \mathcal{S} \tag{16}$$

$$x_{ts} \in \mathbb{Z}^+, \qquad t \in \mathcal{T},\ s \in \mathcal{S}, \tag{17}$$

waar $\mathbb{Z}^+$ die versameling van nie-negatiewe heelgetalle is.

In doelfunksie (10) word die som van die afwykings vanaf die mikpunte geminimeer, in plaas van die maksimum afwyking, soos in doelfunksie (1). Hierdie doelfunksie het egter die tekortkoming dat dit geminimeer kan word deur baie klein afwykings vir party winkels se groottes af te ruil vir baie groot afwykings vir ander winkels se groottes. Die stel beperkings in (15) verseker egter dat alle afwykings by alle winkels se groottes binne grense $d_{ts} - l_{ts}$ en $u_{ts} - d_{ts}$ vanaf die vraag d_{ts} bly. Beperkings (14) verseker ook dat die totale aantal eenhede wat na elke winkel t gestuur word, binne grense $d_t - l_t$ en $u_t - d_t$

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

vanaf die vraag d_t by winkel t bly, en sluit ook PEP se onder- en bogrens-beperkings in. Beperkings (11)–(13) en beperkings (16)–(17) stem ooreen met beperkings (2), (5)–(6) en beperkings (8)–(9) van Model 1.

3.4 Invoerdata

Agtien datastelle is van PEP ontvang om die modelle te toets. Hierdie datastelle bevat dieselfde inligting as die datastelle wat gebruik word om PEP se heuristiek uit te voer. Dit bevat ook PEP se oplossing vir die toewysing, soos verkry deur die uitvoering van die huidige heuristiek. ’n Opsomming van die eienskappe van die agtien datastelle word in Tabel 1 verskaf.

Datastel	Aantal winkels	Aantal groottes
A	1 320	7
B	1 299	4
C	767	5
D	245	7
E	238	5
F	214	5
G	1 069	5
H	315	8
I	1 347	5
J	108	5
K	1 282	7
L	381	7
M	1 347	7
N	461	7
O	1 328	4
P	728	4
Q	756	6
R	233	3

Tabel 1: Die eienskappe van die agtien datastelle waarmee eksperimente uitgevoer is.

Al die parameters in Modelle 1 en 2 is direk uit die data verkry of vanuit die data bereken.

In enkele datastelle ontbreek die grootte-profiele vir een of twee van die winkels. In hierdie gevalle is die verdeling waarvolgens bestellings vir die hele PEP gemaak word, as ’n grootte-profiel gebruik.

In twee van die datastelle ontbreek die verkoopstempo’s van enkele winkels. In hierdie gevalle is die gemiddelde verhouding van die vraag tot die verkoopstempo vir die ander winkels bereken en gebruik om die ontbrekende verkoopstempo te bepaal.

Die data wat deur PEP verskaf is, bevat die oorspronklike onder- en bogrense, voordat dit moontlik verslap is omdat ’n toelaatbare oplossing nie gevind kon word nie. Indien PEP se oplossing nie aan die grense in (7) en (14) voldoen nie, is die grense g_t en h_t aangepas sodat PEP se oplossing wel daarbinne val. Op hierdie manier word daar verseker dat daar altyd ’n toelaatbare oplossing vir die model gevind kan word.

3.5 Verstelbare parameters

Die parameter α, asook die parameters l_{ts}, u_{ts}, l_t en u_t in Model 2, is verstelbaar. Daar is geëksperimenteer met verskillende waardes vir hierdie parameters.

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

Tekorte is belangriker as surplusse en moet 'n groter gewig dra; dus is 'n waarde van $\alpha < \frac{1}{2}$ nie wenslik nie. Die waarde vir α moet egter nie te groot wees, sodat die totale aantal surplusse oor al die winkels te veel word nie. Daar is bevind dat $\alpha \approx \frac{2}{3}$ goeie oplossings lewer. In die finale produk wat by PEP geïmplementeer gaan word, sal die beplanners by PEP hierdie gewig kan verstel totdat 'n bevredigende balans tussen surplusse en tekorte bepaal is.

Die grense op die groottes l_{ts} en u_{ts} en winkels l_t en u_t kan op verskillende maniere vasgestel word. Eerstens kan die grense in terme van eenhede bepaal word. Met ander woorde, daar kan byvoorbeeld 2 eenhede speling rondom die vraag d_{ts} van winkel t se grootte s toegelaat word deur byvoorbeeld l_{ts} en u_{ts} te kies as $d_{ts} - 2$ en $d_{ts} + 2$. Op dieselfde manier kan daar 'n sekere aantal eenhede speling rondom die vraag d_t van winkel t toegelaat word. Tweedens kan die grense in terme van aantal weke se voorraad bepaal word. Om byvoorbeeld 'n speling van 4 weke vir grootte s by winkel t toe te laat, kan l_{ts} en u_{ts} onderskeidelik gekies word as $d_{ts} - 4r_{ts}$ en $d_{ts} + 4r_{ts}$. Soortgelyk kan daar ook 'n sekere aantal weke speling rondom die vraag d_t van winkel t toegelaat word.

Die metode waar die grense volgens eenhede vasgestel word, is egter nie wenslik nie, aangesien 'n 1-eenheid-afwyking by 'n winkel waar 10 eenhede per week verkoop word, 'n groter afwyking is as 'n 1-eenheid-afwyking by 'n winkel waar 1 000 eenhede per week verkoop word.

Daar is dus besluit om die grense volgens weke se voorraad vas te stel. Die vraag ontstaan hoe om te bepaal hoeveel weke daar afgewyk mag word. Die toegelate aantal weke afwyking moet groot genoeg wees om te verseker dat die oplossing toelaatbaar is, maar klein genoeg om 'n goeie oplossing te verseker. Hierdie probleem kan opgelos word deur die resultate van PEP se huidige heuristiek te gebruik, aangesien PEP se heuristiek reeds 'n toelaatbare oplossing gevind het. Gestel die maksimum aantal weke wat PEP se oplossing op 'n grootte-vlak vanaf die vraag d_{ts} afwyk, is m_{ts}, en die maksimum aantal weke wat PEP se oplossing op 'n winkel-vlak vanaf die vraag d_t afwyk, is m_t. Die grense l_{ts} en u_{ts} word dan onderskeidelik gekies as $d_{ts} - r_{ts}m_{ts}$ en $d_{ts} + r_{ts}m_{ts}$. Soortgelyk word die grense l_t en u_t onderskeidelik gekies as $d_t - r_t m_t$ en $d_t - r_t m_t$. Op hierdie manier word daar verseker dat daar altyd 'n toelaatbare oplossing bestaan, terwyl die maksimum afwykings per winkel en per grootte gewaarborg is om ten minste so goed soos PEP se oplossing te wees. Vir alle verdere eksperimente met Model 2 is hierdie metode gebruik om grense vas te stel.

3.6 Resultate

In hierdie afdeling word die resultate van Modelle 1 en 2 gegee. Eksperimente is uitgevoer met behulp van Lingo 14.0 [14] en CPLEX 12.5 [1]. Die rekenaar waarop die eksperimente gedoen is, het 'n I3 sentrale verwerkingseenheid met vier verwerkers en 'n verwerkingspoed van 2,4 GHz, en 'n 3-gigagreep-geheue. Die resultate word vergelyk met dié van PEP se heuristiek op grond van die maatstawwe in Tabel 2.

In 'n eerste ronde eksperimente is Datastel F gebruik om Modelle 1 en 2 te toets. Datastel F bevat min winkels en groottes in vergelyking met die meeste van die ander datastelle; dus kan daar verwag word dat Datastel F een van die kortste oplossingstye sal hê. Vir hierdie eksperimente is $\alpha = \frac{3}{5}$ gebruik. Die resultate word in Tabel 3 opgesom.

Die resultate van Model 1 in Lingo wat in Tabel 3 vertoon word, is die resultate wat ná 13 uur en 34 minute verkry is, voordat die model 'n optimale oplossing bereik het. Hierdie resultate is baie swakker as die oplossing wat deur PEP se heuristiek gevind is. Daar is 'n optimale oplossing in CPLEX gevind, maar die oplossingstyd is te lank in vergelyking met dié van Model 2. Verder is die totale tekort en totale surplus baie swakker as dié

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

van Model 2 en PEP. Hierdie patroon kom ook by ander datastelle voor en word dus nie aanbeveel nie en word nie verder ingesluit as oplossingsmetode nie.

Maatstaf	**Beskrywing**	**Formule**	**Eenheid**
Totale tekort	Som van verwagte tekorte vir alle winkels en groottes	$\sum_{t\in\mathcal{T}}\sum_{s\in\mathcal{S}}\frac{\eta_{ts}}{r_{ts}}$	Weke
Totale surplus	Som van verwagte surplusse vir alle winkels en groottes	$\sum_{t\in\mathcal{T}}\sum_{s\in\mathcal{S}}\frac{\rho_{ts}}{r_{ts}}$	Weke
Totale afwyking	Som van verwagte afwykings vir alle winkels en groottes	$\sum_{t\in\mathcal{T}}\sum_{s\in\mathcal{S}}\left[\frac{\eta_{ts}+\rho_{ts}}{r_{ts}}\right]$	Weke
Maks. tekort	Maksimum verwagte tekort	$\text{maks}_{t,s}\left[\frac{\eta_{ts}}{r_{ts}}\right]$	Weke
Maks. surplus	Maksimum verwagte surplus	$\text{maks}_{t,s}\left[\frac{\rho_{ts}}{r_{ts}}\right]$	Weke
Maks. tekort (winkel)	Maksimum verwagte totale tekort per winkel	$\text{maks}_{t}\left[\frac{d_t-\sum_{s\in S}x_{t,s}}{r_t}\right]$	Weke
Maks. surplus (winkel)	Maksimum verwagte totale surplus per winkel	$\text{maks}_{t}\left[\frac{\sum_{s\in S}x_{t,s}-d_t}{r_t}\right]$	Weke
Oplossingstyd	-	-	Sekondes

Tabel 2: ’n Beskrywing van die maatstawwe waarmee die resultate vergelyk word.

Model 2 se resultate is beter as dié van PEP met betrekking tot al die maatstawwe en die oplossingstyd is ook bevredigend. Soortgelyke resultate is behaal met ander datastelle, maar die oplossingstye word onaanvaarbaar lank vir groter datastelle – dit is datastelle met meer winkels (T) en groottes (S). Nuwe oplossingsmetodes word in die volgende afdeling ondersoek om oplossingstye vir datastelle waarvoor $T \times S$ groot is, te verminder.

Maatstaf	**Eenheid**	**Model 1**		**Model 2**		**PEP**
		Lingo	**CPLEX**	**Lingo**	**CPLEX**	
Totale tekort	Weke	$\boxed{409.06}$	$\boxed{539.35}$	**140.18**	**140.18**	200.86
Totale surplus	Weke	$\boxed{543.83}$	$\boxed{590.06}$	**211.82**	**211.82**	313.97
Totale afwyking	Weke	$\boxed{952.89}$	$\boxed{1129.41}$	**352.00**	**352.00**	514.83
Maks. tekort	Weke	$\boxed{5.59}$	3.62	**3.23**	**3.23**	3.62
Maks. surplus	Weke	$\boxed{14.14}$	**1.29**	6.53	6.53	6.55
Maks. tekort (winkel)	Weke	$\boxed{0.93}$	$\boxed{1.68}$	**0.24**	**0.24**	**0.24**
Maks. surplus (winkel)	Weke	$\boxed{1.49}$	$\boxed{1.12}$	**0.40**	**0.40**	**0.40**
Oplossingstyd	Sekondes	48840	19.68	4.89	**4.63**	-

Tabel 3: ’n Opsomming van die resultate vir Datastel F in Lingo en CPLEX, met $\alpha = \frac{3}{5}$. Alle resultate word in weke gegee, behalwe die oplossingstyd, wat in sekondes is. Die beste resultaat of resultate vir elke maatstaf word deur vetdruk aangedui, en die resultate waar die model swakker vaar as PEP, word deur reghoeke omsluit.

4 Benaderde formulerings

In hierdie afdeling word verslappings van Model 2 voorgestel met die doel om die oplossingstyd te verminder sonder om die oplossingskwaliteit te veel te verswak. In die eerste

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

benadering word die struktuur van die model gebruik om heeltalligheid vir die beslissingsveranderlikes te waarborg sonder dat dit eksplisiet vereis hoef te word. Die tweede benadering is 'n dekomposisie-benadering, waar die probleem in 'n aantal onafhanklike subprobleme verdeel word wat in parallel opgelos kan word.

4.1 Model 3: Outomatiese heeltalligheid

Om 'n moontlike rede vir die lang oplossingstye vir groot datastelle vas te stel, is Model 2 in §3.3 getoets sonder die heeltalligheidsbeperkings in (17). In alle gevalle, in Lingo en CPLEX, was die kontinue verslappings se oplossingstye minder as 15 sekondes. Hieruit kan afgelei word dat die vertak-en-begrens-proses om die heeltalligheidsbeperkings te bevredig, die hoofrede vir die lang oplossingstye is. Ondersoek is ingestel na 'n benadering waar heeltalligheid nie vereis hoef te word nie. Een so 'n benadering is om die formulering aan te pas sodat die A-matriks unimodulêr en die regterkante heeltallig is. 'n Optimale oplossing van so 'n lineêre programmeringsprobleem sal heeltallig wees [6].

Die A-matriks van Model 2 is reeds unimodulêr, maar omdat d_{ts} nie heeltallig is nie, is al die regterkante nie heeltallig nie. Indien d_{ts} dus met v_{ts}, 'n heeltallige mikpunt vir die aantal eenhede van grootte s wat na winkel t gestuur word, vervang word, sal heeltalligheid outomaties verkry word in 'n optimale antwoord.

4.2 Model 4: 'n Dekomposisie-benadering tot Model 2

'n Dekomposisie-benadering is ontwerp en ondersoek as 'n alternatiewe manier om oplossingstye te verminder. Vir hierdie benadering word die winkels in groepe verdeel wat naastenby ewe groot is. 'n Meesterformulering wys voorraad toe aan elke groep winkels, op dieselfde manier as wat die formulering van Model 2 voorraad toewys aan individuele winkels. Elke groep winkels vorm deel van 'n subprobleem, waar die voorraad wat deur die meesterformulering aan die groep toegewys is, tussen die individuele winkels in die groep verdeel word. Model 2 word ook vir die toewysings in die subprobleme gebruik. Die oplossings vir die subprobleme word saamgevoeg om die oplossing vir die totale probleem te vorm.

Die groepering van die winkels word bepaal deur die data van klein na groot volgens verkoopstempo te rangskik. Op hierdie manier word daar verseker dat winkels waarvan die verkoopstempo's naby aan mekaar is, in dieselfde subprobleem gegroepeer word. Indien die totale aantal winkels nie gelykop verdeel kan word in die aantal groepe nie, word daar meer winkels toegewys aan die subprobleme waar die verkoopstempo's van die winkels kleiner is.

4.2.1 Die meesterprobleem

Dieselfde parameters wat in §3.2 en §3.3 gedefinieer is, word ook in die meesterprobleem van hierdie model gebruik, behalwe dat voorraad aan L subprobleme toegewys word, in plaas van aan T winkels. Vir al die parameters en veranderlikes word die t-de winkel dus vervang met die ℓ-de subprobleem, waar $\ell \in \mathcal{L}$, met $\mathcal{L} = \{1, 2, \ldots, \ell, \ldots, L\}$.

Die wiskundige formulering vir die meesterprobleem volg as

$$\text{minimeer } w = \alpha \sum_{\ell \in \mathcal{L}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{\eta_{\ell s}}{r_{\ell s}} + (1-\alpha) \sum_{\ell \in \mathcal{L}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{\rho_{\ell s}}{r_{\ell s}} \tag{18}$$

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

onderhewig aan

$$
\begin{aligned}
x_{\ell s} + \eta_{\ell s} - \rho_{\ell s} &= d_{\ell s}, & \ell \in \mathcal{L},\ s \in \mathcal{S} \quad (19)\\
\sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{s \in \mathcal{S}} x_{\ell s} &= B & (20)\\
\sum_{l \in \mathcal{L}} x_{\ell s} &= b_s, & s \in \mathcal{S} \quad (21)\\
l_{\ell s} \leq\ x_{\ell s} &\leq u_{\ell s}, & \ell \in \mathcal{L},\ s \in \mathcal{S} \quad (22)\\
\sum_{t \in \mathcal{T}} \text{maks}(\lceil l_t \rceil, g_t) \leq \sum_{s \in \mathcal{S}} x_{\ell s} &\leq \sum_{t \in \mathcal{T}} \min(\lfloor u_t \rfloor, h_t), & \ell \in \mathcal{L} \quad (23)\\
\eta_{\ell s},\ \rho_{\ell s} &\geq 0, & \ell \in \mathcal{L},\ s \in \mathcal{S} \quad (24)\\
x_{\ell s} &\in \mathbb{Z}^+, & \ell \in \mathcal{L},\ s \in \mathcal{S}, \quad (25)
\end{aligned}
$$

waar $\mathbb{Z}^+$ die versameling van nie-negatiewe heelgetalle is.

Die formulering is dieselfde as dié van Model 2, behalwe dat daar met subprobleme in plaas van met winkels gewerk word. Verder word die beperkings (22) – (23) ook benodig om te verseker dat die subprobleme toelaatbaar sal wees.

Die verkoopstempo vir elke subprobleem ℓ word bepaal deur die gemiddelde verkoopstempo van al die winkels in die subprobleem te bereken. Vir die parameters d_ℓ word die som van d_t oor al die winkels in die subprobleem gebruik. Vir die parameters $l_{\ell s}$ en $u_{\ell s}$ word die som van l_{ts} en u_{ts} vir grootte s oor alle winkels t in die subprobleem ℓ bereken. Grootteprofiele vir elke subprobleem word bepaal deur die gemiddelde grootteprofiele van al die winkels in die subprobleem te bereken. Hierdie gemiddelde grootteprofiele word op dieselfde manier as in Model 2 gebruik om die parameters $d_{\ell s}$ en $r_{\ell s}$ te bepaal.

4.2.2 Die subprobleme

Die model vir elke subprobleem maak ook gebruik van dieselfde parameters en veranderlikes as wat in §3.2 en §3.3 gedefinieer is, behalwe dat die probleem in hierdie geval nie vir al T winkels opgelos word nie, maar slegs vir 'n deelversameling van die winkels.

Laat $\mathcal{T}^\ell$ die versameling winkels in subprobleem ℓ wees, sodat volg dat $\mathcal{T} = \mathcal{T}^1 \cup \mathcal{T}^2 \cup \cdots \cup \mathcal{T}^\ell \cup \cdots \cup \mathcal{T}^L$, en laat die indeks t^ℓ die t^ℓ-de winkel in die subprobleem $\mathcal{T}^\ell$ verteenwoordig. Die wiskundige formulering vir subprobleem ℓ volg dan as

$$
\text{minimeer } w \ = \alpha \sum_{t^\ell \in \mathcal{T}^\ell} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{\eta_{t^\ell s}}{r_{t^\ell s}} + (1-\alpha) \sum_{t^\ell \in \mathcal{T}^\ell} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{\rho_{t^\ell s}}{r_{t^\ell s}} \quad (26)
$$

onderhewig aan

$$
\begin{aligned}
x_{t^\ell s} + \eta_{t^\ell s} - \rho_{t^\ell s} &= d_{t^\ell s}, & t^\ell \in \mathcal{T}^\ell,\ s \in \mathcal{S} \quad (27)\\
\sum_{t^\ell \in \mathcal{T}^\ell} \sum_{s \in \mathcal{S}} x_{t^\ell s} &= B^\ell & (28)\\
\sum_{t^\ell \in \mathcal{T}^\ell} x_{t^\ell s} &= b_s^\ell, & s \in \mathcal{S} \quad (29)\\
g_{t^\ell} \leq \sum_{s \in \mathcal{S}} x_{t^\ell s} &\leq h_{t^\ell}, & t^\ell \in \mathcal{T}^\ell \quad (30)
\end{aligned}
$$

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

$$l_{t^\ell s} \leq x_{t^\ell s} \leq u_{t^\ell s} \qquad t^\ell \in \mathcal{T}^\ell,\ s \in \mathcal{S} \qquad (31)$$

$$l_{t^\ell} \leq \sum_{s \in \mathcal{S}} x_{t^\ell s} \leq u_{t^\ell} \qquad t^\ell \in \mathcal{T}^\ell,\ s \in \mathcal{S} \qquad (32)$$

$$x_{t^\ell s},\ \eta_{t^\ell s},\ \rho_{t^\ell s} \geq 0, \qquad t^\ell \in \mathcal{T}^\ell,\ s \in \mathcal{S} \qquad (33)$$

$$x_{t^\ell s} \in \mathbb{Z}^+, \qquad t^\ell \in \mathcal{T}^\ell,\ s \in \mathcal{S}, \qquad (34)$$

waar $\mathbb{Z}^+$ die versameling van nie-negatiewe heelgetalle is.

Die formulering is dieselfde as dié van Model 2, behalwe dat die probleem slegs vir 'n deelversameling van die winkels opgelos word. Die waarde vir die parameter α is dieselfde as in die meesterprobleem. Die oplossing van die meesterprobleem word gebruik om die parameters b_s^ℓ en B^ℓ vir elke subprobleem te bepaal. Die parameters b_s^ℓ vir elke subprobleem ℓ stem ooreen met die veranderlikes $x_{\ell s}$ in die meesterprobleem, en die veranderlike B^ℓ vir subprobleem ℓ met $\sum_{s \in \mathcal{S}} x_{t^\ell s}$ in die meesterprobleem. Elke subprobleem word onafhanklik van die ander opgelos en al die oplossings word saamgevoeg om die totale oplossing te vorm.

4.3 Invoerdata en verstelbare parameters

Dieselfde invoerdata as wat vir Modelle 1 en 2 gebruik word, word ook vir Modelle 3 en 4 gebruik.

Daar is bevind dat Model 3 se resultate nie baie sensitief is vir verskillende waardes van die parameter α nie. Model 3 is ook geneig om surplusse meer te verminder as tekorte; dus word 'n groter waarde van α benodig as vir Modelle 1 en 2 om soortgelyke resultate te verkry. Daar is bevind dat 'n waarde van $\alpha \approx \frac{5}{6}$ goeie resultate lewer. Dit impliseer dat tekorte vyf keer belangriker as surplusse is.

Vir Model 3 word dieselfde manier van grensvasstelling gebruik as vir Modelle 1 en 2, behalwe dat Model 3 se grense heeltallig moet wees vir die oplossing om outomaties heeltallig te wees. Gestel m_{ts} is die maksimum aantal weke wat PEP se oplossing op 'n grootte-vlak vanaf die vraag d_{ts} afwyk. Dan word l_{ts} gekies as $l_{ts} = \lceil d_{ts} - m_{ts} r_{ts} \rceil$, en u_{ts} word gekies as $u_{ts} = \lfloor d_{ts} + m_{ts} r_{ts} \rfloor$. Netso, indien m_t die maksimum aantal weke is wat PEP se oplossing op winkel-vlak vanaf die vraag d_t afwyk, word l_t gekies as $l_t = \lceil d_t - m_t r_t \rceil$ en u_t word gekies as $u_t = \lfloor d_t + m_t r_t \rfloor$.

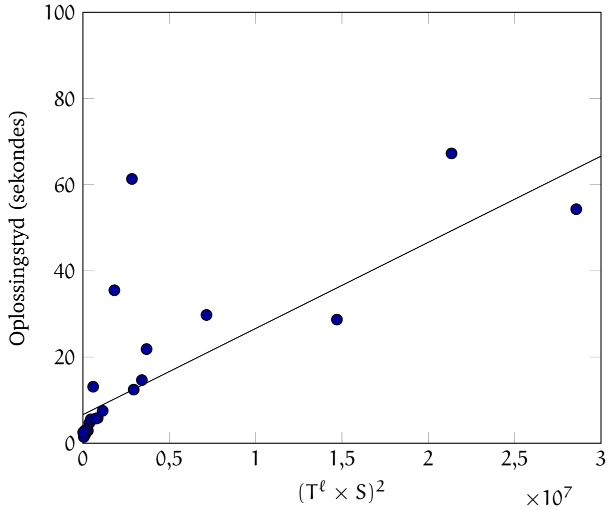
Vir Model 4 is $\alpha = \frac{2}{3}$ gebruik in eksperimente. Dieselfde manier van grensvasstelling as vir Model 2 is ook in alle gevalle vir Model 4 gebruik.

4.4 Aantal subprobleme vir Model 4

Eksperimente is in Lingo en CPLEX gedoen om die aantal subprobleme te bepaal wat vir elke datastel gebruik moet word. In eksperimente is die aantal subprobleme in verskillende datastelle gevarieer om 'n moontlike verband te bepaal tussen die grootte van die groepe en oplossingstyd.

In albei programme is daar 'n verband gevind tussen $T^\ell \times S$ vir elke subprobleem ℓ, en oplossingstyd (in sekondes). In Lingo is die verband kwadraties en in CPLEX is die verband lineêr. In Lingo kon die oplossingstyd vir alle datastelle verminder word deur meer as een subprobleem te gebruik. In CPLEX kon oplossingstyd egter verminder word slegs deur meer as een subprobleem te gebruik, vir datastelle waarvoor $T^\ell \times S \geq 5\,300$. Vir datastelle waarvoor $T^\ell \times S < 5300$, word slegs een subprobleem gebruik indien die probleem met CPLEX opgelos word. Dit is ekwivalent daaraan om Model 2 te gebruik.

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za



Figuur 3: Lineêre verband tussen $(T^\ell \times S)^2$ en oplossingstyd (in sekondes) in Lingo.

Deur gebruik te maak van hierdie inligting, kan regressielyne bepaal word vir oplossingstye by verskillende groottes van subprobleme in Lingo en CPLEX. Hierdie regressielyne word dan gebruik om te bepaal hoeveel subprobleme nodig is om ’n oplossingstyd te verkry wat benaderd gelyk aan ’n gegewe aantal sekondes sal wees.

In die volgende afdelings word eksperimente gedoen om regressielyne vir hierdie twee bekende sagteware pakkette te bepaal. Indien ander sagteware pakkette gebruik word, sal die eksperimente herhaal moet word om ’n regressielyn vir daardie spesifieke sagteware pakket te bepaal.

4.4.1 Aantal subprobleme vir Lingo

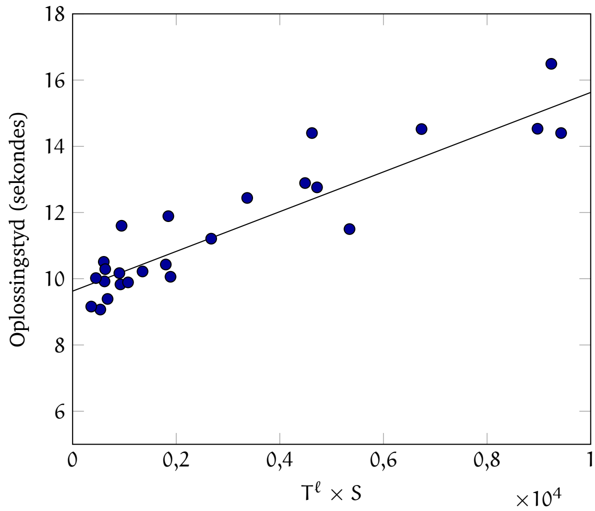
Datastelle A, C, D, G en M (gekies om ’n verskeidenheid van probleemgroottes te verteenwoordig) is gebruik om die verband tussen $T^\ell \times S$ en oplossingstyd in Lingo te bepaal. Die oplossingstye vir ’n verskillende aantal subprobleme is bepaal, en $(T^\ell \times S)^2$ is teenoor oplossingstyd (in sekondes) geplot. ’n Regressielyn is deur die datapunte gepas. Die vergelyking van die regressielyn is $y = 2 \times 10^{-6}x + 7,4875$, met $R^2 = 0,9183$. Die hoë R^2-waarde dui op ’n sterk korrelasie. In Figuur 3 word die datapunte saam met die regressielyn grafies voorgestel.

4.4.2 Aantal subprobleme vir CPLEX

Datastelle A, G, I, K en M is gebruik om die verband tussen $T^\ell \times S$ en oplossingstyd in CPLEX te bepaal. Die oplossingstye vir ’n verskillende aantal subprobleme is bepaal, en $T^\ell \times S$ is teenoor oplossingstyd (in sekondes) geplot. ’n Regressielyn is deur die datapunte gepas. Die vergelyking van die regressielyn is $y = 0.0006x + 9,6261$, met $R^2 = 0,839$. Die datapunte word in Figuur 4 saam met die regressielyn grafies voorgestel.

Vir CPLEX word die lyn gebruik slegs indien $T^\ell \times S > 5300$, aangesien oplossingstyd andersins nie verminder kan word deur meer subprobleme te gebruik nie. Indien $T^\ell \times S < 5300$, word slegs een subprobleem gebruik. Datastelle waarvoor $T^\ell \times S < 5300$ kon dus nie gebruik word om die regressielyn vir CPLEX te bepaal nie; daarom is datastelle C en D wat in Lingo gebruik is, vervang met datastelle I en K.

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za



Figuur 4: Lineêre verband tussen $T^{\ell} \times S$ en oplossingstyd (in sekondes) in CPLEX.

4.5 Resultate

In hierdie afdeling word die resultate gegee van eksperimente met Modelle 3 en 4. Eksperimente is uitgevoer met behulp van Lingo 14.0 [14] en CPLEX 12.5 [1]. Dieselfde rekenaar as wat vroeër gebruik is om Modelle 1 en 2 te toets, is in hierdie eksperimente gebruik. Vir Model 4 is die regressielyne gebruik om die aantal subprobleme te bepaal wat nodig is vir 'n benaderde oplossingstyd van 10 sekondes.

Vir CPLEX word slegs een subprobleem gebruik indien $T^{\ell} \times S < 5\,300$. Vir Lingo is daar ook gevalle waar die datastel klein genoeg is dat slegs een subprobleem nodig is. Let op dat wanneer slegs een subprobleem gebruik word, die model ekwivalent is aan Model 2. Model 2 is dus in werklikheid 'n spesiale geval van Model 4. Wanneer daar voortaan na Model 4 verwys word, sluit dit ook Model 2 in, met ander woorde gevalle waar daar slegs een subprobleem is.

In Tabel 4 word die resultate vir Modelle 3 en 4 vir 'n tipiese datastel, Datastel N, in Lingo en CPLEX gegee. Vir Model 3 is die waarde $\alpha = \frac{5}{6}$ gebruik, en vir Model 4 is $\alpha = \frac{2}{3}$ gebruik. In Lingo is 3 subprobleme gebruik en in CPLEX 1 subprobleem.

Modelle 3 en 4 in Lingo en CPLEX verbeter op PEP vir alle maatstawwe. Model 3 vaar swakker as Model 4 vir totale tekort, maar beter vir totale surplus. Vir totale tekort en maksimum tekort vaar Model 4 beter as Model 3. Vir maksimum surplus vaar Model 4 beter as Model 3 in Lingo en CPLEX. Vir die maksimum tekort en surplus per winkel vaar die modelle dieselfde. Model 3 se oplossingstyd is beduidend laer as dié van Model 4. Lingo se oplossingstyd is laer as dié van CPLEX vir Model 3, en hoër vir Model 4.

In Tabel 5 word die gemiddelde persentasie verbetering op PEP oor alle datastelle, vir elke maatstaf, aangetoon, behalwe die oplossingstyd, wat in gemiddelde aantal sekondes gegee word. Die gemiddelde persentasie verbetering vir die eerste sewe maatstawwe word ook grafies uitgebeeld in Figuur 5. Uit die resultate blyk dat al drie metodes verbeter op PEP se huidige metode. Model 4 vaar oor die algemeen beter as Model 3 met die vermindering van tekorte, en Model 3 vaar oor die algemeen beter met die vermindering van surplusse. Model 3 se gemiddelde oplossingstyd is laer as dié van Model 4.

Die resultate vir Lingo en CPLEX is dieselfde vir Model 3, behalwe die oplossingstyd, wat gemiddeld korter is vir Lingo as vir CPLEX. Die resultate vir Model 4 verskil omdat 'n

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

Maatstaf	Eenheid	Model 3		Model 4		PEP
		Lingo	CPLEX	Lingo (3 subprob.)	CPLEX (1 subprob.)	
Totale tekort	Weke	1 388,81	1 388,81	1 108,33	**909,94**	1 706,08
Totale surplus	Weke	**873,92**	**873,92**	1 173,42	1 439,21	2 644,76
Totale afwyking	Weke	**2 262,74**	**2 262,74**	2 281,76	2 349,16	4 350,85
Maks tekort	Weke	10,97	10,97	**9,41**	**9,41**	14,97
Maks surplus	Weke	27,48	27,48	27,12	**24,60**	47,95
Maks tekort (winkel)	Weke	**0,58**	**0,58**	**0,58**	**0,58**	**0,58**
Maks surplus (winkel)	Weke	**1,76**	**1,76**	**1,76**	**1,76**	**1,76**
Tyd	Sekondes	**1,63**	4,63	7,81	6,26	-

Tabel 4: Die resultate vir Modelle 3 en 4 van Datastel N in Lingo en CPLEX. Alle resultate word in weke gegee, behalwe die oplossingstyd, wat in sekondes is. Die beste resultaat per maatstaf word telkens met vetdruk aangedui.

verskillende aantal subprobleme gebruik word in Lingo en CPLEX. By totale tekort en maksimum tekort vaar CPLEX beduidend beter as Lingo, terwyl Lingo beduidend beter vaar as CPLEX by totale surplus en maksimum surplus per winkel. CPLEX se gemiddelde oplossingstyd is ook laer as dié van Lingo. Die res van die resultate is min of meer dieselfde in beide programme.

Maatstaf	Eenheid	Model 3		Model 4	
		Lingo	CPLEX	Lingo	CPLEX
Totale tekort	Weke	5,76	5,76	15,71	**27,14**
Totale surplus	Weke	**21,73**	**21,73**	15,18	6,99
Totale afwyking	Weke	16,23	16,23	**17,51**	17,08
Maks tekort	Weke	10,57	10,57	14,47	**17,72**
Maks surplus	Weke	**26,64**	**26,64**	20,09	21,14
Maks tekort (winkel)	Weke	3,48	3,48	**6,93**	4,29
Maks surplus (winkel)	Weke	14,32	14,32	**20,22**	14,19
Tyd	Sekondes	**3,01**	5,97	10,97	7,16

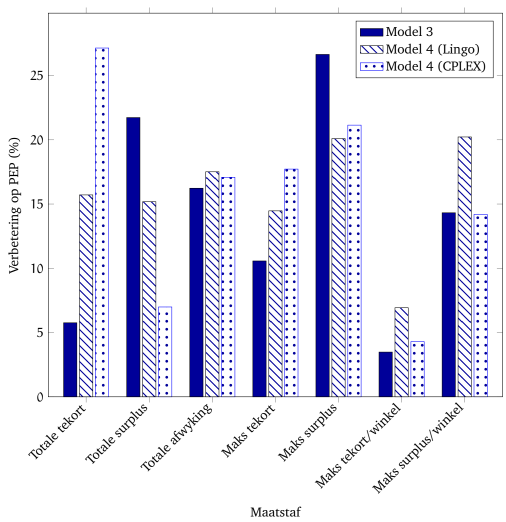
Tabel 5: Die gemiddelde resultate vir Modelle 3 en 4 in Lingo en CPLEX. Alle resultate word gegee as gemiddelde persentasie verbetering op PEP, behalwe oplossingstyd, wat in gemiddelde aantal sekondes gegee word. Die beste resultaat per maatstaf word telkens met vetdruk aangedui.

Gevolgtrekking

In hierdie artikel is die aanpassing van grootte-mengsels tydens die toewysings van produkte aan PEP se winkels ondersoek. Vier modelle is ontwikkel en getoets in Lingo 14.0 en CPLEX 12.5. Uit die resultate is dit duidelik dat daar ruimte vir verbetering is ten opsigte van die huidige metode in PEP.

Die resultate van die modelle wat in die finale eksperimente gebruik is, toon ’n gemiddelde verbetering van tot 27% op PEP se huidige oplossing vir verskillende maatstawwe. Alhoewel Model 3 beter as Model 4 vaar met die vermindering van surplusse, vaar dit swakker met die vermindering van tekorte, wat belangriker is as surplusse. Model 3 het

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za



Figuur 5: Die gemiddelde persentasie verbetering van Modelle 3 en 4 op PEP in Lingo en CPLEX, vir verskillende maatstawwe. Model 3 se resultate is dieselfde vir Lingo en CPLEX.

egter die voordeel dat die oplossingstyd baie laag is.

Wat die programmatuur betref, word Lingo aanbeveel vir Model 3 en CPLEX vir Model 4. In Model 3 is die resultate dieselfde vir beide programme, maar Lingo se oplossingstyd is korter. Vir Model 4 vaar CPLEX beter ten opsigte van totale tekort en maksimum tekort, wat belangrike maatstawwe is, en die oplossingstyd is boonop korter.

Die modelle is aan PEP voorgelê, en daar is aanbeveel dat PEP Model 4 implementeer. PEP is in ’n proses om die implementering van die model te skeduleer.

Hierdie studie kan moontlik opgevolg word deur die modelle verder te verfyn. Daar kan verder geëksperimenteer word met die relatiewe gewig van tekorte tot surplusse in die doelfunksie. Daar kan ook gewigte in die doelfunksie ingevoeg word om die relatiewe belangrikheid van verskillende groottes te hanteer. (Dit is byvoorbeeld belangriker om tekorte vir klein, medium en groot groottes te verminder as vir ekstra-klein en ekstra-groot groottes.) Verder kan daar geëksperimenteer word met metaheuristieke, byvoorbeeld ’n Tabu-soektog, as oplossingsmetode.

PEP se vooruitskattingsmetodes en die bepaling van die grootte-profiele vir hul winkels is ook onderwerpe vir verdere studie. By die formulering van die model in Afdeling 3 word die aanname gemaak dat PEP se vooruitskattings van toekomstige vraag en verkoopstempo’s goeie benaderings vir die werklike toekomstige vraag en verkoopstempo’s is (Aannames 1 en 4). Daar word ook aangeneem dat PEP se grootte-profiele die toekomstige verspreiding van verkope oor die verskillende groottes akkuraat weergee (Aanname 2). Of hierdie aannames realisties is, kan egter slegs deur verdere studie vasgestel word. ’n Verdere oop vraag is of die verkoopstempo’s as konstant oor tyd beskou kan word, soos aangeneem is by die formulering van die model (Aanname 4).

Verwysings

[1] AIMMS. Unleash the power of cplex with aimms. [Aanlyn], [be-

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

soek 15 Maart 2014.], Beskikbaar by: http://www.aimms.com/cplex-solver-for-linear-programming, 2014.

[2] S. Axsäter, J. Marklund, en E.A. Silver. Heuristic methods for centralized control of one-warehouse, n-retailer inventory systems. *Manufacturing & Service Operations Management*, 4(**1**):75–97, 2002.

[3] J.J. Bartholdi en S.T. Hackman. Warehouse & distribution science: release 0.1.2. [Aanlyn], [besoek 1 Oktober 2013.], Beskikbaar by: http://www2.isye.gatech.edu/~spyros/courses/IE6202/Fall-2002/Bartholdi-Hackman.pdf, 2002.

[4] F. Caro en J. Gallien. Inventory management of a fast-fashion retail network. *Operations Research*, 58(**2**):257–273, 2010.

[5] F. Caro, J. Gallien, M. Díaz, J. García, J.M. Corredoira, M. Montes, J.A. Ramos, en J. Correa. Zara uses operations research to reengineer its global distribution process. *Interfaces*, 40(**1**):71–84, 2010.

[6] G.B. Dantzig en M.N. Thapa. *Linear programming: 2: Theory and Extensions*, volume 1. Springer, Stanford, 1997.

[7] A.P. de Villiers. *Minimising the total travel distance to pick orders on a unidirectional picking line*. Meesterstesis, Universiteit Stellenbosch, Stellenbosch, 2011.

[8] T.J. Donofrio. Advanced planning and optimization series. [Aanlyn], [besoek 23 Oktober 2013.], Beskikbaar by: http://risnews.edgl.com/Media/DocumentLibrary/RIS%20Plan%20Articles%20No%201-7%20Advanced%20Planning%20and%20Optimization%20Series%20030510.pdf, 2010.

[9] A. Federgruen en P. Zipkin. Approximations of dynamic, multilocation production and inventory problems. *Management Science*, 30(**1**):69–84, 1984.

[10] C. Gaul, S. Kurz, en J. Rambau. On the lot-type design problem. *Optimization Methods & Software*, 25(**2**):217–227, 2010.

[11] R.M. Hill. Allocating warehouse stock in a retail chain. *Journal of the Operational Research Society*, 40(**11**):983–992, 1989.

[12] M. Kießling, T. Kreisel, S. Kurz, en J. Rambau. Evaluation of a new supply strategy based on stochastic programming for a fashion discounter. [Aanlyn], [besoek 24 Februarie 2014.], Beskikbaar by: http://arxiv.org/pdf/1401.6394v1.pdf, 2014.

[13] S. Kurz, J. Rambau, J. Schlüchtermann, en R. Wolf. The top-dog index: A new measurement for the demand consistency of the size distribution in pre-pack orders for a fashion discounter with many small branches. [Aanlyn], [besoek 17 Oktober 2013.], Beskikbaar by: http://arxiv.org/pdf/0804.1412v1.pdf, 2008.

[14] Lindo Systems. Lingo 14.0. [Aanlyn], [besoek 29 Oktober 2013.], Beskikbaar by: http://www.lindo.com/, 2013.

[15] M.K. Mantrala, M. Levy, B.E. Kahn, E.J. Fox, P. Gaidarev, B. Dankworth, en D. Shah. Why is assortment planning so difficult for retailers? A framework and research agenda. *Journal of Retailing*, 85(**1**):71–83, 2009.

[16] E.J. McGavin, L.B. Schwarz, en J.E. Ward. Two-interval inventory-allocation policies in a one-warehouse n-identical-retailer distribution system. *Management Science*, 39(**9**):1092–1107, 1993.

[17] Pep Stores Official Website. Pep. [Aanlyn], [besoek 4 Junie 2013.], Beskikbaar by: http://www.pepkor.co.za/pep.html, 2013.

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

[18] Pep Stores Official Website. Pep facts. [Aanlyn], [besoek 11 Junie 2013.], Beskikbaar by: `http://www.pepstores.com/who-we-are/pep-facts.html`, 2013.

[19] F.J. Quinn. What's the buzz? *Logistics Management*, 36(**2**):43–7, 1997.

[20] D.J. Robb. Procurement of prescribed sizes: A Markovian approach. *European Journal of Operational Research*, 71(**1**):110–119, 1993.

[21] M. Scott. Optimisation of a single-aisle picking line. Honneurswerkstuk, Universiteit Stellenbosch, Stellenbosch, 2009.

[22] E.A. Silver en P. Kelle. Stocking of prescribed sizes of an item. *Journal of the Operational Research Society*, 40(**8**):719–727, 1989.

[23] Tech Terms. Definition of sku. [Aanlyn], [besoek 23 Oktober 2013.], Beskikbaar by: `http://www.techterms.com/definition/sku`, 2013.

[24] Zara Official Website. Zara. [Aanlyn], [besoek 19 Oktober 2013.], Beskikbaar by: `http://www.zara.com`, 2013.

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za